

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI
FAKULTA PEDAGOGICKÁ
KATEDRA MATEMATIKY, FYZIKY A TECHNICKÉ VÝCHOVY

**ZAVÁDĚNÍ ZLOMKŮ A DESETINNÝCH ČÍSEL
NA 1. STUPNI ZŠ**
DIPLOMOVÁ PRÁCE

Bc. Lucie Demelová
Učitelství pro 1. stupeň ZŠ

Vedoucí práce: PhDr. Lukáš Honzík, Ph.D.

Plzeň, 2023

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci vypracovala samostatně
s použitím uvedené literatury a zdrojů informací.

V Plzni 28. června 2023

.....
vlastnoruční podpis

Tímto bych ráda poděkovala PhDr. Lukáši Honzíkovi, Ph.D., za odborné vedení mé diplomové práce, za spolupráci, za věcné připomínky a čas, který mi věnoval.

Rovněž děkuji speciální pedagožce Mgr. Blance Demelové, vyučující 1. stupně ZŠ, za cenné rady při realizaci praktické části mé diplomové práce.

OBSAH

Seznam zkratk	3
Úvod	4
TEORETICKÁ ČÁST	6
1 Vymezení problematiky zavedení zlomků a desetinných čísel a práce s nimi v souladu s Rámcovým vzdělávacím programem pro základní vzdělávání	6
1.1 Kurikulární dokumenty ve vzdělávací soustavě České republiky	6
1.2 Národní pedagogický institut České republiky	6
1.3 Rámcový vzdělávací program	6
1.3.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání	7
1.3 Školní vzdělávací program	9
1.4 Matematika a její aplikace	10
1.4.1 Školní vzdělávací program pro základní vzdělávání Škola pro všechny	14
1.6 Transmisivní a konstruktivistické pojetí matematického vyučování	20
1.6.1 Transmisivní přístup v matematickém vyučování	20
1.6.2 Konstruktivistický přístup v matematickém vyučování	20
1.7 Činnostní učení	21
2 Racionální čísla	23
2.1 Historický kontext	23
2.2 Racionální čísla	24
2.3 Zlomky a desetinná čísla na 1. stupni ZŠ	24
2.3.1 Zlomky na 1. stupni ZŠ	24
2.3.2 Vztah mezi desetinným číslem a zlomkem, desetinný zlomek	28
2.3.3 Desetinná čísla na 1. stupni ZŠ	29
PRAKTICKÁ ČÁST	32
3 Zavádění zlomků	32
3.1 Činnostní vytváření představy zlomku	32
3.1.1 Zavedení zlomků	36
3.1.2 Znázorňování zlomků	38
3.1.3 Čtení a zápis zlomků	39
3.1.4 Výpočet části z celku	42
3.1.5 Porovnávání zlomků	50

3.1.6	Sčítání a odčítání zlomků.....	53
3.2	Činnostní vytváření představy desetinného čísla.....	54
3.2.1	Smíšená čísla.....	55
3.2.2	Desetinné zlomky	58
3.2.3	Vyvození desetinných čísel	59
3.2.4	Čtení a zápis v číselných řádech	67
3.2.5	Čtení a zápis desetinných čísel	70
3.2.6	Znázornění desetinných čísel – práce s číselnou osou.....	71
3.2.7	Porovnávání desetinných čísel.....	74
3.2.8	Zaokrouhlování desetinných čísel	78
3.2.9	Sčítání a odčítání desetinných čísel	80
3.2.10	Práce s peněžními modely – vyplácení, dočítání	82
3.2.11	Násobení a dělení 10, 100, 1000.....	83
4	Didaktické hry, pomůcky.....	85
5	Vyhodnocení činností a použitých pomůcek, interpretace zjištěných výsledků	99
	Závěr.....	103
	Resumé	105
	Seznam použitých zdrojů.....	106
	Seznam obrázků.....	109

SEZNAM ZKRATEK

MŠMT – Ministerstvo školství, mládeže a tělovýchovy

NPI ČR – Národní pedagogický institut České republiky

RVP – Rámcový vzdělávací program

RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

ŠVP – Školní vzdělávací program

ÚVOD

Motto

Pro rozvoj operačního myšlení žáků je zvlášť důležité odkrývání vztahů mezi věcmi na základě manipulace s nimi, tj. přidávání, ubírání, řazení, přemísťování předmětů atp.

Jean Piaget

Matematika je význačným prvkem vzdělávání, jelikož je nutnou a potřebnou součástí všeobecného rozhledu každého člověka, který ji využívá prakticky dennodenně. Aby mohl učitel tento předmět aprobovaně vyučovat, musí být odborně připravený, tedy mít dostatečné znalosti svého oboru a aktuální vzhled do něj. Odborný obsah pak musí být schopen transformovat v obsah vyučovacího předmětu takovým způsobem, aby byl pro žáky uchopitelný, srozumitelný a dovedl je ke konečnému cíli – žák zvládne vědomosti, znalosti a dovednosti použít v běžném životě. Učitel musí mít kromě oborových znalostí i znalosti didaktiky svého předmětu, aby zvládl cíleně působit na své žáky. (Wagner, 2020)

Tématem mé diplomové práce je „Zavedení zlomků a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ“. Zaměřím se v ní na tvorbu a využití pomůcek vhodných ke znázornění dané problematiky.

Cílem diplomové práce je vymezit problematiku zlomků a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ tak, jak ji uvádí RVP ZV, a pokusit se uceleně sepsat krok po kroku možný postup zavádění zlomků a desetinných čísel na 1. stupni.

Práce je orientována na vytváření představy zlomku a desetinného čísla pomocí činnostního učení, protože již v 17. století J. A. Komenský formuloval ideu myš: „*Šikovnost rukou se mění v šikovnost myšlení.*“ Komenského myšlenku později empirickým zkoumáním potvrdil vývojový psycholog J. Piaget, jehož studie prokázaly, že manuální činnosti dětí s předměty jsou nezbytným základem pro úspěšný rozvoj logického a operačního myšlení. (www.tvorivaskola.cz)

Téma jsem zvolila na základě své dosavadní učitelské praxe ve 4. a 5. ročníku základní školy. Zjistila jsem, že tematický celek 2. období 1. stupně Číslo a početní operace, ve kterém je obsaženo učivo racionálních čísel, dělá řadě žáků problémy kvůli své abstraktnosti.

Diplomová práce je rozdělena do pěti kapitol. V první kapitole vymezují učivo o zlomcích a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ v rámci RVP ZV. Dále charakterizují transmisivní a konstruktivistický přístup v matematickém vyučování a činnostní způsob učení. Ve druhé kapitole se již věnuji tématu racionálních čísel, jejich historii a definici.

Vymezuji pojem zlomek, desetinný zlomek a desetinné číslo a shrnuji proces jejich zavedení v primární škole. Třetí kapitola obsahuje podrobný postup zavedení představy zlomku a desetinného čísla za využití metody činnostního učení. V následující kapitole se zaměřuji na ukázkou různorodých didaktických her a pomůcek, pomocí nichž mohou učitelé v pedagogické praxi umožnit žákům předkládané učivo zábavně si upevňovat a procvičovat. V poslední kapitole vyhodnocuji navržené hry a pomůcky.

TEORETICKÁ ČÁST

1 VYMEZENÍ PROBLEMATIKY ZAVEDENÍ ZLOMKŮ A DESETINNÝCH ČÍSEL A PRÁCE S NIMI V SOULADU S RÁMCOVÝM VZDĚLÁVACÍM PROGRAMEM PRO ZÁKLADNÍ VZDĚLÁVÁNÍ

1.1 Kurikulární dokumenty ve vzdělávací soustavě České republiky

Na základě zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním a vyšším odborném vzdělávání (dále jen školský zákon), jsou pro vzdělávání žáků od 3 do 19 let zavedeny do vzdělávací soustavy ČR kurikulární dokumenty, jež jsou zformovány na dvou stupních – státním a školním. Škola uskutečňuje vzdělávání na základě těchto dokumentů. (Zákon č. 561/2004 Sb.)

1.2 Národní pedagogický institut České republiky

Národní pedagogický institut České republiky (dále jen NPI ČR) je „*školským vzdělávacím, metodickým, kurikulárním, výzkumným, odborným a poradenským zařízením pro řešení otázek předškolního, základního, středního a vyššího odborného vzdělávání*“. NPI ČR je organizací přímo řízenou Ministerstvem školství, mládeže a tělovýchovy (dále jen MŠMT). Jedním z úkolů, které má na starosti, je převádět vzdělávací inovace do školské praxe. Podílí se na tvorbě rámcových vzdělávacích programů, metodicky podporuje školy a pedagogy a stará se o vzdělávání pedagogických pracovníků. (www.npi.cz)

1.3 Rámcový vzdělávací program

Rámcový vzdělávací program (dále jen RVP) je dokumentem vznikajícím na státní úrovni. V roce 2007 nahradil dříve používané tzv. jednotné osnovy. Na rozdíl od jednotných osnov RVP přenechává školám určitou autonomii, pouze „*vymezuje, co je společné a nezbytné*“, stanovuje očekávané a závazné výstupy na konci jednotlivých období. Cílem RVP je „*vymezit povinný obsah, rozsah a podmínky vzdělávání*“. Je vydáván „*pro každý obor vzdělávání v základním a středním vzdělávání a pro předškolní, základní umělecké a jazykové vzdělávání*“. (Zákon č. 561/2004 Sb.)

RVP vzniká na základě *Strategie vzdělávací politiky České republiky* a udává závazné rámce vzdělávání pro jednotlivé etapy vzdělávání – předškolní (RVP PV), základní (RVP ZV) a střední. Tvorba RVP probíhá pod záštitou MŠMT a podílí se na ní odborníci vědy

i z praxe. Všechny RVP musí být podle školského zákona v souladu s nejnovějšími poznatky vědních disciplín, pedagogiky a psychologie. (Zákon č. 561/2004 Sb.)

1.3.1 Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

„RVP ZV navazuje svým pojetím a obsahem na RVP PV a je východiskem pro koncepci rámcových vzdělávacích programů pro střední vzdělávání.“ (RVP ZV, 2021, s. 6). Stanovuje „členění obsahu vzdělávání podle jednotlivých období nebo ročníků“ (Zákon č. 561/2004 Sb.). Vzdělávací obsah je rozdělen na tři období, z toho v rámci prvního stupně na 1. období (1. až 3. ročník) a 2. období (4. až 5. ročník). RVP ZV tedy popisuje, co mají žáci v dané fázi vzdělávání ovládat.

Přílohou RVP ZV jsou tzv. *Standardy pro základní vzdělávání*, jejichž úkolem je pomoci pedagogům naplnit očekávané výstupy vzdělávání prostřednictvím jejich konkretizace a demonstrace na ilustrativních příkladech. (www.archiv-nuv.npi.cz)

RVP ZV zavádí klíčové kompetence, které představují jakýsi cíl vzdělávání a měly by pomoci každému členovi občanské společnosti ke spokojenému a úspěšnému životu. Jako klíčové kompetence označujeme „*souhrn vědomostí, dovedností, schopností, postojů a hodnot*“. (RVP ZV, 2021, s. 10)

Pro základní vzdělávání bylo vymezeno 7 následujících kompetencí:

- kompetence k učení,
- kompetence k řešení problémů,
- kompetence komunikativní,
- kompetence sociální a personální,
- kompetence občanské,
- kompetence pracovní a
- kompetence digitální.

K rozvoji klíčových kompetencí RVP ZV stanovuje 9 vzdělávacích oblastí. Každou z nich podrobněji rozpracovává, stanovuje její cíle, vzdělávací obsah a očekávané výstupy.

Všechny výstupy jsou zaměřeny aktivně a je kladen důraz na jejich využití v běžných každodenních situacích.

Na konci pátého a devátého ročníku jsou výstupy stanoveny závazně.

Vzdělávací oblasti jsou vytyčeny následovně:

- Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk, Další cizí jazyk),
- Matematika a její aplikace (Matematika a její aplikace),
- Informatika (Informatika),
- Člověk a jeho svět (Člověk a jeho svět),
- Člověk a společnost (Dějepis, Výchova k občanství),
- Člověk a příroda (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis),
- Umění a kultura (Hudební výchova, Výtvarná výchova),
- Člověk a zdraví (Výchova ke zdraví, Tělesná výchova),
- Člověk a svět práce (Člověk a svět práce).

Učivo jednotlivých výše zmíněných vzdělávacích oblastí je rozděleno do jednotlivých tematických okruhů. Cílem učiva je naplnit závazné očekávané výstupy. (RVP ZV, 2021, s. 15; Zákon č. 561/2004 Sb.)

RVP ZV se neustále upravuje a mění. K jeho poslední úpravě došlo v roce 2021, tzv. *malá revize* RVP. Tato úprava nabyla platnosti dne 1. září 2021. Do RVP ZP se nově zapojily cíle základního vzdělávání související s orientací žáků v digitálním prostředí tak, aby byli schopni kritického a tvořivého využívání digitálních technologií při práci, učení, ve volném čase a při zapojování do společnosti a občanského života.

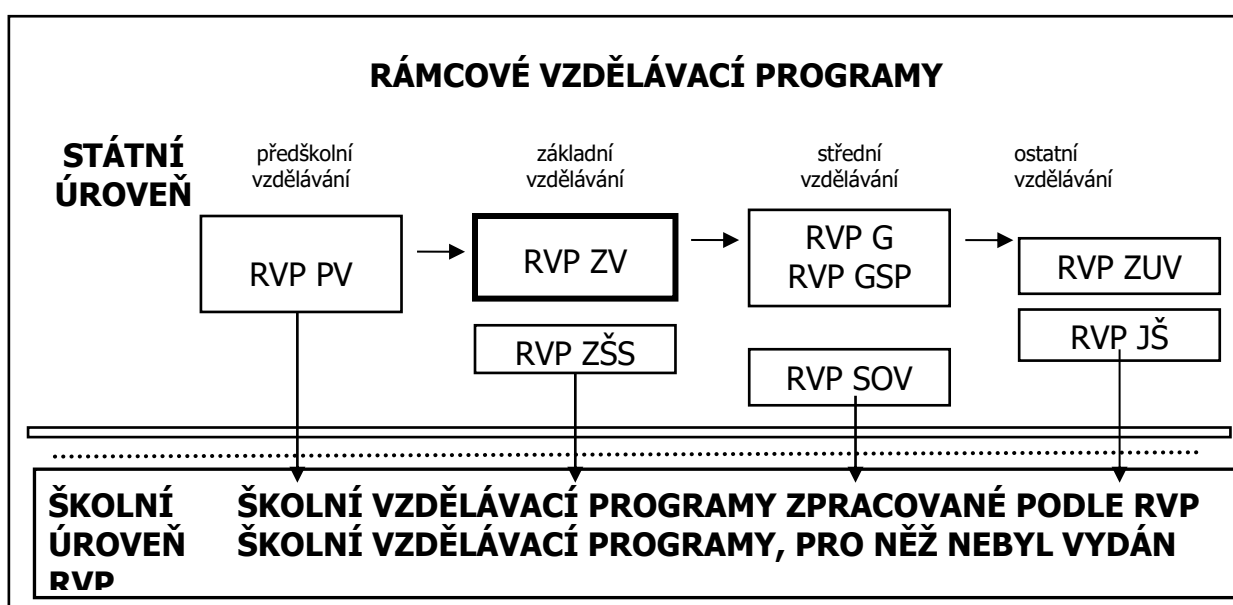
V současnosti se chystá jeho zásadní, tzv. *velká revize*, která by měla být nachystána na podzim roku 2023 a školy by měly mít možnost podle ní učit od září 2024. Revize navazuje na *Strategii vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+*. Návodem pro její tvorbu bude dokument s názvem *Hlavní směry revize rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání* předložený Expertním panelem MŠMT. Na základě tohoto dokumentu by cílem nového RVP ZV měl být rozvoj klíčových dovedností a kompetencí žáků, modernizace vzdělávacího obsahu a nově pojatá průřezová témata. Dále by měl zavést pojem *gramotnost*, a to ve dvou úrovních – základní a oblastní/oborovou gramotnost. Základní gramotnost potom bude rozdělovat na čtenářskou (pisatelskou) a matematickou. Revize počítá rovněž s rozdělením vzdělávacího obsahu na jádrový a rozvíjející. To však bude ještě diskutováno. (Baierlová, 2022; www.revize.edu.cz)

1.3 Školní vzdělávací program

Na základě povinného základu zaneseného ve výše popsaných RVP, v souladu s jejich cíli, klíčovými kompetencemi a očekávanými výstupy, dále vznikají v rámci jednotlivých škol a školských zařízení pedagogické dokumenty, tzv. školní vzdělávací programy (dále jen ŠVP). Podle těchto programů si jednotliví učitelé plánují svoji výuku tak, aby odpovídala vzdělávací praxi.

ŠVP si každá škola pojmenovává sama a jeho zpracování přizpůsobuje potřebám v závislosti na vzdělávacích podmínkách, zaměření školy apod. Obsah vzdělávání v ŠVP může být uspořádán dvojím způsobem – do předmětů (nejčastěji) nebo jiných ucelených částí učiva, jako například modulů. Důležitou podmínkou pro vznikající ŠVP je, aby byl v souladu s cíli, klíčovými kompetencemi a očekávanými výstupy, které jsou zaneseny v RVP.

Zodpovědným za tvorbu ŠVP je ředitel konkrétní školy či školského zařízení, který musí zajistit, aby ŠVP školy odpovídal obsahu RVP, a jeho povinností je i zveřejnit program na přístupném místě. (Zákon č. 561/2004 Sb.; www.infoabsolvent.cz)



Obr. č. 1: Systém kurikulárních dokumentů (RVP ZV, 2021, s. 5)

Legenda:

RVP PV ... Rámcový vzdělávací program pro předškolní vzdělávání

RVP ZV ... Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

RVP ZŠS ... Rámcový vzdělávací program pro obor vzdělávání základní škola speciální

RVP G ... Rámcový vzdělávací program pro gymnázia

RVP GSP ... Rámcový vzdělávací program pro gymnázia se sportovní přípravou

RVP DG ... Rámcový vzdělávací program pro dvojjazýčná gymnázia

RVP SOV ... Rámcové vzdělávací programy pro střední odborné vzdělávání

RVP ZUV ... Rámcový vzdělávací program pro základní umělecké vzdělávání

RVP JŠ ... Rámcový vzdělávací program pro jazykové školy s právem státní jazykové zkoušky

1.4 Matematika a její aplikace

Vzdělávací oblast Matematika a její aplikace se na základní škole zaměřuje především na „*aktivní činnosti, které jsou typické pro práci s matematickými objekty a pro užití matematiky v reálných situacích*“ (RVP ZV, 2021, s. 30). Důraz je kladen hlavně na praktickou využitelnost, rozvoj samostatného a kritického myšlení při práci s rozmanitými informačními zdroji. Cílem je, aby žáci ovládali matematické pojmy, terminologii, symboliku a algoritmy, a získali tak matematickou gramotnost nezbytnou v praktickém životě. Žáci mimo jiné dále rozvíjí paměť a abstraktní myšlení. V rámci rozvoje digitální gramotnosti je nutné do výuky zařadit používání náležitých počítačových softwarů, výukových programů a dalších pomůcek.

Mezi praktické činnosti zařazujeme například odhady, měření a porovnávání velikostí a vzdáleností, řešení problémových a aplikovaných úloh.

Nesmíme zapomenout ani na afektivní cíle popisované ve vzdělávací oblasti. Žáci jsou vedeni ke vzájemné spolupráci při řešení zadaných úloh, budují si důvěru ve své vlastní schopnosti a zvykají si na potřebu sebekontroly v rámci plnění zadání. (RVP ZV, 2021, s. 31)

Oblast Matematika a její aplikace je rozdělena v první řadě na učivo pro 1. stupeň a pro 2. stupeň základní školy. V rozsahu své práce se budu zabývat pouze obsahem učiva 1. stupně základní školy.

V rámci 1. stupně RVP ZV dělí obsah učiva do 4 tematických celků:

- Číslo a početní operace,
- Závislosti, vztahy a práce s daty,
- Geometrie v rovině a v prostoru,
- Nestandardní aplikační úlohy a problémy.

Racionální čísla jsou řešena v průběhu 2. období tematického celku *Číslo a početní operace* (v rámci 2. stupně poté navazuje celkem *Číslo a proměnná*). Je na úvaze jednotlivých škol, zda učivo začlení již ve 4. ročníku, nebo přenechá celou oblast až do 5. ročníku.

Tematický okruh Číslo a početní operace má za cíl osvojit u žáků „aritmetické operace v jejich třech složkách: dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění (proč je operace prováděna předloženým postupem) a významové porozumění (umět operaci propojit s reálnou situací).“ (RVP ZV, 2021, s. 30)

Následující tabulka (obr. č. 2) je vyňata z RVP ZV a zobrazuje očekávané výstupy 1. stupně za 1. a 2. období celku Číslo a početní operace. Každému výstupu je přiřazen kód. Písmeno „M“ je zkratkou vzdělávacího oboru, číslo značí ročník, pro který je výstup závazný. Další dvě čísla označují tematický okruh a pořadí výstupu v konkrétním tematickém okruhu.

ČÍSLO A POČETNÍ OPERACE	
Očekávané výstupy – 2. období	
žák	
M-5-1-01	<i>využívá při pamětném i písemném počítání komutativnost a asociativnost sčítání a násobení</i>
M-5-1-02	<i>provádí písemné početní operace v oboru přirozených čísel</i>
M-5-1-03	<i>zaokrouhluje přirozená čísla, provádí odhady a kontroluje výsledky početních operací v oboru přirozených čísel</i>
M-5-1-04	<i>řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel</i>
M-5-1-05	<i>modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku</i>
M-5-1-06	<i>porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel</i>
M-5-1-07	<i>přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty</i>
M-5-1-08	<i>porozumí významu znaku „-“ pro zápis celého záporného čísla a toto číslo vyznačí na číselné ose</i>
Minimální doporučená úroveň pro úpravy očekávaných výstupů v rámci podpůrných opatření:	
žák	
M-5-1-02p	<i>čte, píše a porovnává čísla v oboru do 100 i na číselné ose, numerace do 1000</i>
M-5-1-02p	<i>sčítá a odčítá zpaměti i písemně dvouciferná čísla</i>
M-5-1-02p	<i>zvládne s názorem řady násobků čísel 2 až 10 do 100</i>
M-5-1-03p	<i>zaokrouhluje čísla na desítky i na stovky s využitím ve slovních úlohách</i>
M-5-1-03p	<i>tvoří a zapisuje příklady na násobení a dělení v oboru do 100</i>
M-5-1-04p	<i>zapiše a řeší jednoduché slovní úlohy</i>
M-5-1-04p	<i>rozeznává sudá a lichá čísla</i>
-	<i>používá kalkulátor</i>

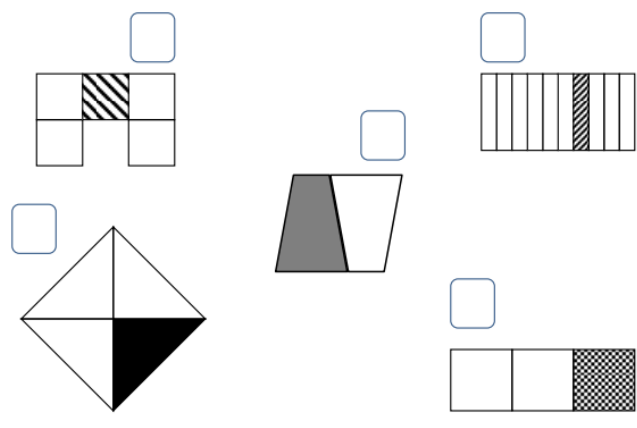
Obr. č. 2: Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru 1. stupně základní školy (RVP ZV, 2021, s. 32)

Jestliže se zaměříme pouze na racionální čísla, v závěru 2. období by měly být splněny tyto cíle:



Žák

- modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku,
- porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel,
- přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty.

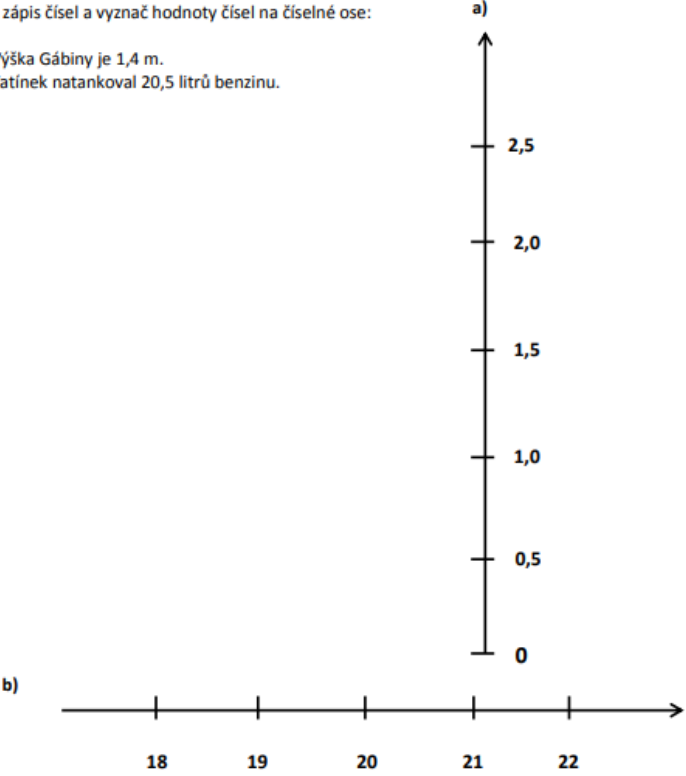
Obsah učiva o zlomcích a desetinných čísel je blíže charakterizován, včetně ilustrativních úloh, ve Standardech pro základní vzdělávání v části Matematika a její aplikace (obr. č. 3–5).

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	5.
Tematický okruh	1. Číslo a početní operace
Očekávaný výstup RVP ZV	M-5-1-05 Žák modeluje a určí část celku, používá zápis ve formě zlomku
Indikátory	1. žák vysvětlí a znázorní vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou zlomkem na příkladech z běžného života 2. žák využívá názorné obrázky k určení $1/2$, $1/4$, $1/3$, $1/5$, $1/10$ celku 3. žák vyjádří celek z jeho dané poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny
Ilustrativní úloha	
<p>Jaká část obrázku je zvýrazněna? (Zapiš zlomkem do rámečku nad obrázkem.) Nabídka: polovina, čtvrtina, třetina, pětina, desetina.</p> 	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-5-1-05.2

Obr. č. 3: Standardy pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace (Příloha RVP ZV, 2021, s. 61)

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	5.
Tematický okruh	1. Číslo a početní operace
Očekávaný výstup RVP ZV	M-5-1-06 Žák porovná, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel
Indikátory	1. Žák porovná zlomky se stejným jmenovatelem (poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny) 2. Žák sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem (poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny) pomocí názorných obrázků (např. čtvercová síť, kruhový diagram, číselná osa) a tyto početní operace zapisuje
Ilustrativní úloha	
Vypočti pomocí obrázků:	
A) $\frac{2}{4} + \frac{1}{4} =$	
B) $\frac{1}{3} + \frac{2}{3} =$	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-5-1-06.2

Obr. č. 4: *Standardy pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace* (Příloha RVP ZV, 2021, s. 62)

Vzdělávací obor	Matematika a její aplikace
Ročník	5.
Tematický okruh	1. Číslo a početní operace
Očekávaný výstup RVP ZV	M-5-1-07 Žák přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo dané hodnoty
Indikátory	<ol style="list-style-type: none"> 1. žák vysvětlí a znázorní vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou desetinným číslem na příkladech z běžného života 2. žák přečte, zapíše, znázorní desetinná čísla v řádu desetin na číselné ose a jejich úsecích, ve čtvercové síti nebo v kruhovém diagramu 3. žák porovná desetinná čísla v řádu desetin
Ilustrativní úloha	
<p>Přečti zápis čísel a vyznač hodnoty čísel na číselné ose:</p> <p>a) Výška Gábiny je 1,4 m. b) Tatínek natankoval 20,5 litrů benzínu.</p> 	
Poznámky k ilustrativní úloze	M-5-1-07.2 M-5-1-07.3

Obr. č. 5: *Standards pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace* (Příloha RVP ZV, 2021, s. 64)

1.4.1 Školní vzdělávací program pro základní vzdělávání Škola pro všechny

Následující tabulky jsou výtahem ze ŠVP pro základní vzdělávání s názvem *Škola pro všechny*, který byl zpracován a současně je využíván na ZŠ a MŠ Čistá. Program zavádí zlomky od 4. ročníku. V této první fázi jsou žáci seznámeni se zlomky, rozumí pojmům čitatel, jmenovatel a zlomková čára. Měli by umět vysvětlit a znázornit vztah mezi celkem a jeho částí a uvést příklady z běžného života. Dále určit podle obrázků polovinu, třetinu, čtvrtinu, pětinu a desetinu a tyto zlomky zapsat a porovnat.

V 5. ročníku znalosti o zlomcích upevňují a rozšiřují. V poslední fázi přejdou k desetinným číslům. Mimo jiné vysvětlí a znázorní vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou desetinným číslem, přečtou, zapíší a znázorní desetinná čísla na číselné ose, ve čtvercové síti a v kruhovém diagramu. Prostřednictvím těchto pomůcek také čísla porovnají.

Ukázkový ŠVP (obr. č. 6–10) vychází z očekávaných výstupů podle RVP ZV pro 2. období 1. stupně a odpovídá vytvořeným Standardům pro základní vzdělávání v části Matematika a její aplikace (www.zsmcista.cz).

4. ročník

<p>Zlomky Celek, část, zlomek</p> <p>Polovina, čtvrtina, třetina, pětina, desetina</p> <p>Řešení a tvorba slovních úloh k určování poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny z celku</p> <p>Čítec, jmenovatel, zlomková čára</p>	<p>-vysvětlí a znázorní vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou zlomkem na příkladech z běžného života</p> <p>-vyjádří celek z jeho dané poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny</p> <p>-sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem a tyto početní operace zapisuje</p> <p>-využívá názorných obrázků k určování $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{1}{10}$ celku</p> <p>-porovná zlomky se stejným jmenovatelem (poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny)</p> <p>-rozumí pojmům čítec, jmenovatel, zlomková čára</p>	<p>Další náměty do výuky: Skládání origami Mozaiky, Krájení dortu, pizzy, zlomkovnice</p> <p>VMEGS Evropa a svět nás zajímá (zážitky a zkušenosti z Evropy a světa- cestujeme letadlem, lodí, autobusem, vlakem)</p>
---	--	---

Obr. č. 6: Výťah z ŠVP pro 4. ročník – oblast Matematika (www.zsmcista.cz)

5. ročník

Procvičování pamětného sčítání, odčítání, násobení, dělení v oboru přirozených čísel Zlomky Slovní úlohy Zaokrouhlování čísel	-čte a zapisuje a definuje zlomky -řeší a tvoří úlohy, ve kterých aplikuje osvojené početní operace v celém oboru přirozených čísel -zobecní zaokrouhlování přirozených čísel na 10 000, 100 000 a 1 000 000	1.1.2. cvičení sebeovládání, vytyčení osobních cílů a kroků k jejich dosažení	Diktát zlomků Skupinová práce Hra Soutěž
Řešení a tvorba slovních úloh k určování celku z dané poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny	-vyjádří celek z jeho dané poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny -sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem (poloviny, čtvrtiny, třetiny, pětiny, desetiny) pomocí názorných obrázků a tyto početní operace zapisuje	VMEGS Objevujeme Evropu a svět (život Evropanů-odlišnosti při vážení a měření)	-krájení dortu, pizzy -zlomkovnice
Využívání názorných obrázků (např. čtvercová síť, kruhový diagram, číselná osa)	-vysvětlí, znázorní vztah mezi celkem a jeho částí vyjádřenou desetinným číslem na příkladech z běžného života	EV – Vztah člověka k prostředí: Globální oteplování	Poznámka: Učitel v hodinách využívá uvolněné úlohy výzkumu TIMSS a úlohy z mezinárodní soutěže klokan.
Desetinné číslo Porovnávání desetinných čísel Využití názorných obrázků (čtvercová síť, kruhový diagram, číselná osa)	-přečte, zapíše, znázorní desetinná čísla v řádu desetin a setin na číselné ose, ve čtvercové síti nebo v kruhovém diagramu		
Číselná osa (kladná i záporná část)	-porovná desetinná čísla v řádu desetin a setin (využije číselnou osu, čtvercovou síť, kruhový diagram) -znázorní, přečte a zapíše na číselné ose celá čísla v rozmezí -100 až +100		

Obr. č. 7: Výťah z ŠVP pro 5. ročník – oblast Matematika (www.zsmcista.cz)

Z výše zmíněného ŠVP dále vycházejí následující tematické plány vypracované na téže základní škole. Rozpracovávají učivo do konkrétních měsíců.

Ve 4. ročníku jsou zlomky zařazeny do měsíců dubna a května. V dubnu je žák seznámen se základním popisem zlomku a měl by ovládat rozdělení celku na stejné díly. V květnu by již měl být schopen bezchybně zlomek zapsat a vypočítat část celku.

V 5. ročníku jsou kromě zlomků zaváděna i desetinná čísla. Učivo je rozloženo do šesti měsíců napříč celým školním rokem. V říjnu si žáci zopakují a oživí znalosti z nižšího ročníku, tzn. určení části z celku a zvládnutí správného zápisu ve tvaru zlomku. V průběhu listopadu a prosince si učivo prohlubují. Čtou jednoduché zápisy zlomků. Prostřednictvím modelování se seznamují s určením jedné a více částí, porovnávají, sčítají a odčítají zlomky se stejným jmenovatelem.

V prosinci se také žáci seznámí s desetinnými čísly. Nejdříve se učí číst zápis desetinného čísla a vyznačí ho na číselné ose. V lednu by již měli zvládat sčítat a odčítat

desetinná čísla s pomocí znázornění na číselné ose. V březnu je tematický celek zakončen násobením a dělením desetinných čísel čísly 10, 100 a 1 000. Následně by měl být žák schopen aplikovat dosažené znalosti při převádění jednotek.

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - MATEMATIKA

TŘÍDA - 4. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
<u>Duben:</u>				
	Žák:			
- zlomky	- seznámí se se základním popisem zlomku	1.1.1.	Kompetence k učení	Samostatná práce
- nerovnice	- ovládá rozdělení celku na stejné díly	1.1.5.	Kompetence k řešení problémů	Skupinová práce
- přímá úměrnost	- orientuje se v diagramu	1.2.1.	Kompetence komunikační	Sebehodnocení
- slovní úlohy	- řeší samostatně slovní úlohy	1.2.4.	Kompetence sociální a personální	Práce ve dvojicích
- rýsování rovnoběžníku	- samostatně narysuje rovnoběžník	1.3.1.	Kompetence občanské	Domácí práce
- obsah obdélníku a čtverce	- vypočítá obsah obdélníku a čtverce	1.3.2.	Kompetence pracovní	Soutěže

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - MATEMATIKA

TŘÍDA - 4. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
<u>Květen:</u>				
	Žák:			
- zlomky	- bezchybně zapisuje zlomky	1.1.1.	Kompetence k učení	Samostatná práce
- sčítání zlomků	- samostatně vypočítá část celku	1.1.5.	Kompetence k řešení problémů	Skupinová práce
- jednotky obsahu	- vypočítá obsahy čtverce, obdélníka	1.2.1.	Kompetence komunikační	Sebehodnocení
- průměr	- seznámí se s výpočtem průměru	1.2.4.	Kompetence sociální a personální	Práce ve dvojicích
- grafický součet, rozdíl a násobek úseček	- provádí grafický součet a rozdíl úseček	1.3.1.	Kompetence občanské	Domácí práce
- výpočet povrchu krychle a kvádru	- zvládne násobek úseček a výpočet povrchu krychle a kvádru	1.3.2.	Kompetence pracovní	Soutěže

Obr. č. 8: Výtah z Tematického plánu pro 4. ročník – oblast Matematika (www.zmscista.cz)

VYMEZENÍ PROBLEMATIKY ZAVEDENÍ ZLOMKŮ A DESETINNÝCH ČÍSEL A PRÁCE S NIMI

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
Říjen: -kombinované početní operace -rovnice -zlomky, výpočet částí z celku	Žák: -řeší slovní úlohy s kombinovanými poč. operacemi -řeší jednoduché rovnice pomocí sčítání, odčítání, násobení a dělení -určí část z celku, používá zápis ve formě zlomku	1.1.1. 1.1.5. 1.2.1. 1.2.4.	k. k řešení problémů k. k učení k. občanské k. pracovní k. komunikativní k. sociální a personální	samostatná práce sebehodnocení skupinová práce domácí práce matematické soutěže

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
Listopad: -převody plošných jednotek -jednotky rychlosti, jednotky teploty -převody jednotek času -výpočet jednoho a více dílů, výpočet jedné a více částí	Žák: -převádí plošné jednotky mm ² , cm ² , dm ² , m ² -pojmenuje jednotky rychlosti (km/h, m/s) a teploty -orientuje se v jednotkách času: s, min., h. -orientuje se v čase - den, týden, měsíc, rok, století -modeluje a určí část z celku, používá zápis ve formě zlomku -porovnává, sčítá a odčítá zlomky	1.1.1. 1.2.1. 1.1.5. 1.2.4. 1.3.1. 1.3.2.	k. k řešení problémů k. sociální a personální k. k učení k. komunikativní k. občanské k. pracovní	sebehodnocení samostatná práce skupinová práce soutěž hry práce ve dvojicích

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
Prosinec: -písemné dělení dvojcif. číslem -užití matematických vědomostí, příklady k procvičení -zlomky -desetinná čísla - seznámení	Žák: -písemně dělí dvojcif. Dělitelem v číselném oboru 0 - 1 000 000 -provádí zkoušku správnosti příkladů s písemným dělením -řeší a tvoří slovní úlohy se známými početními operacemi -modeluje a určí část z celku, používá zápis ve formě zlomku, čte jednoduché zápisy zlomků -porovnává, sčítá a odčítá zlomky se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel -přečte zápis desetinného čísla a vyznačí na číselné ose desetinné číslo	1.1.1. 1.1.5. 1.2.1. 1.2.4. 1.3.1. 1.3.2.	k. k učení k. sociální a personální k. pracovní k. občanské k. k řešení problémů k. komunikativní	samostatná práce práce ve dvojicích práce podle diktátu skupinová práce soutěž matematická hra sebehodnocení

Obr. č. 9: Výtah z Tematického plánu pro 5. ročník – oblast Matematika
(www.zmscista.cz)

VYMEZENÍ PROBLEMATIKY ZAVEDENÍ ZLOMKŮ A DESETINNÝCH ČÍSEL A PRÁCE S NIMI

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
<p><u>Leden:</u></p> <p>-užití matematických vědomostí, příklady k procvičení</p> <p>-desetinná čísla - sčítání a odčítání</p> <p>-finanční gramotnost</p>	<p><u>Žák:</u></p> <p>-řeší a tvoří úlohy s použitím probraného učiva, aplikuje poč. operace v oboru 0 - 1 000 000</p> <p>-sčítá a odčítá desetinná čísla s pomocí znázornění na číselné ose</p> <p>-řeší úlohy na téma nakupování, hotovost, bezhotovostní platba, půjčka</p>	<p>1.1.1.</p> <p>1.2.1.</p> <p>1.1.5.</p> <p>1.2.4.</p> <p>1.3.1.</p> <p>1.3.2.</p>	<p>k. k učení</p> <p>k. komunikativní</p> <p>k. pracovní</p> <p>k. sociální a personální</p> <p>k. občanské</p> <p>k. k řešení problémů</p>	<p>samostatná práce</p> <p>sebehodnocení</p> <p>skupinová práce</p> <p>práce ve dvojicích</p> <p>domácí práce</p> <p>soutěže</p>

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
<p><u>Březen:</u></p> <p>-početní operace se závorkami a bez závorek, pamětné násobení a dělení pomocí rozkladu</p> <p>-odhad výsledku</p> <p>-desetinná čísla - násobení a dělení</p>	<p><u>Žák:</u></p> <p>-řeší příklady s kombinovanými početními operacemi bez závorek a se závorkami v číselném oboru 0 - 1 000 000 000</p> <p>-provádí odhady a kontroluje výpočetem</p> <p>-přečte zápis desetinného čísla, vyznačí na číselné ose, násobí a dělí čísla 10, 100, 1000</p>	<p>1.1.1.</p> <p>1.2.4.</p> <p>1.1.5.</p> <p>1.3.2.</p> <p>1.2.1.</p> <p>1.3.1.</p>	<p>k. k učení</p> <p>k. k řešení problémů</p> <p>k. komunikativní</p> <p>k. sociální a personální</p> <p>k. občanské</p> <p>k. pracovní</p>	<p>samostatná práce</p> <p>skupinová práce</p> <p>sebehodnocení</p> <p>práce ve dvojicích</p> <p>domácí práce</p> <p>soutěže</p>

TEMATICKÝ ČASOVÝ PLÁN

VYUČOVANÝ PŘEDMĚT - Matematika

TŘÍDA - 5. ROČNÍK

Téma (konkretizované učivo)	Cíl vyučovací hodiny (konkretizovaný výstup)	Zařazená průřezová témata	Zaměření na rozvíjení klíčových kompetencí	Metody, formy práce, pomůcky
<p><u>Duben:</u></p> <p>-jednotky objemu - zapisování desetinnými čísly</p> <p>-jednotky hmotnosti - zapisování desetinným číslem</p> <p>-jednotky času, šedesátková soustava</p> <p>-části z celku - aplikace na jednotky hmotnosti, objemu, délky, času</p> <p>-části z celku - čtvrt, půl, tři čtvrtě, aplikace na jednotky délky</p>	<p><u>Žák:</u></p> <p>-převádí jednotky objemu a zapíše des. čísla</p> <p>-převede jednotky hmotnosti a zapíše des. čísla</p> <p>-orientuje se v časových údajích a šedesátkové soustavě</p> <p>-modeluje a určí část jednotek hmotnosti, objemu, délky a času</p> <p>-používá zápis ve formě zlomků včetně smíšených čísel</p>	<p>1.1.1.</p> <p>1.1.5.</p> <p>1.2.1.</p> <p>1.2.4.</p> <p>1.3.1.</p> <p>1.3.2.</p>	<p>k. k učení</p> <p>k. k řešení problémů</p> <p>k. komunikativní</p> <p>k. sociální a personální</p> <p>k. občanské</p> <p>k. pracovní</p>	<p>samostatná práce</p> <p>skupinová práce</p> <p>sebehodnocení</p> <p>práce ve dvojicích</p> <p>domácí práce</p> <p>kvíz</p>

Obr. č. 10: Výťah z Tematického plánu pro 5. ročník (pokračování) – oblast Matematika (www.zmscista.cz)

Vytvořeným tematickým plánům bych vytkla roztržitost obsahu učiva do několika měsíců. Myslím si, že je vhodnější mít vše v jedné ucelené části školního roku.

1.6 Transmisivní a konstruktivistické pojetí matematického vyučování

1.6.1 Transmisivní přístup v matematickém vyučování

V českém školním prostředí je tradičně využíván *transmisivní přístup k vyučování*, který je organizační formou představován hlavně frontální a hromadnou výukou. Žáci přijímají nové informace pasivně, ať již prostřednictvím výkladu učitele, nebo pomocí dalších zdrojů, mezi něž zahrnujeme i zdroje v elektronické podobě, dnes hojně využívané. (Zmrzlík, 2008)

Výraz *transmise* podle Akademického slovníku cizích slov označuje *přenos*. V případě matematického vyučování máme na mysli přenos „*již hotových obsahů – vědomostí, sdělení, pravidel, vzorců, pouček, algoritmů aj., ve finální podobě*“ (Novák, 2003, s. 13).

Z výše uvedeného lze vyvodit, že transmisivní pojetí výuky rozvíjí kognitivní a psychomotorickou sféru učení a podílí se na zlepšování paměti.

Hodina má tradiční strukturu, kdy se nejprve zopakuje učivo z předešlé hodiny a žáci se motivují na téma té současné, dále učitel vysvětlí nové učivo, které se dále procvičuje a nakonec vyhodnotí. (Zmrzlík, 2008)

1.6.2 Konstruktivistický přístup v matematickém vyučování

Konstruktivistické pojetí matematického vyučování se soustředí na žáka a vychází z „*konstruování poznatků na základě porovnávání nových informací získaných z různých zdrojů s původními představami (prekoncepty) žáků.*“ Žák v tomto případě aktivně participuje na získávání nových informací a při své práci vychází z vlastních individuálních zkušeností. Učitel zde vystupuje jako „režisér“ výuky. Metoda rozvíjí myšlení a tvořivost.

Konstruktivistické pojetí rozvíjí vedle kognitivní oblasti i oblast psychomotorickou a afektivní, protože, na rozdíl od transmisivního přístupu, se v hodině uplatňuje skupinová a individuální práce. Součástí výukového procesu je třídní diskuse, porovnávání výsledků, argumentace apod. Žáci činně objevují nejprve formou manipulace s řadou pomůcek, poté hledají souvislosti, zobecňují a dokazují.

Výuková hodina je strukturovaná na část evokační, uvědomění významu, procvičování a aplikace a závěrečnou část reflektivní. (Zmrzlík, 2008)

1.7 Činnostní učení

Hlavním mottem či myšlenkou činnostního učení je *hlava, ruce, srdce*. Znamená to, že hlava pracuje lépe, zaměstnáme-li současně i ruce a tělo. Tím více nás i činnost baví. Činnostní učení navíc uspokojí zároveň potřeby tří výukových stylů – zrakového, sluchového a pohybového. Postupujeme podle zásad, které sestavil již Jan Ámos Komenský, tedy od praktických aktivit k teorii, od jednoduchého ke složitému, od známého k neznámému a méně, ale často (kratičké aktivity – opakující se třeba každou hodinu).

Při činnostním učení zapojujeme do výuky řadu pomůcek a didaktických her. Didaktickou hrou rozumíme *„činnost, ve které dítě spontánně uplatňuje poznávací aktivity a realizuje poznávací činnost pod primárním vlivem příslušného pravidla, které způsobuje, že poznání a učení probíhá nezávisle jakoby ve druhém plánu“* (Růžičková, 2004, s. 13).

U didaktické hry rozlišujeme několik komponent:

- didaktický cíl,
- obsah (motivace),
- pravidla,
- prostředí, ve kterém se odehrává,
- časový rámeček,
- účastníci hry a
- potřebné pomůcky.

Za účelem zrychlení spádu aktivit ve fázi procvičování a opakování učiva je vhodné začleňovat soutěžní hry. (Růžičková, 2004)

Činnostní učení poskytuje celou řadu výhod. Je vhodné při frontální, skupinové i individuální práci. Žáci dostávají zcela přirozeně zpětnou vazbu, je jim umožněna práce s chybou a jsou vedeni k odpovědnosti za své vzdělávání. Individualizace, diferenciacce a inkluze probíhá přirozenou formou. Žáci jsou pozitivně motivováni, chtějí pracovat. Při činnostním učení lze objektivně hodnotit, tím pádem se u žáků posiluje zdravé sebevědomí. A právě sebehodnocením a samohodnocením jsou žáci směřováni k tomu, aby poznávali svoje reálné možnosti. Tedy aby věděli, co opravdu umí, co jim jde a v čem se naopak potřebují zlepšit, kde potřebují pomoci nebo v které oblasti mohou sami pomoci někomu druhému.

Žáci jsou vedeni k tomu, aby se nebáli zeptat v případě, že něčemu nerozumí, nestyděli se říci si o další vysvětlení ať už od vyučujícího, nebo spolužáků. Při činnostním učení si

žáci mohou „zahrát na učitele“ – vzájemně si individuálně dovysvětlit nejasnosti, provádět si mezi sebou kontrolu apod. Učiteli je současně dána příležitost sledovat individuální pokroky žáků.

Po vyčtení řady výhod je třeba zmínit i nevýhody, mezi které bych zařadila náročnost činnostního učení na přípravu a výrobu pomůcek a didaktických her. Dále si musíme uvědomit, že se nejedná o zcela „tradiční“ pojetí výuky zavedené na běžných školách v České republice. (www.tvorivaskola.cz)

2 RACIONÁLNÍ ČÍSLA

2.1 Historický kontext

Matematika byla součástí lidstva od počátku věků. Již v pravěku, kdy člověk začal abstraktně myslet a dorozumívat se, potřeboval vyjádřit nějaký počet. Musel mít představu, kolik členů má jeho tlupa, kolik tlupa nepřítelů, kolik je potřeba ulovit zvěře apod. Pojem číslo v tomto období vyjadřoval reálné předměty. Jako první abstraktní matematický pojem byla tedy zavedena *přirozená čísla*. Jedinými matematickými operacemi bylo sčítání a odčítání.

S rozvojem hospodářství však člověku nestačila pouze tato přirozená čísla. Bylo zapotřebí dalších, která umožňují zaznamenat výměru pole, hmotnost rozličných předmětů, objemy nádob, porovnávat množství nebo dělit úrodu. K rozvoji racionálních čísel docházelo nejdříve v oblastech, kde se brzy rozvíjelo zemědělství, obchod a řemeslná výroba. Mezi nejrozvinutější území patřila Mezopotámie, území na Arabském poloostrově kolem dvou velkých řek Eufratu a Tigridu, Egypt, Čína a Indie.

V Mezopotámii využívali šedesátkovou soustavu. Proto jsou mezi prvními užívanými zlomky zlomky s čitatelem jedna a jmenovatelem šedesát nebo s násobky šedesáti.

Na území Egypta byla nalezena nejstarší dochovaná početnice, tzv. Rhindův papyrus. Kromě jiného šlo pomocí této početnice podle zvláštních pravidel počítat se zlomky. Jednalo se ale pouze o zlomky s čitatelem jedna. „*Ostatní zlomky vyjadřovaly jako součet více zlomků s čitatelem jedna*“. (Kubínová, 2002)

Od Egyptanů převzali nauku o zlomcích Řekové, Římané a Arabové. Rozšířili užívání zlomků i do právního odvětví (např. u dědického práva), při úrokování, stavitelství a zeměměřičství.

Zlomky, tak jak je známe my, mají svůj zrod v Indii pravděpodobně ve 4. století př. n. l. V této době indiští matematici v čitateli používali kromě čísla jedna i další čísla, zvládali sčítání, odečítání, násobení i dělení. Zápis zlomku byl prozatím bez zlomkové čáry. Tu poprvé zmínil italský matematik Leonard Pisánský ve 13. století. Zapisovat se ale začala až o tři století později. (Coufalová, 2016; Vrábelová, 2008; Potůček, 2003)

Mezi běžnou populací se počítání se zlomky rozšířilo až po Velké francouzské revoluci.

Vzhledem k technickému vývoji společnosti jsou v současné době kladeny zvýšené nároky na matematické znalosti, ne počtářské dovednosti, proto jsou „*výpočty se zlomky postupně nahrazovány výpočty s desetinnými čísly*“ (Divíšek, 1989, s. 65). To však

neznamená, že by učivo o zlomcích bylo zbytečné. Jen se změnilo jeho postavení. Znalost zlomků nám dnes slouží k porozumění jiným matematickým poznatkům. (Divíšek, 1989)

2.2 Racionální čísla

„V roce 1894 vytvořil matematik J. Tannery teorii racionálních čísel jako tříd ekvivalentních dvojic celých čísel“ (Coufalová, 2016, s. 84).

Pojem racionální pochází z latinského výrazu *ratio* [ráció], který, mimo jiné, překládáme jako poměr. Zlomek představuje jedno číslo dělené druhým. Z tohoto vychází i označení množiny všech racionálních čísel – Q (z angl. quotient neboli podíl).

V odborné literatuře nalezneme řadu definic racionálního čísla. Uvedu jen některé z nich:

„Názvem racionální číslo označujeme množinu všech navzájem ekvivalentních zlomků, tj. zlomků, které se sobě rovnají. Zlomkem rozumíme uspořádanou dvojici čísel $a, b \neq 0$, kterou zapisujeme ve tvaru $\frac{a}{b}$.“ (Divíšek, 1989, s. 66)

„Racionální čísla jsou čísla, která můžeme zapsat ve tvaru zlomku, jehož číselník i jmenovatel jsou celá čísla (a jmenovatel je různý od nuly).“ (Odvárko, Kadleček, 2011, s. 65)

V odborné matematice kladná racionální čísla zavádíme jako uspořádané dvojice dvou přirozených čísel, tzn. $[a, b]$, kde $a, b \in N$ a $b \neq 0$.

Pro žáky 1. stupně ZŠ je optimální a snadno přijatelná jednoduchá definice Jiřího Hermana et al. (2004, s. 9), která uvádí, že *„každé číslo vyjádřené zlomkem se nazývá racionální.“*

2.3 Zlomky a desetinná čísla na 1. stupni ZŠ

Na ZŠ rozšiřujeme číselný obor následujícím postupem:

přirozená čísla \rightarrow zlomky (4. roč.) \rightarrow desetinné zlomky (5. roč.) \rightarrow celá čísla (5. roč.) \rightarrow
 \rightarrow racionální čísla (2. st. ZŠ) \rightarrow reálná čísla (2. st. ZŠ)

Přestože RVP ZV zařazuje zlomky a desetinná čísla do učiva 2. období 1. stupně ZŠ, pojem racionální čísla na tomto stupni vzdělávání nezavádíme. (Coufalová, 2016, s. 67)

2.3.1 ZLOMKY NA 1. STUPNI ZŠ

Žáci získají představu o zlomku na základě názoru. Se zlomky neprovádějí žádné výpočty. Zlomkem v tomto období rozumíme *„velikost části celku (nikoli číslo) nebo číselný*

operátor, který dané přirozené číslo (počet prvků celku) přemění na jiné přirozené číslo (počet prvků části)“. (Divíšek, 1989, s. 65)

Tony Crilly (2010, s. 12) pak zlomek vysvětluje jako „rozlámané číslo“. Příkladem bývá typicky koláč, dort či pizza, které rozkrojujeme na díly.

Na 1. stupni by žáci měli zvládnout následující učivo o zlomcích:

- zápis zlomku (určí čitatele, jmenovatele a zlomkovou čáru),
- zlomek jako označení části celku,
- zlomek jako operátor – zlomek dané přirozené číslo (počet prvků celku) „přemění“ na jiné přirozené číslo (počet prvků části),
- porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem,
- početní operace se zlomky – sčítání a odčítání zlomků se stejným jmenovatelem v oboru kladných čísel. (RVP ZV, 2021, s. 32; Divíšek, 1989; Coufalová, 2016)

a) Zápis zlomku

Zlomek zapisujeme pomocí dvou, na 1. stupni ZŠ přirozených, čísel nad sebou. Horní číslo pojmenováváme čítemel, spodní nazýváme jmenovatelem. Mezi nimi zakresluje zlomkovou čáru. Zapisujeme ho následujícím způsobem:

$$\frac{\text{čítatel}}{\text{jmenovatel}} \leftarrow \text{zlomková čára}$$

Čítatel (horní číslo) udává počet kmenových zlomků. Jmenovatel (dolní číslo) udává, na kolik částí je rozdělen celek. Jestliže se čítatel rovná jmenovateli, zlomek se rovná jedné.

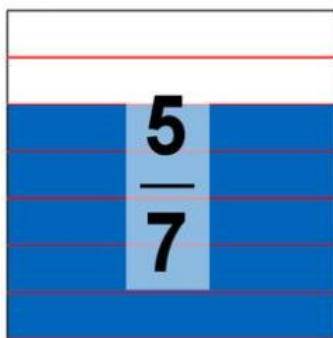
b) Zlomek jako označení části celku

Nejprve žáky seznamujeme se zlomky s čítemelem jedna neboli *kmenovými zlomky*. Žáci řeší zadané úlohy početně, geometricky či jinými vhodnými postupy. Odlišné prostředky řešení úkolů umožní žákům poznat, že úlohy obvykle nemají jen jeden možný způsob řešení.

Při určování, jakou část celku zlomek udává, postupujeme ve dvou krocích:

- celek rozdělíme na stejné části – počet částí udává jmenovatel,
- z těchto částí celku utvoříme množinu tolika částí, kolik udává jmenovatel.

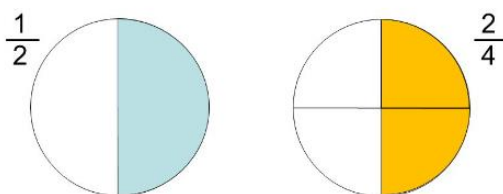
Příklad:



Obr. č. 11: Znáznornění zlomku $\frac{5}{7}$

Později se žáci setkají se zlomky s odlišným čitatelem od jedné. Dojdeme i k případu, kdy žáci na základě názoru poznají, že dva různě zapsané zlomky mohou vyjadřovat tutéž část celku. (Divíšek, 1989, s. 67)

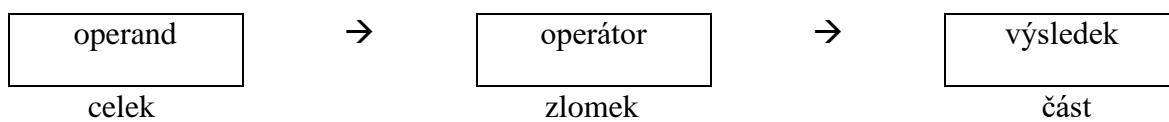
Příklad:



Obr. č. 12: Znáznornění zlomků $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$

c) Zlomek jako číselný operátor

Zlomek lze chápat i jako operátor konkrétní činnosti (soubor instrukcí), který schematicky znázorníme takto:



Příklad:

$$\frac{2}{3} \text{ z } 9 = 6$$

celek 9 → zlomek $\frac{2}{3}$ → část 6

(Divíšek, 1989, s. 71)

Z výše popsaného schématu je evidentní, že lze vytvořit tři typy úloh o zlomcích v závislosti na skutečnosti, kterou ze tří komponent zjišťujeme:

- **určení části daného celku**

Příklad:

$$\text{Určete } \frac{2}{4} \text{ z } 12.$$

Postup řešení:

Množinu 12 prvků rozdělíme na čtyři stejné podmnožiny (části). Početně řešíme:

$$12 : 4 = 3$$

Následně sjednotíme dvě podmnožiny. Početně:

$$3 \cdot 2 = \underline{6}$$

- **určení celku**

Příklad:

$$\text{Určete } x, \text{ jestliže } \frac{2}{4} \text{ z } x = 6.$$

Postup řešení:

Množinu o šesti prvcích rozdělíme na dvě stejné podmnožiny (části). Početně řešíme:

$$6 : 2 = 3$$

Přičemž každá podmnožina představuje jednu čtvrtinu celku. Počet prvků v celku je početnost čtyř takovýchto čtvrtin. Početně řešíme:

$$3 \cdot 4 = \underline{12}$$

- **určení zlomku** (tento typ úlohy na 1. stupni neřešíme)

Příklad:

$$\text{Určete zlomek } \frac{x}{y} \text{ tak, aby } \frac{x}{y} \text{ z } 12 = 6.$$

(Divíšek, 1989, s. 71-73)

d) Porovnávání zlomků

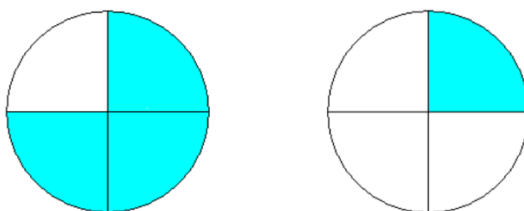
Podle RVP ZV porovnáváme na 1. stupni ZŠ pouze zlomky se společným jmenovatelem. Porovnávání zlomků se stejným čitatelem není obsahem učiva 1. stupně.

Uvažovala bych v tomto případě o změně. Myslím si, že by žáci měli za pomoci názoru v tomto období získat představu o velikosti alespoň kmenových zlomků.

Při porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem je větší ten zlomek, který má většího čitatele.

Příklad:

$$\frac{3}{4} > \frac{1}{4}$$



Obr. č. 13: Znárodnění porovnávání zlomků $\frac{3}{4}$ a $\frac{1}{4}$

Jak je znázorněno na obrázku, oba zlomky jsou rozděleny na čtvrtiny, zobrazují čtvrtinu z celku. Je více mít tři čtvrtiny než pouze jednu.

e) Sčítání a odčítání zlomků

Vzhledem k tomu, že na 1. stupni sčítáme (odčítáme) pouze zlomky se stejným jmenovatelem, pravidlo pro počítání je velmi jednoduché. Sečteme (odečteme) čísla v čitateli, jmenovatele opíšeme.

Příklady:

$$\frac{4}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4 + 2}{5} = \frac{6}{5}$$

$$\frac{8}{11} - \frac{5}{11} = \frac{3}{11}$$

2.3.2 Vztah mezi desetinným číslem a zlomkem, desetinný zlomek

„Desetinné číslo je zápis zlomku v desítkové soustavě pomocí desetinné čárky.“
(Janurová, Janura, 1999, s. 50)

Zlomky v praktickém životě i ve vědě vyjadřujeme desetinnými čísly. Proto nejjednodušší způsob převodu zlomku na desetinné číslo je vydělení čitatele jmenovatelem:

$$\frac{4}{5} = 4 : 5 = 0,8 \quad (\text{Janurová, Janura, 1999})$$

Máme však i sofistikovanější způsoby. Je-li zlomek desetinný, tedy ten, který má ve jmenovateli mocninu čísla 10 a zapisujeme ho $\frac{a}{10^n}$, kde a je celé číslo a n je číslo přirozené, převádíme ho následujícím způsobem:

Příklady:

$$\frac{3}{100} = \frac{3}{10^2} = 0,03 \quad \frac{2562}{1000} = \frac{2562}{10^3} = 2,562$$

(Divíšek, 1989. s. 66)

2.3.3 Desetinná čísla na 1. stupni ZŠ

Desetinná čísla zařazujeme do učiva po zavedení desetinných zlomků, protože žáky v této fázi učíme převádět na desetinná čísla pouze desetinné zlomky.

Desetinná čísla zapisujeme užitím jejich celé části a desetinné části, mezi které zapisujeme desetinnou čárku.

Příkladem může být číslo 23,36:

celá část \rightarrow 23 , 36 \leftarrow desetinná část

\uparrow desetinná čárka

Na 1. stupni by žáci měli zvládnout následující učivo o desetinných číslech:

- čtení zápisu desetinného čísla,
- vyznačení desetinného čísla na číselné ose,
- porovnávání desetinných čísel na číselné ose. (RVP ZV, 2021, s. 32)

a) Porovnávání desetinných čísel

Desetinná čísla na 1. stupni nejprve porovnáváme na číselné ose, nebo si vypomůžeme přirozenými čísly.

Porovnáváme-li čísla na ose, je větší vždy to číslo, které leží více vpravo. Analogicky menší číslo je to ležící více vlevo.

Také je možné porovnávat desetinná čísla pomocí analogické metody, kterou jsme využívali při porovnávání přirozených čísel. Jako první porovnáme celky. Jestliže jsou rozdílné, výsledek můžeme určit ihned. V případě, že jsou celky stejně velké, začneme porovnávat další řády.

Příklad:**Porovnejte čísla 52,23 a 52,26.**

Postup řešení:

V rádech desítek, jednotek i desetin máme stejná čísla. Proto o velikosti zadaných čísel rozhodnou až čísla, která jsou v řádu setin. Tedy:

$$\begin{array}{ccc} \underline{52,23} & & \underline{52,26} \\ 3 < 6 & \rightarrow & 52,23 < 52,26 \end{array}$$

Při porovnávání si rovněž můžeme vypomoci přirozenými čísly. Jestliže porovnáváme pomocí přirozených čísel, postupujeme následujícím postupem:

Příklad:**Porovnejte následující čísla: 0,58 a 0,058.**

$$\rightarrow 0,580 \quad 0,058 \quad / \cdot 1000 \quad \rightarrow \quad 580 \quad > \quad 58$$

V případě využití přirozených čísel musíme nejprve mít čísla zapsaná na stejný počet řádů (u čísla 0,58 musíme připsat nulu do řádu tisícín), v dalším kroku odstraníme desetinnou čárku (vynásobíme obě čísla tisícem). Nyní názorně vidíme, že číslo 580 je větší než 58. Analogicky to platí i pro původní desetinná čísla.

Další z metod pro porovnávání desetinných čísel je postupné porovnávání jednotlivých řádů ve směru zleva doprava, tedy od nejvyššího řádu. V uvedeném příkladu jsou nejvyšším řádem jednotky. U obou porovnávaných čísel je v řádu jednotek stejné číslo: 0. Čísla jsou si rovna a nelze určit, které je větší/menší. Musíme postupovat v rádech dál. Na pozici desetin máme v prvním případě číslo 5, ve druhém číslo 0. Protože 5 je větší než 0, desetinné číslo 0,58 musí být zákonitě větší než číslo 0,058. Tím máme příklad vyřešený (Coufalová, 2016, s. 65).

U žáků na 1. stupni ZŠ využíváme pro porovnávání první a druhou zmíněnou metodu.

V případě, že žáci již perfektně ovládají výše zmíněné učivo, můžeme na závěr tematického celku zařadit navíc zaokrouhlování desetinných čísel a také jejich sčítání a odčítání, ať již pamětné (pouze s jednoduchými příklady typu $0,2 + 0,3 = 0,5$), anebo písemné. Jedná se o nenáročné učivo. Žáci s ním nemívají zásadní problémy, protože mohou vycházet ze svých znalostí z již probrané problematiky přirozených čísel. S desetinnými čísly pracujeme velice obdobně.

b) Zaokrouhlování desetinných čísel

Při zaokrouhlování desetinných čísel postupujeme stejným způsobem jako u čísel přirozených.

Příklady:

Zaokrouhlete na desetiny číslo 0,368.

$$0,368 \doteq 0,4$$

Zaokrouhlete na setiny číslo 0,368.

$$0,368 \doteq 0,37$$

c) Sčítání a odčítání desetinných čísel

Sčítání desetinných čísel si ukážeme ihned na příkladu:

Příklad:

$$0,2 + 0,5 = \frac{2}{10} + \frac{5}{10} = \frac{7}{10} = 0,7$$

Jelikož se pohybujeme v desetínách, rozdělíme si pomyslný koláč na 10 dílů. Sečteme-li 2 díly a 5 dílů, dostaneme celkem 7 dílů, tedy sedm desetin.

Při odčítání postupujeme obdobným způsobem.

PRAKTICKÁ ČÁST

3 ZAVÁDĚNÍ ZLOMKŮ

3.1 Činnostní vytváření představy zlomku

Žáci se se zlomky setkávají v různých formách již od 1. ročníku. Oficiálně jsou však v RVP ZV zařazeny až od druhého období 1. stupně. Protože jsou ŠVP na jednotlivých školách rozdílné, můžeme se setkat s proměnlivým zařazením učiva o zlomcích (příp. desetinných číslech) ve 4. a 5. ročníku. Některá škola má učivo zařazeno již ve 4. ročníku, jiná pak to samé až v ročníku pátém a obráceně. Nelze jednoznačně říci, která z variant je lepší. To podstatné je, aby žáci v období 1. stupně získali perfektní základy učiva o zlomcích a desetinných číslech. Z nich později budou vycházet na 2. stupni ZŠ.

V úvodu tematického celku učiva zaměřeného na zlomky či desetinná čísla bychom jako vyučující měli zjistit, jakou mají žáci představu o zlomku (příp. desetinném čísle), s jakými prekoncepty můžeme pracovat. Rovněž v případě, že začínáme s učivem po nějaké době, kupříkladu v 5. ročníku začneme navazovat na učivo probírané ve 4. ročníku, vždy bychom měli zařadit všechny části, tzn. zopakujeme ty znalosti, které by již žáci měli bezpečně ovládat. Teprve podle zjištění, jak si žáci předešlé učivo zapamatovali a osvojili, jak s ním pracují, zvyšujeme obtížnost a můžeme přistoupit k jeho rozšíření.

Dobrym pomocnikem pro učitele k diagnostice stavu znalostí je myšlenková mapa, která navíc u žáků rozvíjí logické myšlení a jejich schopnosti formulovat myšlenky.

Příklad myšlenkové mapy pro učitele:

Zlomky

- zavedení zlomků (čitatel, jmenovatel, zlomková čára),
- znázorňování zlomků (koláč),
- zápis a čtení,
- porovnávání zlomků,
- výpočet části z celku,
- sčítání a odčítání zlomků,
- desetinné zlomky – jsou již takovým „schůdečkem“ k desetinným číslům,
- smíšená čísla.



Obr. č. 14: Myšlenková mapa pro učitele na téma zlomků (vlastní zpracování)

Kromě myšlenkové mapy je možné aplikovat na úvod otázky jako např.:

„Na kolik částí rozdělujeme fotbalový/hokejový zápas?“

„Když rodiče koupí pizzu, na kolik částí si ji rozdělíte? Kolik částí sníš ty?“

„Když pizzu rozpůlíš/rozčtvrtíš, kolik částí bude mít?“

„Když se chceš o koláč rozdělit se svým nejlepším kamarádem, kolik koláče mu dáš, abyste oba měli stejně? A když by ses chtěl spravedlivě rozdělit se dvěma kamarády?“

Zvládne-li žák zodpovědět výše zmíněné otázky, jeho počáteční znalosti jsou dostačující a můžeme navázat novým učivem, zavádět nové pojmy a prohlubovat znalosti o zlomcích.

Pojem zlomek zavádíme na 1. stupni ZŠ názornou metodou, na základě vizualizace pomocí grafického znázornění, nebo si žáci mohou zlomky „osahat“ pomocí manipulace s různými pomůckami.

Při všech níže zmiňovaných aktivitách vycházíme z praktického života, ze znalostí žáků, z toho, jak oni sami běžně pracují se zlomky, aniž vědí, že se o zlomky jedná. Zařazujeme úsudkové úlohy i úlohy ze života.

K níže zmíněným aktivitám budeme potřebovat:

- víčka z PET lahví – ideální je mít všechna stejně velká, aby si žáci od začátku fixovali, že části jsou stejně velké



Obr. č. 15: Ukázka PET víček (vlastní zpracování)

- čtverečkový papír (velikost čtverečků 1×1 cm)

Žákům buď nakopírujeme listy čtverečkového papíru, nebo si pořídí sešit číslo 5110.



Obr. č. 16: Ukázka čtverečkového papíru a sešitu č. 5110 (vlastní zpracování)

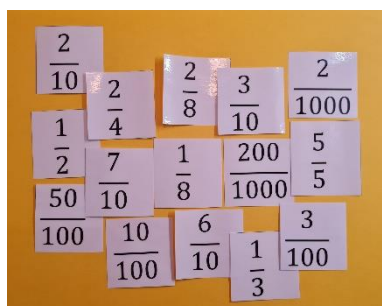
- karty s čísly

Karty s čísly si žáci mohou vyrobit sami nebo je připraví učitel. Aby vydržely delší dobu, zalaminujeme je. Aby mohl učitel vše, co mají žáci dělat na lavici, ukazovat, vyrobí si pro sebe karty větší a na jejich zadní stranu nalepí kousek magnetické pásky. Takto vyrobené karty může přikládat na magnetickou tabuli.



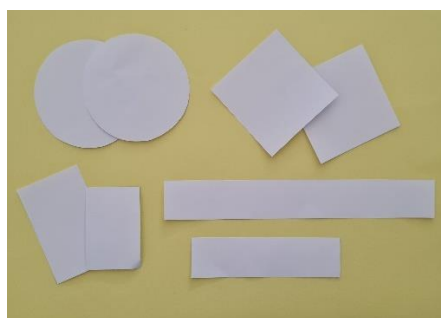
Obr. č. 17: Ukázka karet s čísly (vlastní zpracování)

- karty se zlomky



Obr. č. 18: Ukázka karet se zlomky (vlastní zpracování)

- různé geometrické tvary (kruh, čtverec, obdélník)



Obr. č. 19: Ukázka geometrických tvarů (vlastní zpracování)

- kostky (příp. desetistěnné kostky)



Obr. č. 20: Ukázka kostky a desetistěnné kostky (vlastní zpracování)

3.1.1 Zavedení zlomků

V úvodní hodině žákům dopředu neříkáme, že se budeme učit o zlomcích. Žáci si na lavici před sebe vyskládají geometrické tvary (čtverec, obdélník, kruh) nebo PET víčka.

Geometrické tvary můžeme žákům předchystat nebo si je v rámci výuky geometrie či pracovních činností mohou připravit sami. Procvičí se tím v rýsování i vystřihování. Obdélníky vytvoříme v různých šířkách i délkách, aby si žáci lépe představili věc, kterou mají znázorňovat (čokoláda, prkno apod.). Délky volíme nejlépe tak, aby se nám prkna dobře dělila na třetiny, čtvrtiny, šestiny.

Využijeme představivosti žáků a všechny tyto pomůcky nám nyní budou zastupovat věci velmi dobře známé z praktického života.

Příklady aktivit s geometrickými tvary:

A: Vezměte si polovinu čokoládové tyčinky (obdélník, žáci by měli samostatně na tvar přijít).

Otázky učitele:

„Na kolik částí jste tyčinku rozdělili?“ – na dvě

„Která ze dvou částí je větší?“ – jsou stejné

V případě, že má žák jednu polovinu větší, nemá poloviny! Je třeba ho na to upozornit! Neexistuje větší a menší půlka.

A: Vezměte si čtvrtinu polárkového dortu (čtverec).

Otázky učitele:

„Jak to uděláte? – rozdělíme ho na čtyři části

„Jak ho rozdělíte na čtyři?“ – na půl a na půl

„Která z těch čtvrtin je největší?“ – žádná, všechny jsou stejně velké

VeźmĚte si prkno (obdĚlnĚk) a rozřĚzĚte si ho na třetiny.

Otázky uĉitele:

„Kolik mĚte ĉastĚ?“ – třĚ

„Jsou vřechny stejnĚ?“ – ano

A: VeźmĚte si pizzu (kruh) a snĚzte třĚ osminy.

Otázky uĉitele:

„Jak to udĚlĚme?“ – pizzu si rozdĚlĚme na osm stejnĚch ĉastĚ a vybereme třĚ.

S ŹĚky si ukĚžeme (sami vymyslĚ), jak jednoduře rozdĚlĚme kruh na osm ĉastĚ. Kruh si mohou opravdu nastřĚhat, vybrat třĚ ĉastĚ a dĚt stranou.

ObdobnĚm zpŮsobem mŮžeme pokračovat s dalřimi přĚklady. ŹĚci musĚ chĚpat, Źe vřechny ĉastĚ JSOU STEJNĚ!

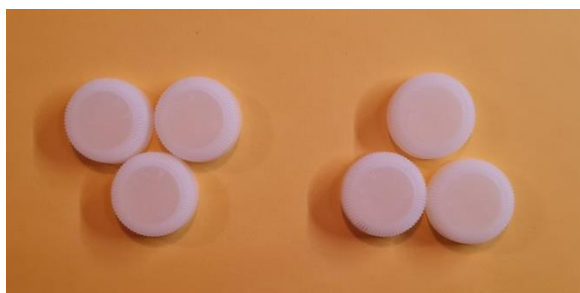
PřĚklady aktivit s PET vĚĉky:

A: MĚme balenĚ vĚjĚek s řesti vejci. Maminka z poloviny udĚlĚla mĚchanĚ vĚjĚĉka.

Otázky uĉitele:

„Z kolika vĚjĚĉek byla mĚchanĚ vĚjĚĉka přĚpravena?“ – ze třĚ

ŹĚci si skuteĉnĚ nachystajĚ řest PET vĚĉek a demonstrujĚ, Źe polovinu odebrali na přĚpravu jĚdla.



Obr. ĉ. 21: UkĚzka řeřenĚ přĚkladu rozdĚlenĚ řesti PET vĚĉek na poloviny (vlastnĚ zpracovĚnĚ)

A: VeźmĚte si osm bonbonŮ. Ātvrtinu dejte kamarĚdovi.

Otázky uĉitele:

„Kolik bonbonŮ jste kamarĚdovi dali?“ – dva

„Jak jste na to přĚřli?“ – vytvořili jsme si z bonbonŮ ĉtyři stejnĚ velkĚ hromĚdky, jedna hromĚdka je ĉtvrtina



Obr. č. 22: Ukázka demonstrace řešení příkladu rozdělení osmi PET víček na čtvrtiny (vlastní zpracování)

Stejným způsobem můžeme rozdělovat cokoli, co žáci bezpečně znají, s čím se často setkávají. V této fázi pro nás není důležitý konkrétní počet, ale uvědomění si, že všechny části jsou stejné.

3.1.2 Znázorňování zlomků

Při znázorňování zlomků zásadně používáme k demonstraci pouze celek z jednoho kusu (např. pizza, koláč, čokoláda aj.), který rozdělujeme na díly. Ale můžeme použít i celek ze stejných částí (vejílka, bonbony, PET víčka), jak bylo vidět i při zavedení zlomků.

Příklady aktivit:

A: Vezměte si pizzu (kruh) a rozdělte ji na čtvrtiny.

„Kolik máte částí?“ – čtyři

„Kdo má všechny části stejně velké?“ – žáci si zkusí dát části na sebe pro kontrolu jejich velikosti. Pizzu si mohou i rozstříhat.

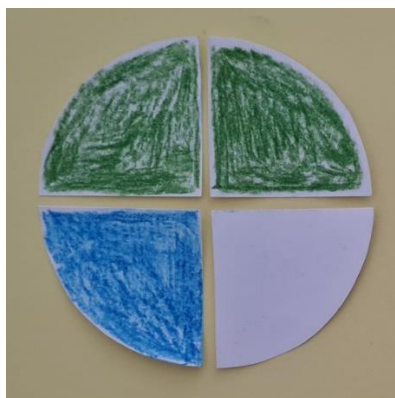
Jednu čtvrtinu vybarvěte modře, další dvě čtvrtiny vybarvěte zeleně.

„Kolik máte bílých čtvrtin?“ – jednu

Ukažte mi ji.

„Kolik je barevných čtvrtin?“ – tři

„Kolik čtvrtin není zelených?“ – dvě



Obr. č. 23: Ukázka rozdělení kruhu na čtvrtiny (vlastní zpracování)

A: Vezměte si šest PET víček a rozdělte je na třetiny.

„Kolik máte hromádek?“ – tři

„Kolik máte třetin?“ – tři

„Která třetina je největší?“ – žádná, jsou stejné



Obr. č. 24: Ukázka rozdělení šesti PET víček na třetiny (vlastní zpracování)

Opět nás prozatím nezajímá, kolik víček/knoflíků aj. je v které hromádce. Opravdu jde pouze o uvědomění si, že když mám celek rozdělit na třetiny, budou to tři stejné hromádky.

3.1.3 Čtení a zápis zlomků

V následujících aktivitách směřujících k naučení a pochopení žáků čtení a zápisu zlomků budeme potřebovat kartičky, pastelky, čtverečkovaný papír a hrací kostku (příp. desetistěnnou kostku).

Aktivity na úvod:

A: Učitel napíše na tabuli zlomek a přečte ho. Žáci stejný zlomek složí ze svých kartiček (kartička s číslem nahoře/čitatel, kartička s číslem dole/jmenovatel, zlomkovou čáru mezi nimi znázorníme pastelkou).



Obr. č. 25: Ukázka znázornění zlomku pomocí karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Učitel vybízí žáky: „Aničko, přečti tento zlomek. Honzíku, přečti ho ještě jednou. Teď ho přečtou jen holky. A teď jen kluci.“

Při této příležitosti zavádíme pojem jmenovatel, který je dole (zlomek se tak jmenuje), a čitatel, který je nahoře (kolik částí čítá). Žáci si tak vytvoří jakousi pomůcku k zapamatování umístění čitatele a jmenovatele v zápisu zlomku.

Následující aktivity:

A: Učitel diktuje čísla ve tvaru zlomku. Někteří žáci zapisují na tabuli (např. čtyři vedle sebe zapisují jedno číslo), ostatní skládají v lavici.

Žáci v lavicích zkontrolují, jestli mají stejný zápis jako žáci u tabule, příp. zda jsou zápisy na tabuli správné. Pokud někdo správně nemá, samostatně si opraví. Tím, že zároveň pracují na tabuli čtyři žáci, stihne se během krátké chvílky vystřídat celá třída.

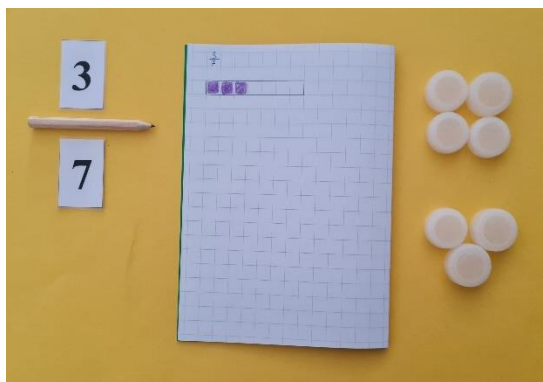
A: Zapište čitatele, jmenovatele. Přečtěte a znázorněte zlomek:

Nachystejte si zlomkovou čáru (tužka), do čitatele dejte číslo 3 a do jmenovatele číslo 7.

„Přečtěte zlomek.“ – tři sedminy.

„Znázorněte $\frac{3}{7}$ na proužku čtverečkovaného papíru.“ (žáci si orámují obdélníček o sedmi čtverečcích a tři vybarví)

„Znázorněte $\frac{3}{7}$ pomocí PET víček.“ (žáci si vezmou sedm PET víček a tři si dají stranou)



Obr. č. 26: Ukázka znázornění zlomku pomocí karet s čísly a tužky, pomocí čtverečkováného papíru a pomocí PET víček (vlastní zpracování)

A: Házení kostkami ve dvojicích či skupinách

Žáci mají dvě hrací kostky (klasické nebo desetistěny). Kostkami házejí. První číslo do čitatele, druhé do jmenovatele. Ve skupině si vzniklý zlomek přečtou, správnost čtení si vzájemně zkontrolují. Zlomky zapisují do sešitu, na papír nebo skládají z kartiček na lavici.

A: Hry s kartami se zlomky

Každý žák si rychle vytvoří kartu se zapsaným zlomkem podle instrukcí vyučujícího.

Příklad:

Zapište zlomek, který má v čitateli i jmenovateli jednociferné číslo. Žáci se s kartami postaví.

„Kdo má v čitateli číslo 3, zvedne pravou ruku.“

„Kdo má ve jmenovateli číslo 8, zvedne levou nohu.“

„Kdo má v čitateli sudé/liché číslo, udělá krok vpřed/vzad.“

„Kdo má ve jmenovateli číslo větší než pět, udělá krok vlevo/vpravo.“

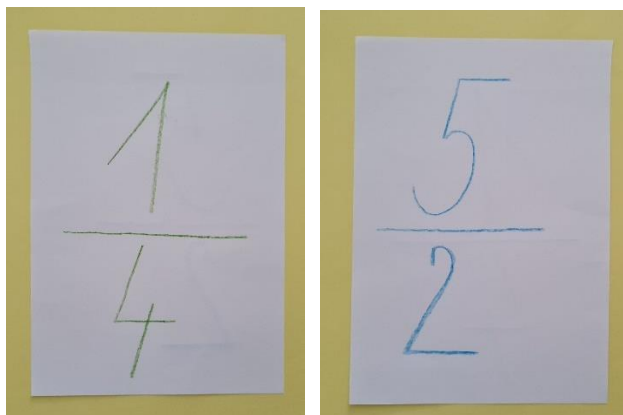
„Kdo má v čitateli číslo, které vzniklo součtem $2 + 2$, udělá dřep.“

... vyskočí, zatočí se apod.

A: Já, „zlomek“, volám TEBE, „zlomku“

Žáci si vytvoří kartu se zapsaným libovolným zlomkem. Kartu drží, aby na ni ostatní dobře viděli, a říkají:

„Já, zlomek $\frac{1}{4}$, volám tebe, zlomku $\frac{5}{2}$. Žák se zlomkem $\frac{5}{2}$ pokračuje: „Já, zlomek $\frac{5}{2}$, volám TEBE, zlomku ... (vybere jiného spolužáka, přečte jeho zlomek a ten pokračuje dále stejným systémem).



Obr. č. 27: Ukázka karet vytvořených žáky ke hře Já, „zlomek“, volám TEBE, „zlomku“ (vlastní zpracování)

Jedná se o velice svižnou aktivitu, při níž se během chvilky vystřídá celá třída a žáci se procvičí ve správném čtení zlomků.

3.1.4 Výpočet části z celku

- **Pomocí názoru**

- a) Část z celku

Na 1. stupni se jedná pravděpodobně o nejobtížnější učivo se zlomky. Stejně jako v předešlých činnostech se zlomky začínáme pomocí názoru s předměty z praktické činnosti. Aktivity zařazujeme žákům postupně, s další částí pokročíme, až když většina třídy zvládne učivo právě probírané. Protože pracujeme přes názor s manipulací s předměty, žáci zvládnou učivo pochopit během krátkého času, a proto velmi rychle postupujeme kupředu.

Nejprve pracujeme se zlomky, které mají v čitateli číslo 1. Díky práci s názorem si žáci sami vyvodí pravidlo pro výpočet části z celku pomocí výpočtu.

Aktivity s PET víčky:

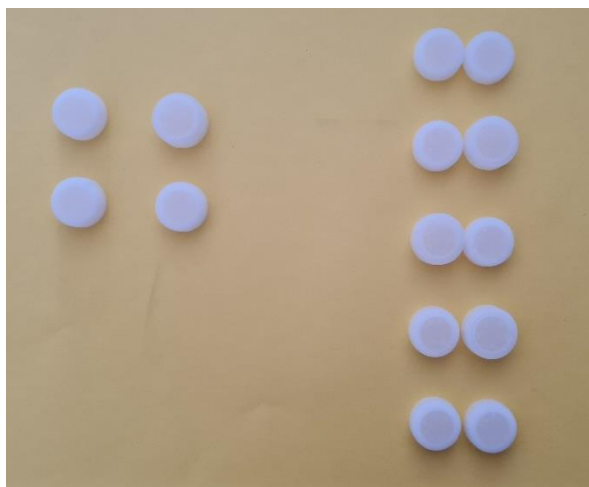
A: Vezměte si čtyři PET víčka a rozdělte je na čtvrtiny.

„Kolik víček je jedna čtvrtina?“ – jedno

Vezměte si 10 víček.

„Kolik je $\frac{1}{5}$?“ – dvě

„Jak jste na to přišli? – rozdělili jsme si víčka na pět stejných hromádek, na jedné hromádce máme dvě víčka



Obr. č. 28: Ukázka zlomku a jeho částí pomocí PET víček (vlastní zpracování)

Aktivitu děláme několikrát dokola. Vidíme-li, že si jsou žáci již jistí, zařadíme úkol těžší.

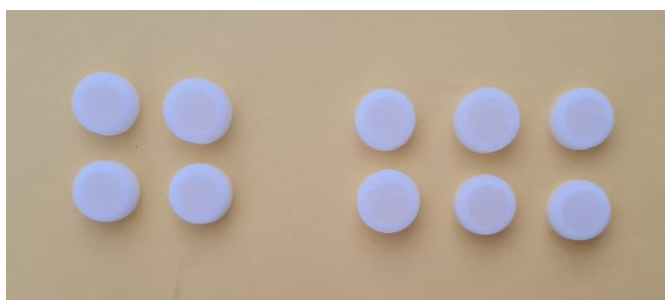
A: Máme 10 PET víček.

„Kolik víček je $\frac{1}{5}$? – dvě

„Kolik víček jsou $\frac{2}{5}$?“ – čtyři

„Jak jste na to přišli?“ – vzali jsme si dvě hromádky a dohromady to jsou čtyři víčka

($2 + 2 = 4$)



Obr. č. 29: Ukázka řešení výpočtu části z celku z pomocí PET víček (vlastní zpracování)

Společně vyřešíme několik variant příkladů a následně necháme žáky pokusit se samostatně vyvodit pravidlo a dopátrat se, jak se matematicky dopočítat k výsledku.

b) Celek z části

Žáci by již měli ovládat výpočet části z celku. Můžeme pokročit dále. Nyní se přeorientujeme na obrácený postup, tedy výpočet celku z části.

A: Vezměte si dvě PET víčka. Představte si, že to je pouze $\frac{1}{3}$ z celkového počtu víček.

„Kolik víček je celek?“ – šest

„Jak jste na to přišli?“ – Vzali jsme si dvě víčka, to je jedna třetina. Pak jsme přidali další třetinu (dvě víčka) a třetí třetinu (dvě víčka). Celkem tedy šest víček ($2 + 2 + 2 = 6$)



Obr. č. 30: Ukázka řešení výpočtu celku z části pomocí PET víček (vlastní zpracování)

Napoprvé se zeptáme (na výsledek zpočátku přijdou cca dva žáci): „Myslíte si, že to Honzík vymyslel správně? Pojd'te to vyzkoušet, ověřit.“

Vyzkoušíme obráceným způsobem na stejném příkladu. Měli bychom dospět k hromadnému „Aha“ efektu. Provedeme s žáky dva až tři další příklady (vždy ověříme přes obrácený způsob), aby všichni měli možnost sami si vyzkoušet, jak dojít ke správnému výsledku.

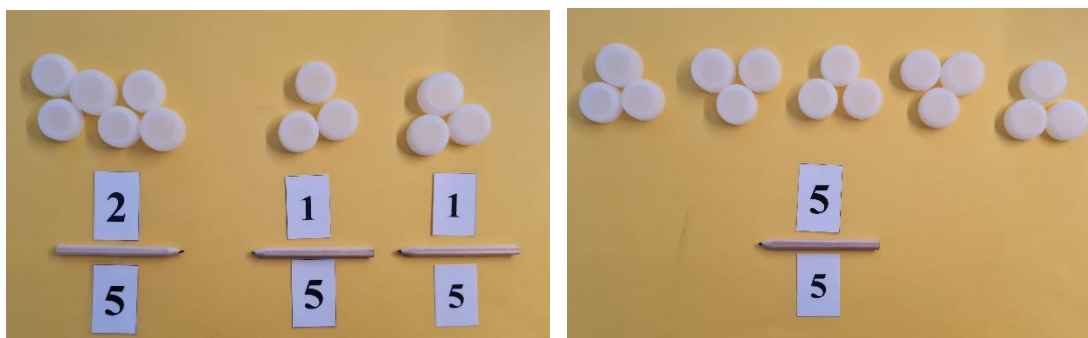
Další aktivitu ještě ztížíme.

A: Již umíme vypočítat celek, když známe např. $\frac{1}{3}$ z celku. Ted' si představte, že já mám $\frac{2}{5}$ z celé části, a to je šest víček.

„Kolik jsem měla původně víček?“ – patnáct

„Jak jste k tomu přišli? Porad'te ostatním.“ – přes $\frac{1}{5}$, tzn. když $\frac{2}{5}$ je šest víček, $\frac{1}{5}$ jsou tři víčka.

„A jak to víš, že jsou to tři víčka?“ ... opět dovysvětlí – rozdělím to na půlku, abych měl tu $\frac{1}{5}$. Celek má $\frac{5}{5}$ ($5 \cdot 3 = 15$).



Obr. č. 31: Ukázka řešení výpočtu celku z části pomocí PET víček a karet s čísly (vlastní zpracování)

Žáci si postupně znázorní jednotlivé kroky, tak jak jdou za sebou, aby si „to“ ohmatali, osahali. Tím, že dostávají „návod“ od spolužáka (od vrstevníka), je pro ně učivo zajímavější než když jim princip výpočtu vysvětluje pouze učitel.

- **výpočtem**

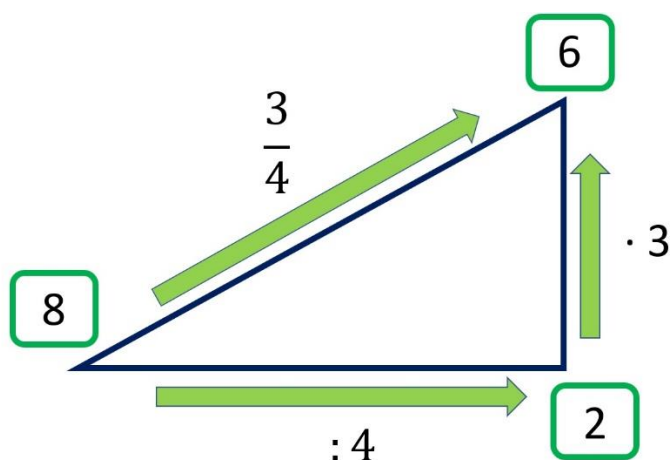
S žáky brzy dojdeme k poznání, že všechno znázorňovat pomocí PET víček nemůžeme. Bylo by to velmi nepraktické a nebavilo by je to, protože by to dlouho trvalo. Takže se raději naučíme, jak příklady se zlomky jednoduše vypočítat.

Nejprve je seznámíme s tzv. „magickým trojúhelníkem“, který je pro první krůčky s počítáním se zlomky ideální. Později žáci sami dojdou k poznání, že je trojúhelník vlastně zdržuje a použití běžného matematického zápisu pro ně bude pohodlnější a výpočty zvládnou rychleji bez něho. Žáky tedy necháme vybrat, jak dlouho chtějí trojúhelník používat, ti bystřejší velmi rychle přejdou na klasický zápis, žáci s podpůrnými opatřeními trojúhelník používají dlouho a po hodně slabých žácích je optimální vyžadovat využití trojúhelníku dlouhodobě.

Trojúhelník má za úkol pomoci žákům uspořádat matematické operace. A i když pracují se stejnými matematickými operacemi, zapisování údajů do kouzelného trojúhelníku pro ně bude mnohem zábavnější a lákavější a rychleji probíraném učivu porozumí.

Zpočátku při jeho používání, i při používání matematického zápisu, necháme žáky pro ověření správnosti výpočtu provést kontrolu pomocí PET víček.

S trojúhelník pracujeme podle schématu zobrazeného na obr. č. 32 (schéma žákům neukazujeme, je určeno pouze pro pedagoga):



Obr. č. 32: *Magický trojúhelník pro výpočet části z celku (schéma pro učitele)* (Divíšek, 1989, s. 71)

S žáky zavádíme trojúhelník takto:

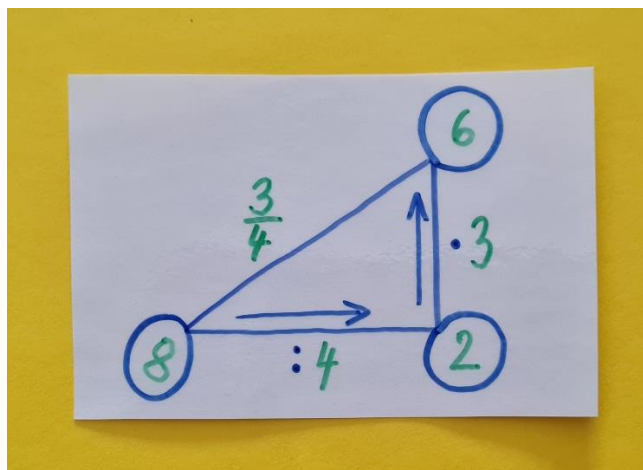
Příklad:

Vypočítejte $\frac{3}{4}$ z 8.

Postup řešení:

Žáci si načrtnou pravoúhlý trojúhelník. Do vrcholů si zakreslí oválky/kolečka, cokoli, do čeho mohou zapisovat. Žákům trojúhelník předkreslíme na tabuli. Zapisovat jdeme společně:

- do levého dolního vrcholu si zapíšeme celek,
- pod vodorovnou šipku napíšeme „děleno“ (:) jmenovatel (4) – jmenovatel proto, protože je pod zlomkovou čarou, tak ho i zde píšeme dolů,
- nyní můžeme počítat: $8 : 4 = 2 \rightarrow$ číslo 2 zapíšeme do pravé dolní bubliny,
- ke svislé šipce dáme „krát (·)“ čísel (3) – krát, protože je nahoře,
- nakonec dopočítáme výsledek: $2 \cdot 3 = 6 \rightarrow$ číslo 6 zapíšeme do horní bubliny,
- a máme výsledek ... názorně vidíme, že $\frac{3}{4}$ z 8 rovná se 6.



Obr. č. 33: *Magický trojúhelník pro výpočet části z celku tvořený žáky (vlastní zpracování)*

Kontrola pomocí PET víček:

Veźměte si osm PET víček, rozdělte je na čtvrtiny.

„Kolik je $\frac{1}{4}$ z 8?“ – 2 (víčka rozdělíme na čtyři stejné hromádky, v každé hromádce jsou dvě víčka) → ukážeme, kde číslo v trojúhelníku najdeme. Potom si vezmeme tři hromádky a spočítáme, kolik v nich máme celkem víček ($2 + 2 + 2 = 6$ víček). Ukážeme si, kde máme daný výsledek v trojúhelníku. Výsledky porovnáme.



Obr. č. 34: *Ukázka kontroly výpočtu části z celku pomocí magického trojúhelníku znázorněním PET víčky (vlastní zpracování)*

Vyzkoušíme opět na několika příkladech, vždy s ověřením s PET víčky, aby žáci došli k poznání, že „to“ opravdu funguje.

Další metodou, která postupně vede žáky k výpočtu části z celku, je tzv. „taneček“. Postup je velice jednoduchý.

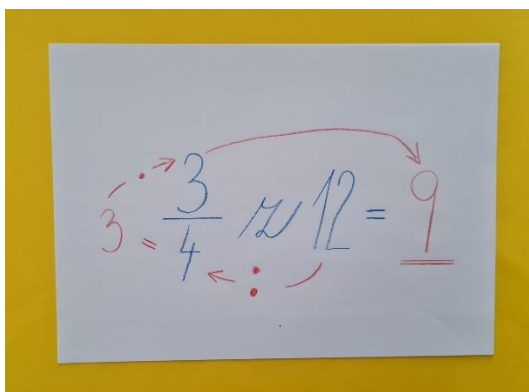
Příklad:

Vypočítejte $\frac{3}{4}$ z 12.

Postup řešení:

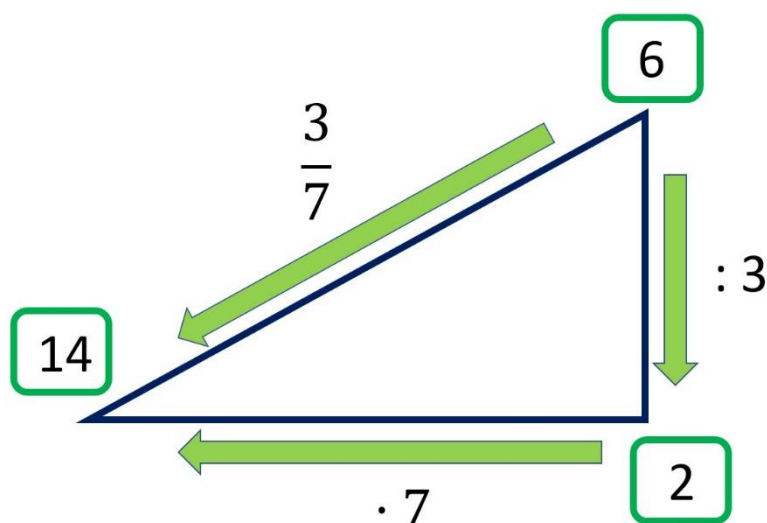
Důležité je číslo 12. Potřebuji tedy pro názornost 12 PET víček. Jmenovatel ve zlomku mi udává, že potřebuji čtyři stejné části. PET víčka rozdělíme na čtyři hromádky, každá z nich obsahuje tři víčka. Žáci jsou zvyklí od 2. ročníku pracovat s násobilkou, tak již spolehlivě ví, že když mají nějaké číslo (v našem případě 12), musí dělit. Vznikne nám tedy první část – $12 : 4 = 3$ – zkontrolujeme manipulační činností, jestli máme stejný počet víček v každé ze tří hromádek. My ale potřebujeme tři čtvrtiny, tzn. $3 + 3 + 3$. Využijeme násobení – $3 \cdot 3 = 9$ – a to je výsledek. Opět zkontrolujeme, zda nám počet souhlasí i u víček.

S žáky tomu celému obkroužení říkáme „taneček“. Žáci už ví, že pro výpočet tohoto typu příkladu musí udělat „kolečko“ kolem celého zadání neboli „taneček“.



Obr. č. 35: Znázornění výpočtu části z celku – tzv. „taneček“ (vlastní zpracování)

V další fázi, kdy už mají žáci bezpečně upevněný výpočet celku, počítáme podle trojúhelníku, kolik je celek z části (obr. č. 36):



Obr. č. 36: *Magický trojúhelník pro výpočet celku z části (schéma pro učitele)* (Divíšek, 1989, s. 72)

Příklad:

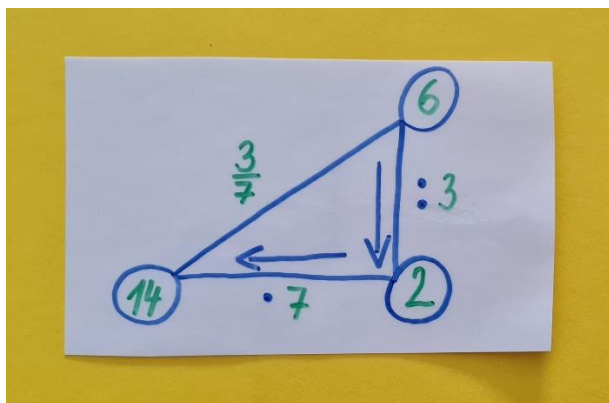
Vypočítej $\frac{3}{7}$ z ? je 6.

Postup řešení:

Žákům na začátku nic nekreslíme, nejdříve jim necháme prostor, aby se sami pokusili přijít na to, jak zadání vyřešit. Někdo možná zvládne vypočítat, v tomto případě se žák pokusí své řešení vysvětlit. Nakonec se vrátíme k našemu „kouzelnému trojúhelníku“.

Řekneme si, že nejprve zapíšeme to, co známe ze zadání. Známe výsledek a zlomek (čitatele se jmenovatelem). S těmito údaji tedy můžeme pracovat. Protože jdeme obráceně (opačnou cestou než u výpočtu celku z části), máme i šipky obráceně. Z tohoto důvodu se nám mění i znaménka u čitatele a jmenovatele. Jakmile žákům nastavíme šipky a znaménka, automaticky již vypočítají:

$$6 : 3 = 2 \quad \text{a} \quad 2 \cdot 7 = 14$$



Obr. č. 37: *Magický trojúhelník pro výpočet celku z části tvořený žáky (vlastní zpracování)*

Vidíme tedy, že když $\frac{3}{7}$ je 6, celek se rovná 14.

Žáci si výpočet ověří pomocí PET víček.



Obr. č. 38: *Ukázka kontroly výpočtu celku z části pomocí magického trojúhelníku znázorněním PET víčky (vlastní zpracování)*

Víme, že tři sedminy je 6. Vezmeme si šest víček a znázorníme si pouze jednu sedminu – rozdělíme víčka na tři stejné části. Abychom dostali celek, který je $\frac{7}{7}$, musíme ke třem sedminám přidat ještě čtyři sedminy. Když spočítáme celkový počet víček, máme výsledek 14.

3.1.5 Porovnávání zlomků

Pracujeme s celkem, který je pouze z jednoho kusu, s hromádkami raději nepracujeme. Žáci musí získat názornou představu, nějaký přehled o velikosti jednotlivých částí. Používáme znaménka větší ($>$), menší ($<$) a rovná se ($=$). Zlomky žáci skládají z kartiček a znaménka skládají pomocí dvou pastelky. Můžeme využít i kartičky se znaménky, ale z mé zkušenost jsou dvě pastelky na vyjádření rychlejší. Výhodou je i větší zábavnost pro žáky a propojení s pohybem.

Příklady aktivit:

A: Vezmeme si jednu pizzu (kruh) a rozdělíme ji na čtvrtiny.

„Na kolik částí jste pizzu rozdělili?“ – na čtyři

„Která z těch částí je největší? Ukažte mi ji.“ – žádná

Při porovnávání se opět na chvíli vrátíme na začátek a opakujeme a vedeme žáky k tomu, aby si všímali, že jsou všechny části stejně velké.

A: Honzík s Aničkou si koupili pizzu a rozdělili ji na čtvrtiny. Honzík snědl $\frac{2}{4}$ a Anička $\frac{1}{4}$.

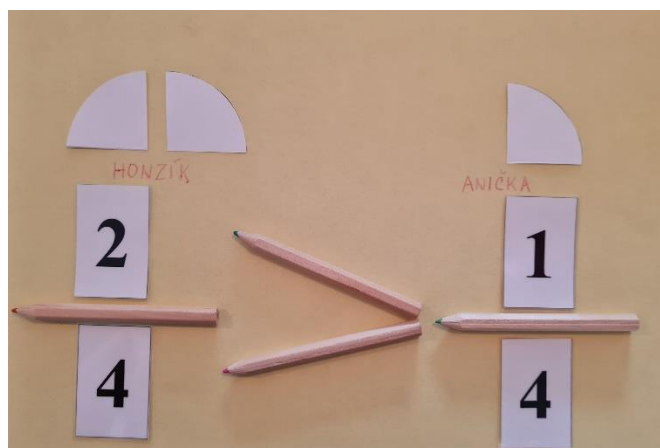
„Kdo snědl více?“ – Honzík

„Kdo snědl méně?“ – Anička

Nyní složte zlomky $\frac{2}{4}$ a $\frac{1}{4}$. Porovnejte je, dejte mezi ně znaménko.

„Přečtěte, co máte složené na lavici.“ – dvě čtvrtiny je větší než jedna čtvrtina

„Má někdo jinak?“



Obr. č. 39: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužkami a pomocí geometrických tvarů (vlastní zpracování)

S žáky uděláme několik podobných příkladů a vyvodíme pravidlo: Čím je větší číselník, tím je větší číslo. Zdůrazníme, že to platí pouze u zlomků se stejným jmenovatelem.

Podle očekávaných výstupů RVP ZV na 1. stupni porovnáváme pouze zlomky se stejným číslem ve jmenovateli. Ale myslím si, že pro žáky bude přínosné, zařadíme-li jako rozšiřující učivo i porovnávání kmenových zlomků pomocí názoru.

Příklady aktivit:

A: Vezmeme si čtverečkovaný papír a vystříhneme si čtyři proužky papíru o 12 čtverečcích.

Žáků se nejprve ptáme:

„Jaké jsou ty proužky papíru?“

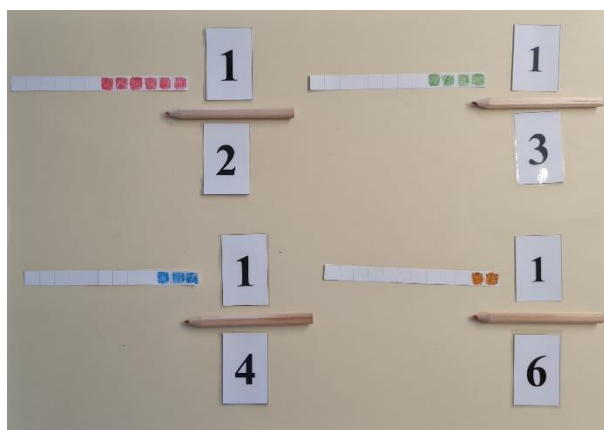
„Který z nich je větší/menší?“ (Žáci musí dospět k závěru, že proužky jsou stejně velké.)

Proužky si položte nad sebe. Nyní budeme vybarvovat:

Vezměte si první proužek a červeně vybarvěte $\frac{1}{2}$. U druhého proužku vybarvěte $\frac{1}{3}$ zeleně.

U třetího proužku vybarvěte $\frac{1}{4}$ modře. U posledního proužku vybarvěte $\frac{1}{6}$ hnědě.

Nyní si žáci ke každému z jednotlivých proužků složí pomocí kartiček konkrétní zlomek, který vybarvená část zlomku znázorňuje. Učitel žákům zopakuje barvy, kterými vybarvovali konkrétní zlomky.



Obr. č. 40: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a pomocí proužků čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

„Kde máte vybarveno nejvíce?“ – na proužku vybarveném červeně ($\frac{1}{2}$)

„Na kterém proužku máte vybarveno nejméně?“ – na hnědém proužku ($\frac{1}{6}$)

„Dokázali byste porovnat $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{6}$?“ ano – jedna polovina je větší než jedna šestina

Podobnými otázkami se doptáváme na další proužky, žáci budou porovnávat, vyvozovat. Mohou si vyměnit místo a zkontrolovat, jestli má spolužák proužky porovnaný správně/stejně. Důležité je, aby „dostali do očí“ velikost částí zlomků a společně posléze vyvodili pravidlo: Čím je menší jmenovatel, tím je část větší.

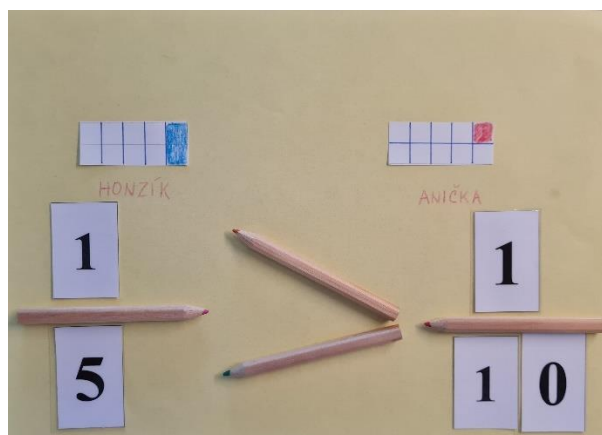
Pro některé žáky může být situace i po nakreslení složitá, stále nechápou, neorientují se, pro ty můžeme využít následující zjednodušení. Když si vezmeš čokoládu a budete na ni s kamarádem 2, zbyde na tebe víc, než když vás na ni bude 6?

A: Honzík s Aničkou mají stejnou tabulku čokolády. Honzík si ji rozdělil na pět dílů, Anička na 10. Každý z nich snědl jeden dílek své čokolády.

„Kolik čokolády snědl Honzík?“ – jednu pětinu

„Kolik čokolády snědla Anička?“ – jednu desetinu

„Kdo snědl více?“ – Honzík



Obr. č. 41: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a pomocí proužků čtverečkováného papíru (vlastní zpracování)

3.1.6 Sčítání a odčítání zlomků

I v tomto případě počítáme pouze se zlomky se stejným jmenovatelem. Vycházíme z celku, který je z jednoho kusu (pizza, čokoláda, dort, prkno). Žáci mohou sami nabízet návrhy, co zrovna budeme dělit, aby pro ně práce byla zábavnější.

Příklady aktivit:

A: Vezměte si jeden koláč, rozdělte si ho na čtvrtiny.

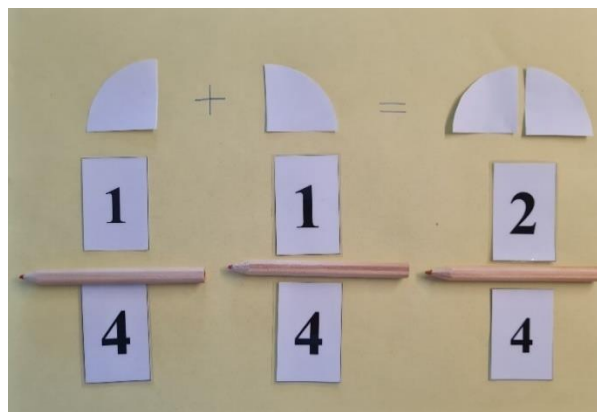
Otázky učitele:

„Kolik máte částí?“ – čtyři

„Která z nich je největší? – žádná (opět zdůrazňujeme stejnou velikost částí)

Karel snědl $\frac{1}{4}$ pizzy. Za chvíli ale dostal hlad a snědl ještě další $\frac{1}{4}$ pizzy.

„Kolik čtvrtin pizzy snědl?“ – dvě čtvrtiny



Obr. č. 42: Ukázka znázornění sčítání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a geometrických tvarů (vlastní zpracování)

V otázkách, které žákům klademe, užíváme vždy názvy částí, které po nich chceme slyšet v odpovědi. V tomto případě se tedy ptáme přímo na *čtvrtiny*. Snažíme se vyhnout situaci, kdy by mohl některý z bystřejších žáků odpovědět, že Karel snědl celkem $\frac{1}{2}$ pizzy. Ano, má pravdu. Ale potřebujeme, aby všichni žáci uměli počítat konkrétně se zlomky se stejným jmenovatelem.

Případně můžeme posléze dát i rozšiřující otázku, zda by někdo dokázal říct jinak, kolik snědl pizzy. Pomocí názoru žáci zjistí, že $\frac{2}{4}$ je vlastně $\frac{1}{2}$. V tomto už probíhá příprava do 7. ročníku, kdy budou se zlomky pokračovat na 2. stupni. Jde však pouze o jakési „nařuknutí“, něco navíc, rozšíření pro žáky, kteří chtějí. Nemůže být v žádném případě v testu.

3.2 Činnostní vytváření představy desetinného čísla

Než se začneme zabývat samotným zaváděním desetinných čísel, měli bychom si opět jako učitelé v první řadě utřídit pojmy a početní operace, které mají vztah k desetinným číslům a které budeme u žáků 1. stupně zavádět. Jako pomocník nám opětovně poslouží myšlenková mapa.

Příklad myšlenkové mapy pro učitele:

Desetinná čísla

- smíšená čísla,
- desetinné zlomky,
- vyvození desetinných čísel,

- čtení a zápis v desetinných rádech,
- čtení a zápis desetinných čísel,
- znázornění desetinných čísel na číselné ose,
- porovnávání desetinných čísel,
- zaokrouhlování desetinných čísel,
- výpočet části z celku,
- sčítání a odčítání desetinných čísel,
- násobení a dělení desetinných čísel 10, 100.
- smíšená čísla.



Obr. č. 43: Myšlenková mapa pro učitele na téma desetinná čísla (vlastní zpracování)

3.2.1 Smíšená čísla

Chápání smíšeného čísla úzce souvisí právě s čísly desetinnými, protože žáci doposud měli čísla přirozená (celky), anebo měli čísla ve tvaru zlomku (část celku). Nyní dají dohromady celek a ještě kousek. Opět jdeme přes praktické činnosti prostřednictvím například obrázků znázorňujících předměty z běžného života a geometrické tvary.

Příklad aktivity:

A: Vezměte si jeden čtverec. Z druhého čtverce ustrihněte polovinu. Položte si čtverce na lavici vedle sebe.

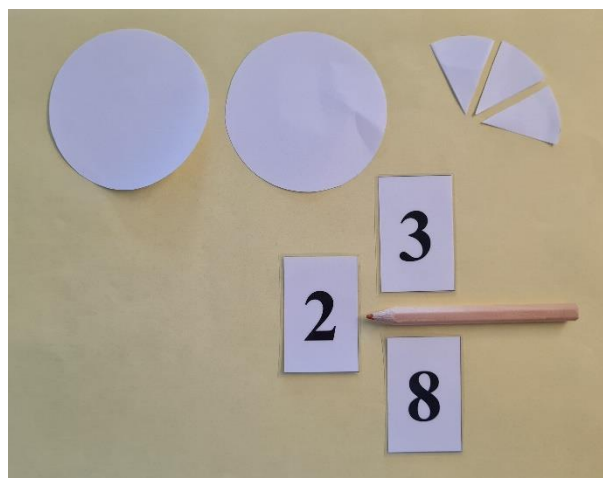
„Kolik máte čtverců?“ – jeden a půlku (jednu polovinu)

Nyní se pokusíme tuto situaci znázornit pomocí kartiček s číslicemi. Máme jeden celý čtverec, ten představuje kartička s číslem jedna. Ale máme ještě navíc jednu polovinu čtverce, tu zapíšeme pomocí zlomku ($\frac{1}{2}$). Poskládejte $\frac{1}{2}$ pomocí kartiček a položte ji hned za číslo 1. Máme zapsáno $1\frac{1}{2}$.



Obr. č. 44: Ukázka znázornění složeného zlomku $1\frac{1}{2}$ pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužkou (vlastní zpracování)

To samé provedeme například s kruhem ($2\frac{3}{8}$ kruhu) aj.



Obr. č. 45: Ukázka znázornění složeného zlomku $2\frac{3}{8}$ pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužkou (vlastní zpracování)

Aktivitu můžeme provádět i obráceně. Na tabuli zapíšeme smíšené číslo a žáci mají za úkol znázornit pomocí geometrických tvarů.

A: Učitel promítá obrázky a žáci je společně přečtou.



1 a půl melounu – $1\frac{1}{2}$ (jedna a jedna polovina)

Obr. č. 46: Ukázka znázornění smíšeného čísla – jeden a půl melounu
(Dostupné z: <https://eshop.sklizeno.cz/meloun-vodni-p803346>)



2 celá pečená kuřata a 2 čtvrtiny – $2\frac{2}{4}$ (dvě a dvě čtvrtiny)

Obr. č. 47: Ukázka znázornění smíšeného čísla – dvě a dvě čtvrtiny kuřete
(Dostupné z: <https://www.homeware.cz/clanky/jak-spravne-grilovat-kure> a
<https://shop.remoska.eu/recepty-remoska-tria/pecene-kure-v--marinade/>)

Když s žáky vyvozujeme smíšená čísla, jde nám pouze o jejich čtení a zápis. Se smíšenými čísly na prvním stupni více nepracujeme. Další aktivity jsou pouze rozšiřující (rozšiřující učivo). Žákům je můžeme nabídnout, protože je to poměrně baví, ale nezařazujeme je do žádného testu. Pokud v tomto případě známkuje, tak pouze „motivační jedničkou“ za splnění úkolu či práce navíc.

Používáme opět jen celek z jedné části, který se nám bude dobře členit na části (pizza, meloun, kuřata, kruhy, čtverce apod.).

A: Vezměte si tři kruhy a všechny rozstříhejte na čtvrtiny (čtyři stejné části). Dejte všechny čtvrtiny dohromady.

„Kolik máte celkem čtvrtin?“ – dvanáct

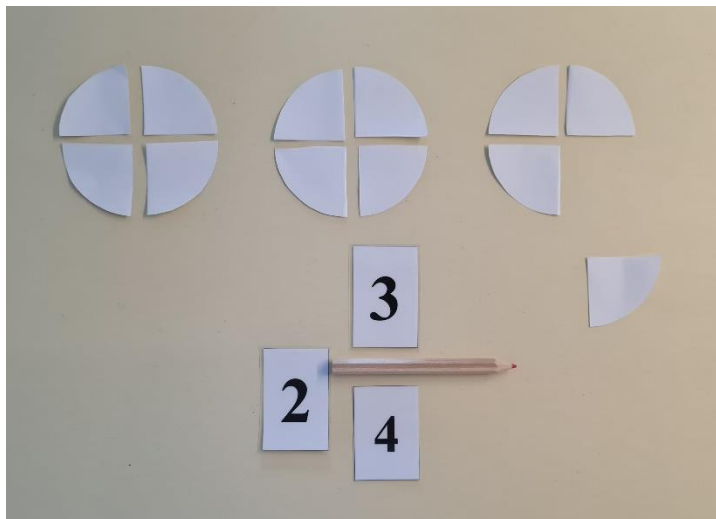
Vezměte si pouze 11 čtvrtin a z 11 čtvrtin složte kruhy.

„Kolik máte celých kruhů?“ – dva

„Kolik čtvrtin vám zbylo?“ – tři

„Přečtěte celé číslo.“ – dvě a tři čtvrtiny

Zapište ho pomocí kartiček.



Obr. č. 48: Ukázka znázornění smíšeného čísla pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Některým žákům se dokonce podaří velmi rychle vyvodit pravidlo, že pokud mají zlomek převést na smíšené číslo, tak čitatele vydělí jmenovatelem a zbytek píše do čitatele. A obráceně – pokud mají smíšené číslo, převedou jeho celou část a zlomek na společného jmenovatele a sečtou je.

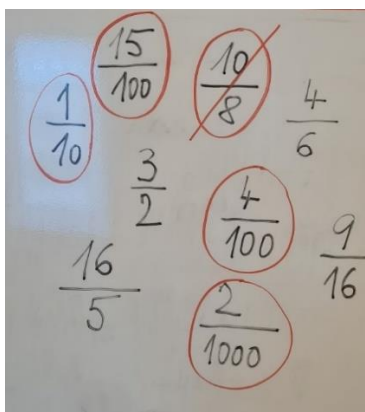
3.2.2 Desetinné zlomky

Desetinné zlomky zavedeme jednoduchou aktivitou.

A: Žákům nejprve sdělíme, že desetinné zlomky jsou ty, které mají ve jmenovateli 10, 100 nebo 1 000. Z tohoto faktu vychází i vlastní název „desetinné“, tedy od desítky.

Na tabuli napíšeme různé zlomky. Úkolem žáků je vybrat pouze ty desetinné a zapsat je do sešitu. Pro kontrolu žáci zakroužkují desetinné zlomky i na tabuli.

Ukázka:



Obr. č. 49: Ukázka aktivity zaměřené na vyhledávání desetinných zlomků (vlastní zpracování)

Předešlého úkolu využijeme a necháme žáky pokusit se vybrané zlomky přečíst. Zprvu jim jistě bude dělat problém čtení setin. Při něm se zarazí a zlomek přečtou nejspíš jako stotiny. Čtení postupně trénujeme, neustále opakujeme, aby ho bezpečně ovládali.

Dalším problémem, na který může v ukázkovém úkolu narazit, je zlomek $\frac{10}{8}$. Žáci vidí, že obsahuje číslo 10, a bez rozmyslu ho mohou zařadit jako zlomek desetinný. V tu chvíli vše stopneme a hlasujeme:

„Kdo si myslí, že se jedná o desetinný zlomek?“

„Jaké máme pravidlo pro desetinné zlomky?“

Návodnými otázkami dojdeme s žáky k poznání, že 10, 100... musí být ve jmenovateli.

Pro fixaci využíváme aktivity, které aplikujeme i při rozšiřování číselného oboru. Žáci chodí psát na tabuli, pracujeme s kartičkami, skládáme, vyhledáváme. Kreativitě se meze nekladou.

3.2.3 Vyvození desetinných čísel

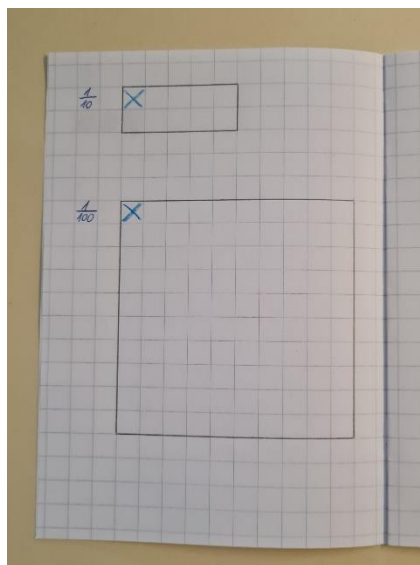
Desetinná čísla vyvozujeme přes:

- názornou představu desetinného čísla,
- činnostní vytvoření představy desetinného čísla s využitím pomůcky ze čtvercové sítě,
- přes desetinné zlomky.

Nejprve vyvozujeme desetiny, následují setiny. Na závěr necháváme vyvození desetinných číselných řádů.

Základem je, aby si žáci uměli desetinné číslo představit. Proto jdeme přes názornou představu desetinného čísla, přes čtvercovou síť a pracujeme s číselnou osou.

Perfektní názornost nám umožňuje čtvercová síť. Žáci si při vyvozování desetin orámují celek s 10 čtverečky (jeden čtvereček je roven jedné desetíně) nebo při vyvozování setin čtverec 10×10 čtverečků (jeden čtvereček je roven jedné setině).



Obr. č. 50: Ukázka znázornění zlomků $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{100}$ na čtverečkovaném papíře (vlastní zpracování)

Desetinná čísla je možno vyvodit i přes desetinné zlomky. Avšak mnohem lepší, rychlejší a snazší (ověřeno v praxi) je vyvození přes kvalitně a pečlivě zvládnutou numeraci, kdy hodně pracujeme s čísly, číselnými řády, se zápisem a čtením čísel. Žáci si posléze desetinná čísla vyvodí snadněji i s menšími problémy se zápisem. To ovšem neznamená, že bychom nepoužívali i zápis desetinného čísla desetinným zlomkem a obráceně. Základním aspektem je v tomto případě perfektně zvládnutá numerace.

a) Vyvození desetin

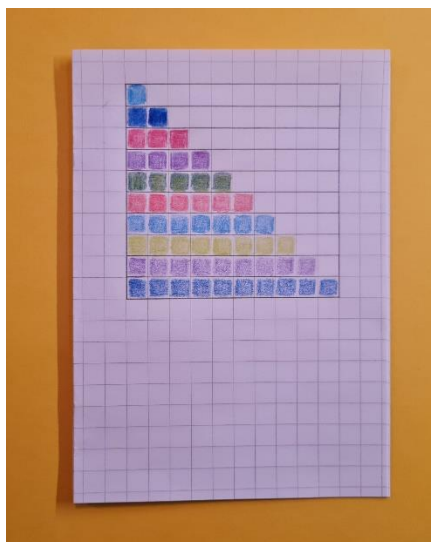
A: Vezměte si proužek papíru s 10 čtverečky nebo si na čtverečkovaném papíru vyznačte 10 čtverečků. Dále si vezměte kartičky.

„Kolik je jeden čtvereček z 10 čtverečků?“ – jedna desetina

„Kolik jsou dva čtverečky z 10 čtverečků?“ – dvě desetiny

„Kolik jsou tři čtverečky z 10 čtverečků?“ – tři desetiny

Takto projdeme se žáky všech 10 čtverečků v proužku. Žáci si ukazují, dělají si tečky nebo si na jednotlivé čtverečky pokládají nějaké svoje značky, kousky papíru. Když dáme větší čtvercovou síť, pokládají si PET víčka, aby měli představu o „množství“, které zobrazuje dané číslo. Když si takto s žáky vyvodíme desetinná čísla a dostanou je tzv. „do očí“, zadáváme jim problémovou úlohu.



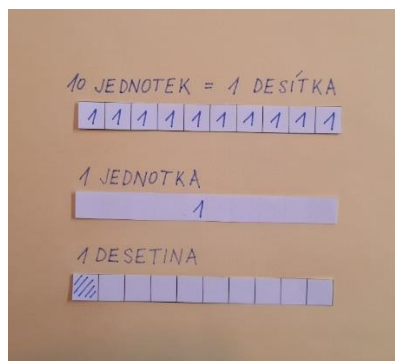
Obr. č. 51: Ukázka znázornění zlomků $\frac{1}{10}$ až $\frac{10}{10}$ na čtverečkovaném papíře (vlastní zpracování)

A: Vezměte si proužek papíru s deseti čtverečky. Když máme 10 jednotek, je to 1 desítka. (to žáci znají, s tím pracují hodně v průběhu právě numerace).

„Co se stane, když jednu jednotku rozdělím na 10 stejných částí?“ Žáci mají před sebou proužek papíru, takže to vidí.

„Kolik bude jedna část?“ – jedna desetina

Žáci hned názorně vidí, že jedna část proužku je $\frac{1}{10}$.



Obr. č. 52: Ukázka znázornění zlomku $\frac{1}{10}$ pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

„Jak si myslíte, že budeme jednu desetinu zapisovat?“

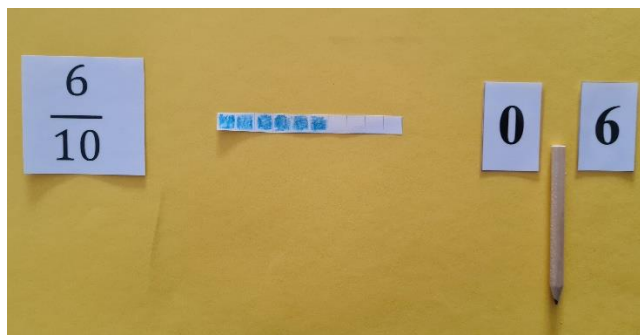
Necháme žáky chodit k tabuli a psát různé návrhy. Zatím se jako vyučující nevyjadřujeme. Jestliže se podaří někomu zápis na tabuli provést správně, vyučující ho zakroužkuje. Pokud se správný zápis na tabuli nevyskytuje, smažeme a napíšeme, jak má správný zápis vypadat. Potom vyzveme žáky, aby si z kartiček sestavili správně zapsanou jednu desetinu. Vezmou si nulu, tužku jako desetinnou čárku a za tužkou umístí číslici jedna.

Na proužku papíru si vybarvíme jeden čtvereček, aby si upevnili či zopakovali názornou představu, že číslo zapsané jako 0,1 je právě ten jeden čtvereček, tedy jedna desetina.



Obr. č. 53: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,1 pomocí čtverečkováného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

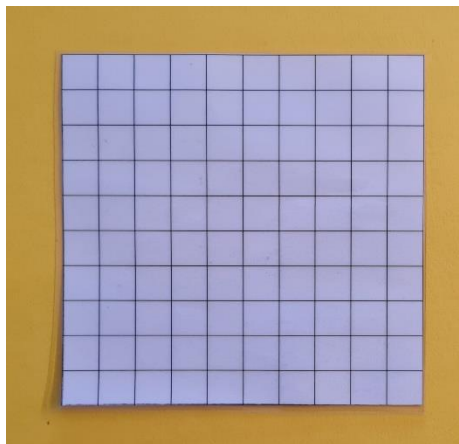
A: Na kartičce máme zapsaný zlomek $\frac{6}{10}$. Žáci si ho opět buď vybarví na proužku čtverečkováného papíru, nebo si na šest čtverečků dají značky a pomocí kartiček zapíší 0,6.



Obr. č. 54: Ukázka znázornění zlomku $\frac{6}{10}$ a desetinného čísla 0,6 pomocí čtverečkováného papíru, pomocí karet s čísly a tužky a pomocí karty se zlomky (vlastní zpracování)

b) Vyvození setin

Obdobně jako vyvozujeme desetiny, vyvozujeme i setiny. Tentokrát si na čtverečkovaném papíru ohraničíme čtverec 10×10 čtverečků. Abychom mohli pracovat rychleji, čtverec žákům zalaminujeme.



Obr. č. 55: Ukázka čtverce 10×10 čtverečků vytvořeného ze čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

Žáci si připraví i kartičky s číslicemi.

Nyní s žáky vybarvujeme:

A: Vezměte si zelenou pastelku a vybarvěte jeden čtvereček.

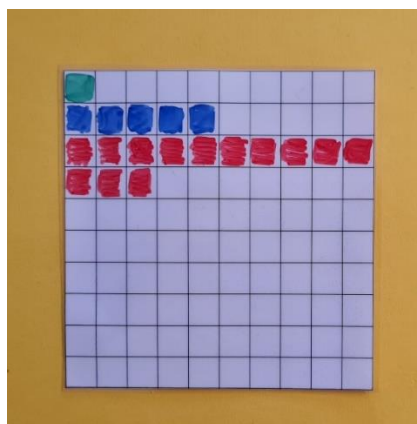
„Kolik jste vybarvili z celku?“ – jednu setinu

Vybarvěte modře pět čtverečků.

„Kolik jste vybarvili modře?“ – pět setin

Vybarvěte 13 čtverečků červeně.

„Kolik máte vybarveno červeně?“ – třináct setin



Obr. č. 56: Ukázka znázorňování desetinných zlomků v řádu setin na zalaminovaném čtverci 10×10 čtverečků vytvořeném ze čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

Takto pokračujeme dále s vyššími čísly. Zpočátku má každý svůj čtverec, do kterého si vybarvuje. Když už později učivo upevňujeme a procvičujeme, dáme žákům zalaminované čtvercové síť a jen si vyznačují pomocí stíratelné fixy.

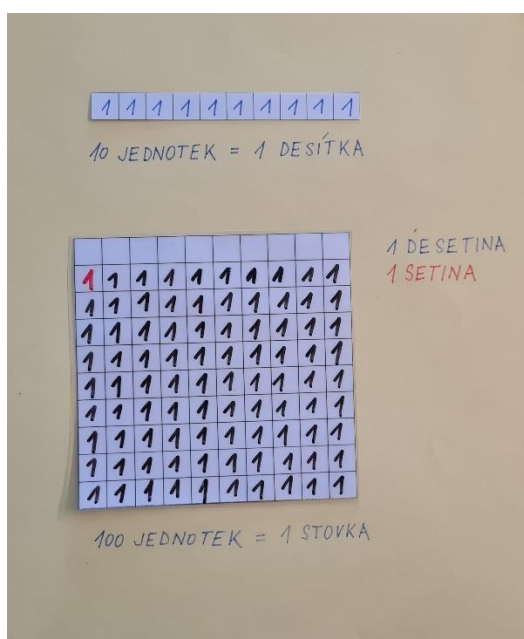
Je čas na zadání problémové úlohy:

A: 10 jednotek je 1 desítka.

„Kolik má stovka jednotek?“ – žáci řeknou sto

„Když rozdělíme jednotku na deset částí, co máme?“ – máme jednu desetinu

„A co když rozdělíme 1 jednotku na sto částí? – máme jednu setinu

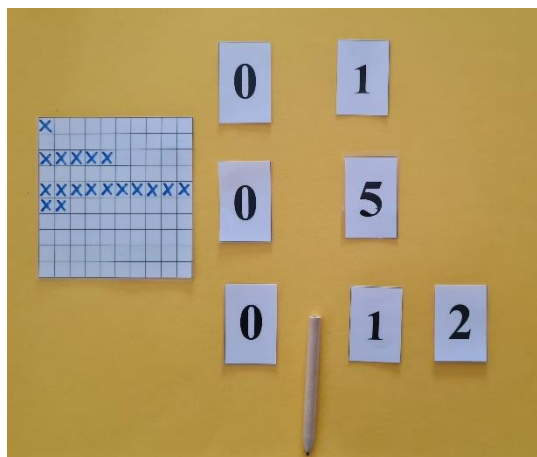


Obr. č. 57: Ukázka znázornění zlomku $\frac{1}{100}$ pomocí čtverečkováného papíru (vlastní zpracování)

„Jak si myslíte, že budeme setinu zapisovat?“

Opět necháme žáky diskutovat a zapisovat na tabuli jejich návrhy zápisu jedné setiny. Nakonec si společně ukážeme správný zápis jedné setiny (0,01).

A: S žáky vybarvujeme zadaný počet setin (např. $\frac{1}{100}$, $\frac{5}{100}$, $\frac{12}{100}$ atd.) ve čtverci a zároveň skládáme čísla z kartiček. Vybarvování čísel zároveň s jejich skládáním je velmi důležité opět pro získání představy o množství, které číslo představuje.

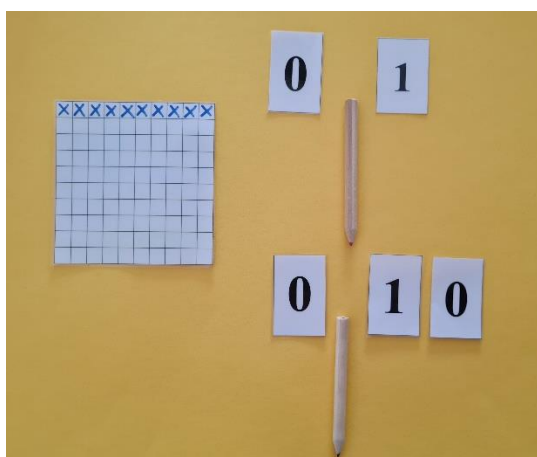


Obr. č. 58: Ukázka znázornění různých desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Poté dáváme žákům i složitější úkoly:

A: Vybarvěte si jednu řadu čtverce.

„Jakou část celku máte vybarvenou?“ – deset setin nebo 1 desetinu ($\frac{10}{100}$ nebo $\frac{1}{10}$)



Obr. č. 59: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,1 a 0,10 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

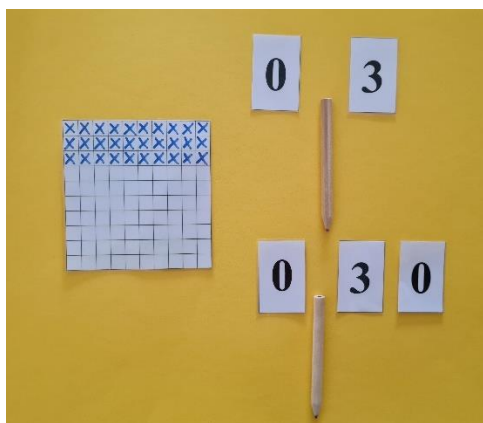
Žáci obvykle přijdou na obě možné varianty. Zajímavé je, že žáci přijdou na varianty v poměru 50:50. Pro někoho je jasnější představa, že řádek je jedna desetina, pro jiné zase že představuje deset setin.

Dále s žáky postupně vybarvujeme další řady:

Vybarvěte tři řady. Zapište/poskládejte z kartiček.

„Jak jste zapsali, že máte vybarvené tři řady?“ – $\frac{3}{10}$ nebo $\frac{30}{100}$ (0,3 nebo 0,30)

Vedeme žáky k tomu, aby zapisovali a četli číslo oběma způsoby.



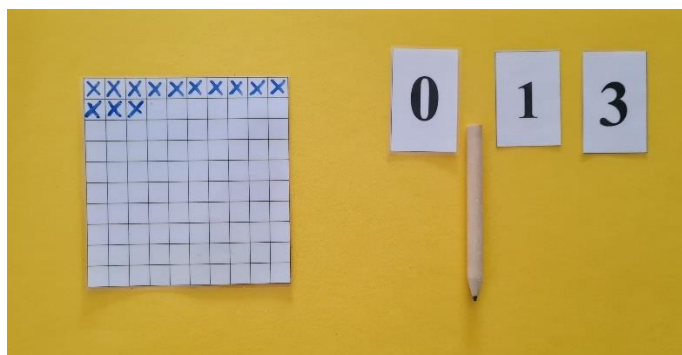
Obr. č. 60: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,3 a 0,30 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Obdobný proces provádíme i při vyznačování desetinného čísla ve čtvercové síti podle jeho zápisu.

A: Složte z kartiček číslo třináct setin (0,13) a vyznačte ho ve čtvercové síti.

„Kolik máte vybarvených řad?“ – jednu

„Kolik máte vybarvených čtverečků?“ – třináct



Obr. č. 61: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,13 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

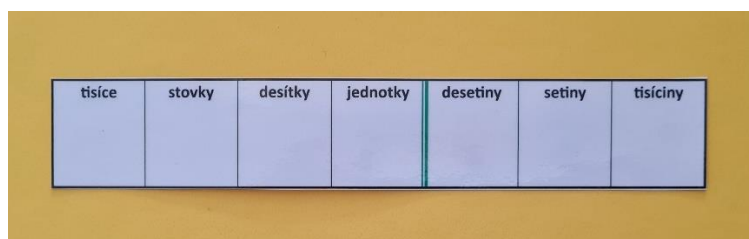
Na 1. stupni vyvozujeme maximálně do řádu tisíců. Ale postupujeme na základě numerace, takže s žáky jmenujeme číselné řády od 1 000 dolů. Tedy máme číselný řád tisíců, stovek, desítek, jednotek, pak uděláme desetinnou čárku a máme desetiny, setiny, tisíciny, desetitisíciny. „Věděl by někdo, co máme pak?“

Můžeme pokračovat klidně až do desetimiliontin, protože žáky hodně baví jít co nejdál. Při vyjmenovávání řádů si můžeme pohybem znázorňovat, kterým směrem řády

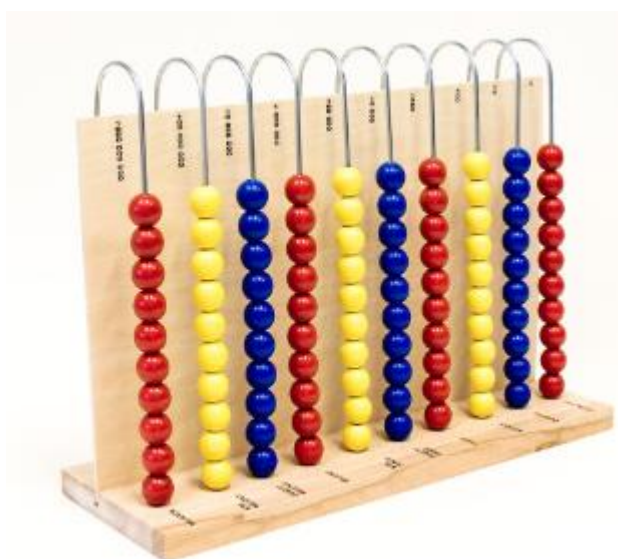
postupují. Když zvyšujeme číselné řády, jdeme doleva. Naopak když je snižujeme, jdeme doprava. Ve spojení s pohybem si žáci pořadí řádů lépe a trvale zafixují.

3.2.4 Čtení a zápis v číselných řádech

Vhodnými pomůckami pro čtení a zápis v číselných řádech jsou řádová počítadla, terče, kostky/desetistěnné kostky a tabulky s číselnými řády. S žáky se snažíme při výuce co nejvíce vyznačovat, zapisovat a znázorňovat. Potřebujeme, aby se žáci v číselných řádech perfektně orientovali.



Obr. č. 62: Tabulka s číselnými řády (vlastní zpracování)



Obr. č. 63: Řádové počítadlo demonstrační
(Dostupné z: www.didaktikashop.cz)

Řádové počítadlo usnadňuje žákovi vstřípit si vizuální představu při počítání s řády. Počítadlo se skládá z podstavy, která má do sebe zapuštěno celkem 10 drátěných oblouků. Každý oblouk obsahuje 10 kuliček.

U každého z oblouků je na podstavě zapsán příslušný řád (jednotky, desítky, stovky...). Pro využití s řády desetinnými pouze přelepíme napsané řády vlastními štítky s řády, které budeme používat.

V první aktivitě žáci potřebují terč. Buď si ho mohou sami narýsovat, tím se nám podaří propojit aktivitu s geometrií, nebo je už vytvořené dostanou od učitele. Pokud budou terče zalaminované, žáci je mohou používat opakovaně.

Žáky uvedeme do situace:

- mezikruží s číslem 1 = jednotky,
- mezikruží s číslem 10 = desítky,
- mezikruží s číslem 100 = setiny,
- mezikruží s číslem 1 000 = tisíciny.



Obr. č. 64: Ukázka zalaminovaného terče určeného k procvičování řádů desetinných čísel (vlastní zpracování)

A: Vyznačte na terči číslo, které má dvě jednotky a tři desetiny.

„Jak jste ho vyznačili?“ – do jednotek uděláme dva zásahy a do desetin tři zásahy

To samé číslo zapište do tabulky (do jednotek zapiší číslo 2, do desetin číslo 3), vyznačte na počítadle, sestavte pomocí kartiček atd.

Aktivitu děláme obráceně i na přeskáčku, aby byla pro žáky zábavná a abychom udrželi jejich pozornost co nejdéle.



Obr. č. 65: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí terče a tabulky s číselnými řády (vlastní zpracování)

Další oblíbenou aktivitou je zápis čísel do tabulky s vyznačenými řády v zápatí jednotlivých sloupečků.

A: Do desetin napište číslici 4, do jednotek napište číslici dle vlastní volby.

Potom se ptáme:

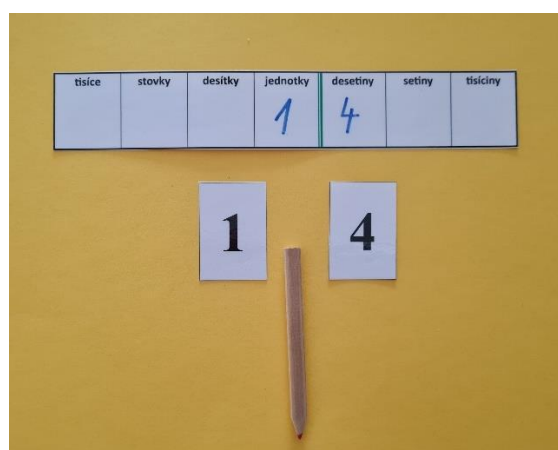
„Co jsi napsal do jednotek?“

„Co jsi napsal do desetin?“

„Jaké číslo máš v desetinách?“

„Jaké číslo máš v jednotkách?“

Žáky necháme číslo složit i pomocí kartiček.



Obr. č. 66: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Zpočátku dáváme žákům taková zadání, aby zapsali hodnoty do všech číselných řádů vpravo od desetinné čárky. Potom postupně některé řády vynecháváme.

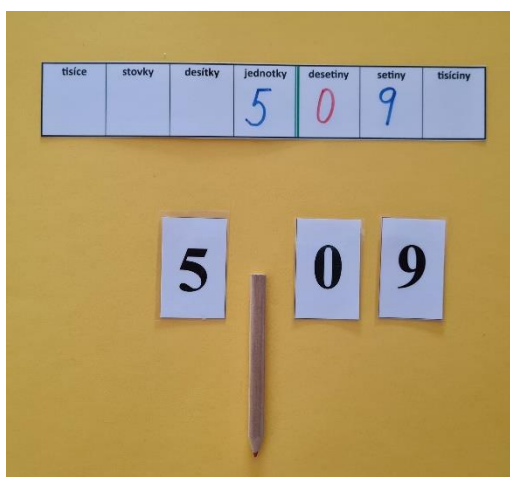
A: Do setin si napiš číslici 9, do jednotek číslo dle vlastní volby.

„Co máš v setinách?“

„Co máš v jednotkách?“

„Co máš v desetínách?“

Žáci dojdou k poznání, že v desetínách musí mít nulu.



Obr. č. 67: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí terče a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Aktivita s kostkami a řádovými tabulkami:

A: Hod' kostkou, padlé číslo zapiš v tabulce do jednotek. Hod' znovu a číslo zapiš do desetín. Přečti číslo, které ti padlo.

V této fázi se věnujeme pouze tomu, aby žáci chápali desetinné číselné řády tak, jak jdou za sebou, tak, jak fungují. Že když v některém z řádů není hodnota, musí být napsaná nula.

3.2.5 Čtení a zápis desetinných čísel

Po žácích důsledně vyžadujeme, aby správně a přesně četli zapsaná desetinná čísla, tzn. včetně desetinných řádů. V případě, že žák přečte číslo, ale neřekne správně (nebo vůbec) desetinný řád (např. 0,3 čte nula celá tři), tak se ptáme: „Co nula celá tři? Knedlíků? Okurek?“ Žáci se smějí a velmi rychle si uvědomí, kde je chyba, co zapomněli přečíst. Vtipná poznámka jim umožní lépe si přesné čtení zapamatovat.

Aktivitu využíváme obdobně jako při čtení a zápisu zlomků.

A: Napíšeme číslo na tabuli, žáci ho přečtou a složí z kartiček. Nebo nadiktujeme číslo a žáci ho zapíšou na tabuli, složí na lavici, zapisují do tabulky číselných řádů. Důležité vždy je, aby se vystřídali všichni.

Na tabuli může najednou pracovat víc žáků, aktivita je pak rychlá, časově akorát vychází na udržení pozornosti a zájmu žáků.

Využíváme i terče.

A: Zavřete oči, naslepo si udělejte zásahy do terčů.

Potom žáci zapisují „trefená“ čísla opět do tabulky a podle zápisu v tabulce skládají z kartiček desetinná čísla.



Obr. č. 68: Ukázka aktivity určené k procvičování čtení a zápisu desetinných čísel pomocí terče, tabulky s číselnými řády a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)

Na procvičení čtení a zápisu desetinných čísel lze použít i desetinné zlomky, desetistěnnou kostku a hrací kostku.

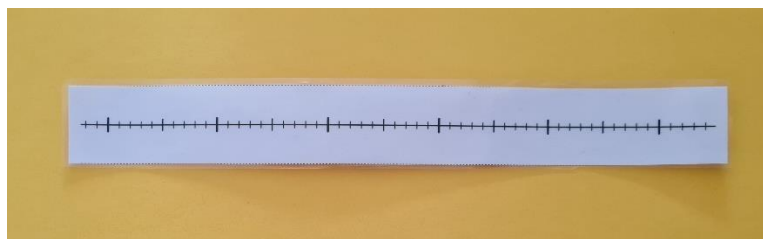
A: Žáci si kostkou hodí postupně tři čísla, která složí ve stejném pořadí pomocí kartiček. Libovolně si umístí desetinnou čárku. Číslo zapíše do sešitu. Když pracují ve dvojicích nebo skupinách, vzájemně si zkontrolují čtení.

Čísla mohou také chodit zapisovat na tabuli. Třída pak zapsané číslo přečte.

3.2.6 Znázornění desetinných čísel – práce s číselnou osou

Pro usnadnění a urychlení práce používáme s žáky zalaminované osy a stíratelný fix. Výhodou je, že není třeba žákům stále dokola osy kopírovat a tisknout.

Žáci mohou na číselných osách pohodlně a rychle znázorňovat desetinná čísla. A pokud toto perfektně zvládnou, později jim práce s osou usnadní pochopení porovnávání čísel, které žákům v případě desetinných čísel mnohdy činí obtíže.



Obr. č. 69: Zalamovaná osa určená ke znázorňování desetinných čísel (vlastní zpracování)

Znázorňovat desetinná čísla začínáme opět s desetinnými.

A: Vyučující zadává čísla a žáci dopisují zbylá.

Ukázka:

K první tlusté čárce si zapište číslo 0. Ke druhé tlusté čárce si napište číslo 1. Doplňte čísla ke zbývajícím tlustým čárkám.

„Přečtete všechna vyznačená čísla od nejmenšího po největší.“ – 0, 1, 2...

„Jaká čísla napíšete k tenkým čárkám mezi nulu a jedničku? Které napíšete k první tenké čárce?“ – 0,1

„Co napíšete ke druhé tenké čárce?“ – 0,2

„Co napíšeš ke třetí čárce?“ – 0,3

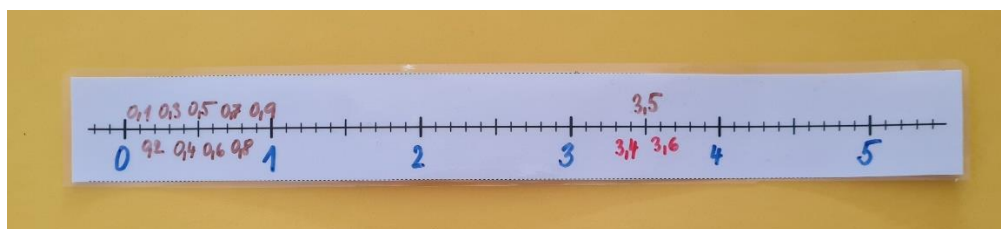
Postupně stejným způsobem projdeme všechna zapsaná čísla mezi 0 a 1. Čísla mohou žáci psát k ose na střídačku nahoru/dolů, aby se jim všechna vešla.

Doplňte číslo k prostřední čárce mezi 3 a 4.

„Jaké číslo jste tam doplnili?“ – 3,5

Vyznačte číslo, které je hned za 3,5 a hned před.

„Které to je?“ – 3,6 a 3,4



Obr. č. 70: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)

V následující vyučovací hodině zvyšujeme obtížnost.

Ukázka:

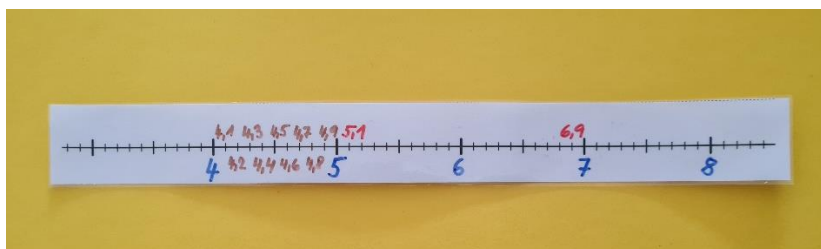
Ke druhé tlusté čáře napište číslo 4. Ke čtvrté tlusté čáře napište číslo 6.

„Které číslo bude u třetí tlusté čárky?“ – 5

„Která čísla jsou u čárek mezi 4 a 5?“ – 4,1; 4,2; 4,3...

„Které číslo je vyznačené hned před 7?“ – 6,9

„Které číslo je vyznačené hned za 5?“ – 5,1



Obr. č. 71: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)

Při znázorňování desetinných čísel se zaměřujeme i na pochopení rozdílu mezi „hned za/za“ a „hned před/před“.

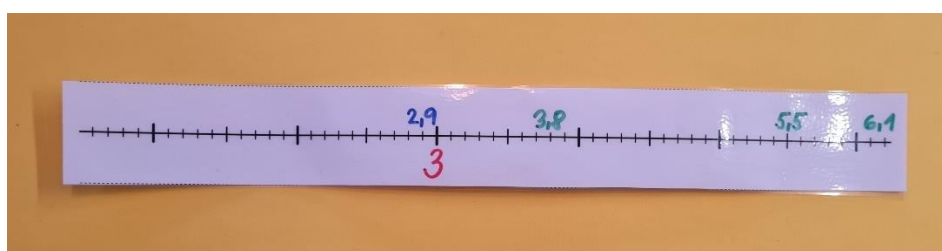
Ukázka:

Honzík vyznačil na číselné ose červeně číslo 3, Anička vyznačila na stejné ose zeleně číslo za Honzíkovým.

„Které číslo mohla vyznačit Anička?“ – například 3,8; 5,5; 6,1...

Kája vyznačil na ose modře číslo hned před Honzíkovým.

„Které číslo vyznačil?“ – 2,9



Obr. č. 72: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)

Dále žáci mohou znázorňovat čísla podle zadání:

- učitel zadá čísla, žáci zapisují zbylá,
- učitel zadá čísla, žáci vyznačí, učitel se dotazuje na další (hned za/před, tři čárky za/před, mezi apod.)

Stejným postupem se s žáky učíme znázorňovat setiny.

3.2.7 Porovnávání desetinných čísel

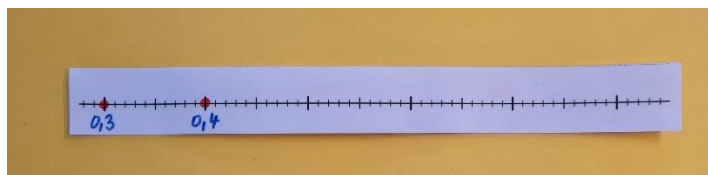
- **Pomocí číselné osy**

Číselná osa (nejlépe zalaminovaná) je skvělým názorným pomocníkem také pro vyvození porovnávání desetinných čísel.

A: K první tlusté čárce si vyznačte číslo 0,3. Ke druhé tlusté si vyznačte číslo 0,4.

„Které číslo je větší?“ – 0,4

„Proč?“ – protože je více vpravo



Obr. č. 73: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)

Žáky hned od začátku vedeme k tomu, že větší číslo je na číselné ose více vpravo. Snažíme se neříkat dále od nuly, protože by později aplikace takového pravidla mohla vést ke špatnému porovnávání záporných čísel.

Žákům dáváme obdobné příklady jako výše zmíněný. Žáci mohou odpovídat hromadně nebo vyvoláváme. Nedáváme najevo, jestli je odpověď správná, nebo ne. Ale trváme na odůvodnění proč. Podle odpovědí, např. „Je více vpravo/vlevo.“, teprve hodnotíme správnost.

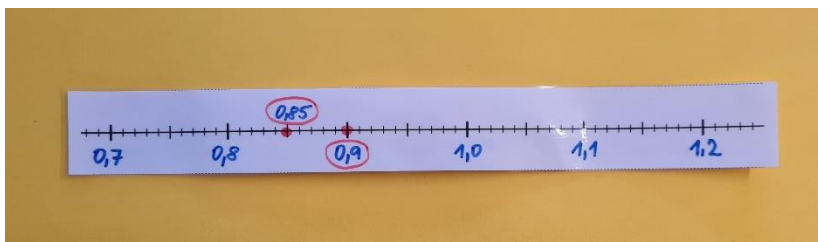
Po procvičení aktivitu ztížíme.

A: Vyznačte si na číselné ose čísla: 0,85 a 0,9.

„Které číslo je více vpravo?“ – 0,9

„Které číslo je větší?“ – 0,9

„Jak to, že je toto číslo větší, přestože má méně číselných řádů?“ – protože je více vpravo



Obr. č. 74: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)

Stále nás zajímá jen umístění čísla na číselné ose, aby žáci získali představu o velikosti čísla a jeho umístění na ose. Opakujeme několikrát, k aktivitě se vracíme.

V poslední části číselnou osu využíváme již jen pro ověření porovnání čísel, která si předtím žáci zapsali do sešitu nebo složili z karet.

A: Složte si pomocí karet a tužky čísla 1,6 a 2,1. Představte si, kam byste ta čísla umístili na číselné ose.

„Které bude více vpravo?“ – 2,1

„Které bude větší?“ – 2,1



Obr. č. 75: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek a pomoci číselné osy (vlastní zpracování)

- **Porovnávání pomocí zápisu**

Jakmile dostatečně procvičíme porovnávání desetinných čísel pomocí číselné osy, můžeme postoupit k další fázi – porovnávání pomocí zápisu.

Pracujeme s kartami s číslicemi a s kartami, na kterých máme zapsaná konkrétní desetinná čísla (obdobně jako u zlomků). Znaky pro nerovnost žáci skládají z pastelek.

Začínáme jednoduchým úkolem. Nejprve žákům k porovnávání diktujeme jednoduchá čísla, která si na lavici složí z karet a porovnají.

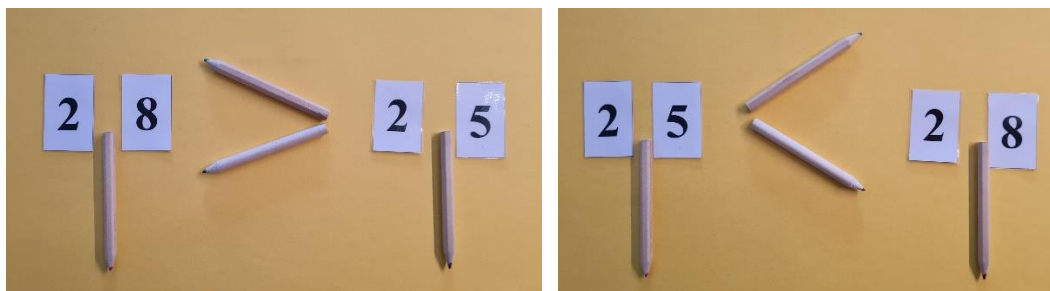
Pokračujeme zadáním problémové úlohy:

A: Složte si číslo 2,8 a 2,5. Pomocí pastelek je porovnejte.

„Které číslo je větší?“ – 2,8

„Přečtete svůj zápis.“ – dvě celé osm desetin je větší než dvě celé pět desetin

„Má někdo zapsáno jinak?“ – dvě celé pět desetin je menší než dvě celé osm desetin



Obr. č. 76: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)

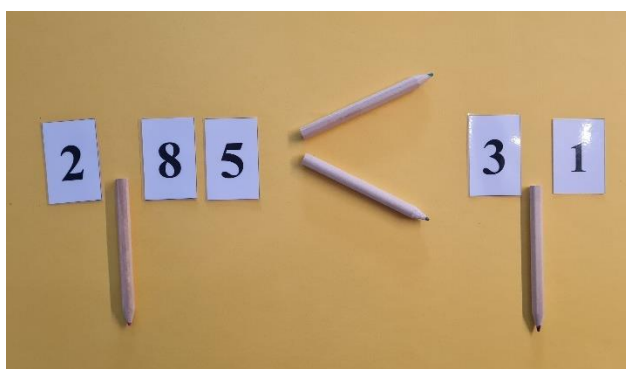
Navedeme žáky k tomu, aby si uvědomili, že příklad lze zapsat dvěma způsoby, které jsou oba správné.

Když máme vypořádkováno, že žáci již zvládají porovnávání tohoto typu, tedy porovnávají čísla se stejným počtem číselných řádů, bez předchozího upozornění zadáme další úkol:

A: Složte si číslo 2,85 a 3,1. Porovnejte.

„Které číslo je větší?“ – 3,1

„Proč?“ – má více jednotek



Obr. č. 77: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)

Zasejeme tím takového „nahlodávacího červíka“. V případě porovnávání přirozených čísel spočítáme počet číselných řádů (cifer). Které číslo jich má více, je automaticky větší.

Jak to, že v tomto případě je číslo 3,1 větší? Vždyť má méně číselných řádů.

Žáci nyní začnou přemýšlet a možná tvrdit, že číslo 2,85 je větší. Někdo naopak trvá na tom, že číslo 3,1 je větší. Žáci jsou strženi do diskuse a snaží se vzájemně přesvědčit a odůvodňovat svoji variantu řešení. „Brainstorming“ v určitém okamžiku stopneme a čísla

si znázorníme. Například pomocí již známé pizzy. Zjistíme, že jedno číslo má dva celky, druhé tři celky. Tím je vlastně vše vyřešeno. Větší musí být číslo 3,1.

Můžeme ale v řešení pokračovat a v rámci opakování se žáků zeptat, jak by znázornili 85 setin. Pravděpodobně se dostaneme opět ke čtverečkovanému papíru a čtverci o stranách 10×10 čtverečků.

- **Vyvození pravidla**

Dostali jsme se do okamžiku, kdy dáme příležitost žákům, aby se sami pokusili vyvodit pravidlo pro porovnávání desetinných čísel.

To zní:

- nejprve porovnáám celky,
- když jsou celky stejné, porovnáám desetiny,
- když je desetin stejně, porovnáám setiny... porovnáám jednotlivé další číselné řády.

Necháme-li žáky dojít k pravidlu samostatně, tak u těch, kteří ho zvládli vyvodit, máme téměř jistotu, že si v dalších příkladech (i obtížnějších) s porovnáváním desetinných čísel poradí. A pro ty ostatní bude pravidlo jistě lépe uchopitelné a zapamatovatelné, když ho uslyší z úst spolužáků sdělené „vrstevnickým jazykem“.

A: Každý žák má kartu s konkrétním zapsaným desetinným číslem a porovnává ho ve dvojici či ve skupinách s čísly spolužáků:

- pomocí tužek,
- stoj/dřep – žáci chodí volně po třídě se svým číslem. Na signál (tlesknutí, písknutí apod.) vytvoří dvojici podle pravidla „ulov prvního, koho máš u sebe“. Kdo má menší číslo, udělá dřep, kdo větší, stoupne si na špičky.
- před tabulí – skupinka žáků vytvořená podle nějakého společného znaku (např. k tabuli jdou všichni, kdo mají na sobě modré tričko) jde k tabuli a zde se seřadí od nejmenšího po největšího podle čísel, která mají na kartách. Žáci v lavicích provádějí kontrolu. Pokud vidí nějakou chybu, upozorní na ni. V případě nutnosti poradí, jak ji opravit, jak si mají stoupnout správně.

3.2.8 Zaokrouhlování desetinných čísel

- **Pomocí číselné osy**

Když začínáme se zaokrouhlováním desetinných čísel, pomůžeme si opět zalaminovanou číselnou osou.

Nejdříve si s žáky zopakujeme, proč vůbec zaokrouhluje a kde se s tím v životě setkáme (například při nakupování). Předtím, než začneme zaokrouhlovat desetinná čísla, zopakujeme si společně zaokrouhlování čísel přirozených.

Nyní jsme připraveni přistoupit k vlastnímu zaokrouhlování desetinných čísel.

A: K první tlusté čáře si vyznačte číslo 5, ke druhé tlusté čáře číslo 6. Dopíšte si čísla k čárkám mezi čísla 5 a 6. Najděte si číslo 5,1.

„Kam má blíže, k číslu 5, nebo 6?“ – k číslu 5

Najděte si číslo 5,2.

„Kam má blíže, k číslu 5, nebo 6?“ – k číslu 5

Najděte si číslo 5,4.

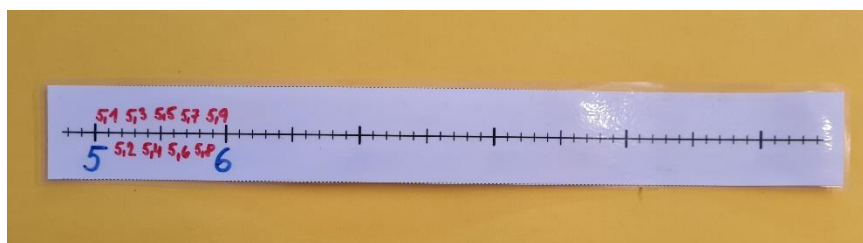
„Kam má blíže, k číslu 5, nebo 6?“ – k číslu 5

Najděte si číslo 5,9.

„Kam má blíže, k číslu 5, nebo 6?“ – k číslu 6

Teď máme číslo 5,5.

„Kam má blíže?“



Obr. č. 78: Ukázka nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)

Někteří řeknou: „K číslu 6, protože 5 zaokrouhluje nahoru.“ S jinými musíme pravidlo pro zaokrouhlování ještě zopakovat.

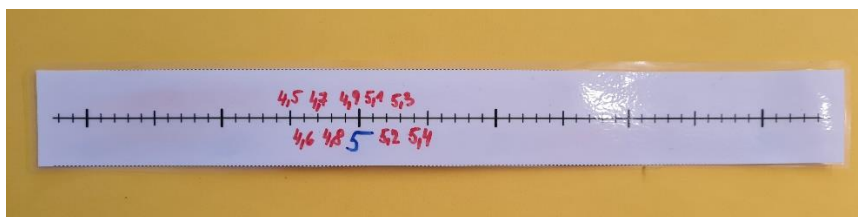
Pro upevnění pravidla můžeme použít příběh o cestě na návštěvu k babičce: Představte si, že jdete z pětky k babičce, která bydlí v šestce. Náhle začne bouřka. Když budete na 5,1, máte to blíže domů, proto se vrátíte. Dojdeme postupně až k 5,5. Nyní to máte stejně domů

i k babičce. Takže si můžete vybrat. Jít domů, kde na vás nic zajímavého nečeká, nebo jít k babičce, která má pro vás nachystané buchty. Kam raději poběžíte? Samozřejmě k babičce!

Příští hodinu aktivitu vyzkoušíme s jinými čísly, která umístíme na číselnou osu na jinou pozici. Na začátku hodiny si nezapomeneme s žáky připomenout pravidla pro zaokrouhlování.

Na číselné ose řešíme další úkol. Hledáme čísla, která mohou být zaokrouhlena na dané číslo.

A: K třetí tlusté čáře si zapište číslo 5. Vyznačte, která čísla mohou být zaokrouhlena na číslo 5 → žáci vyznačí 4,5–5,4.



Obr. č. 79: Ukázka nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)

Zaokrouhlování procvičujeme stejným způsobem na desetiny i setiny. Musíme ale upravit čísla, která si vyznačujeme na číselné ose.

- **Pomocí zápisu**

K nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí zápisu využijeme opět naše známé kartičky s číslicemi. Pracujeme velice jednoduše. Učitel zadává čísla (nadiktuje). Žáci si je složí z karet a pomocí pravítka zaokrouhlí: Najdu si číselný řád, na který zaokrouhluji. Co je „před“, opíšu. Podle číslice, která leží „hned za“, zaokrouhlím a vše „za“ vynuluji.

A: Znázorněte si pomocí kartiček a tužky na lavici číslo 1,23. Zaokrouhlete ho na desetiny.

S žáky řešíme společně. Říkáme pravidlo: Najdeme si číselný řád, na který zaokrouhlujeme (to jsou desetiny).

„Jaká číslice je v řádu desetin? – 2

Co je „před“, toho si nevšímám.

„Jaké máme číslo „za“? – 3

„Co tedy uděláme s číslem 2, které máme v řádech desetin?“ – zůstává

A co je za, vynulujeme (vyměníme kartu s číslem 3 za kartu s 0).



Obr. č. 80: Ukázka nácvičku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)

S žáky si později ještě dovysvětlíme, že cílem zaokrouhlování desetinných čísel je zbavit se malých číselných řádů. Takže nuly na konci čísla se tam psát nemusí. Ale když tam budou, chyba to není, číslo má stále stejnou velikost. Zpočátku mají žáci nutkání si tam nuly psát, ale postupně zjistí, že je to zdržuje a že je to zbytečné, a sami od sebe nuly psát přestanou (alespoň většina z nich).

Aktivitu několikrát procvičíme s různými čísly.

V dalším kroku si žáci čísla nejen skládají pomocí karet, ale zapisují si je zároveň i do sešitu. Část žáků přestane během několika opakování kartičky potřebovat. U žáků s podpůrnými opatřeními vyžadujeme, aby karty používali, a to i při testech. Samozřejmě je individuální, u kterého žáka využívání karet budeme vyžadovat, vše závisí na konkrétními žákovi.

3.2.9 Sčítání a odčítání desetinných čísel

Při sčítání a odčítání desetinných čísel používáme stejná pravidla jako pro sčítání a odčítání přirozených čísel. S žáky si hned prakticky ověříme funkčnost pravidel pomocí čtvercové sítě.

A: Orámujte si celek, který se skládá z 10 čtverečků. Vybarvěte si dvě desetiny čtverečků červeně a další tři desetiny čtverečků modře.

„Kolik desetin je celkem vybarveno?“ – pět desetin (0,5)

Okamžitě si zapíšeme příklad: $0,2 + 0,3 = 0,5$

Obdobně vyzkoušíme i pro odčítání desetinných čísel.

A: Orámujte si celek složený z 10 čtverečků. Vybarvěte si sedm desetin čtverečků fialově a tři z těchto desetin škrtněte.

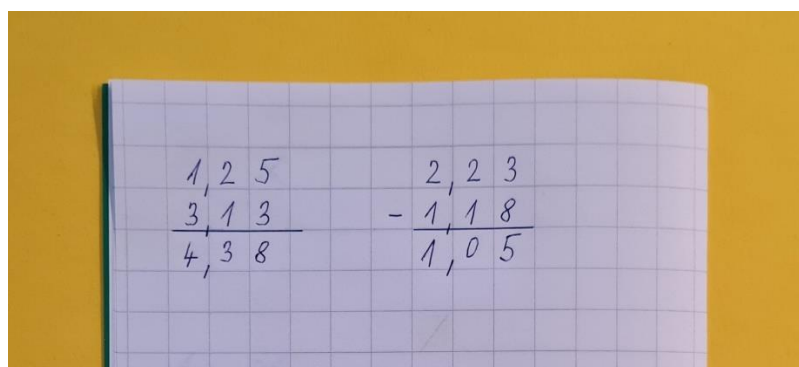
„Kolik vám zbylo desetin?“ – čtyři desetiny (0,4)

Zapišeme si příklad: $0,7 - 0,3 = 0,4$



Obr. č. 81: Ukázka znázornění sčítání a odčítání desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

Písenné sčítání a odčítání s žáky zapisujeme nejprve na čtverečkovaný papír s velikostí čtverečků 1×1 cm. Ideálním pomocníkem při písenném sčítání/odčítání a násobení/dělení je sešit č. 5110. Pro žáky je to taková „berlička“, která jim usnadní uvědomit si a pochopit, že stejné řády musí mít pod sebou. Žáci si díky čtverečkovanému papíru velmi rychle uvědomí, kam mají jakou číslici zapsat.



Obr. č. 82: Ukázka zápisu písenného sčítání a odčítání desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)

Nejprve sčítáme/odčítáme čísla, která mají stejný počet číselných řádů, později vyzkoušíme i řády odlišné.

Na 1. stupni desetinná čísla sčítáme nebo odčítáme pouze písenně. Pamětné počítání zkusíme jen u velmi jednoduchých příkladů (např. $1,4 - 0,2 = 1,2$). Nejdůležitější v této

fázi je, aby se žáci bezpečně orientovali v číselných řádech, aby chápali rozdíl mezi desetinou, setinou, tisícinou a aby věděli, že odečítají desetiny od desetin a setiny od setin. K tomu nám výborně dopomáhá právě i názornost zápisu na čtverečkovaném papíru.

3.2.10 Práce s peněžními modely – vyplácení, dočítání

Pro zavedení sčítání a odčítání desetinných čísel jsou výborné modely peněz. Pro početní úlohy s desetinnými čísly je přijatelnější měnou euro. Výhodou eura je existence centů, které jsou pro nás v tomto případě důležité, protože pomocí nich lze vytvořit desetinná čísla. V případě koruny bychom to nezvládli, resp. ne dostatečně variabilně.

Žáci evropskou měnu euro znají, většina s ní již přišla do styku během cestování s rodiči, takže by při aktivitách neměl být problém.



Obr. č. 83: Ukázka peněžních modelů – dětské papírové peníze (vlastní zpracování)

S peněžními modely učíme dočítání:

A: Mám 5 eur, musím zaplatit 3,85 eur.

„Kolik mi zbyde?“

Žáky navádíme na dočítání.

„Kolik centů je do 3,90?“ pět centů (žáci si zapíší do sešitu)

„Kolik centů do 4 eur?“ – deset centů (žáci zapíší do sešitu)

„A kolik ještě potřebujeme do 5 eur?“ – jedno euro (žáci zapíší)

Sečtete si částku, kterou jste si zapsali.

„Kolik vám vyšlo?“ – 1 euro a 15 centů



Obr. č. 84: Ukázka řešení úlohy s desetinnými čísly pomocí peněžních modelů (vlastní zpracování)

Nyní s žáky ověříme písemným odčítáním.

Žáci se s dočítáním v běžném životě už tolik neseškávají kvůli masovému používání platebních karet. I v případě, že platíme hotovostí, pokladna sama „vyjede“ pokladnímu, kolik má vrátit. Ale pro rozvoj logického myšlení je ideální žáky s dočítáním takto seznámit.

3.2.11 Násobení a dělení 10, 100, 1000

Poslední, co žáky čeká s desetinnými čísly a s čím je seznamujeme, je násobení a dělení desetinných čísel 10, 100, 1 000. Na 1. stupni násobíme maximálně 1 000, což souvisí s převody jednotek, které jsou rovněž součástí učiva 1. stupně.

Když zavádíme násobení/dělení 10, 100 a 1 000, žákům zakážeme počítat (z toho jsou nadšení). Budeme si pouze „hrát“ s desetinnou čárkou.

A: Složte si číslo 2,36 (pomocí kartiček a tužky).

Nyní si číslo 2,36 vynásobíme deseti (bez počítání):

$$2,36 \cdot 10 = 23,6$$

S žáky si říkáme, že když je to kRát, tak se desetinná čárka posouvá dopRava („R“ zdůrazňujeme, aby se to žákům spojilo). Protože desítka má jednu nulu, posouváme čárku doprava o jedno desetinné místo (vezmeme tužku a posuneme ji).

Do sešitu si zapíšeme barevně: kRát = dopRava $2,36 \cdot 10 = 23,6$ (celý příklad)



Obr. č. 85: Ukázka znázornění násobení desetinného čísla číslem 10 (vlastní zpracování)

Analogicky postupujeme i s dělením desetinných čísel.

A: Složte si číslo 62,3.

Nyní si číslo 62,3 vydělíme číslem 10 (bez počítání):

$$62,3 : 10 = 6,23$$

Protože máme děLeno, posouváme desetinnou čárku doLeva („L“ opět zdůrazňujeme). Desítka má jednu nulu, takže posouváme o jedno desetinné místo.

Zápis do sešitu: děLeno = doLeva $62,3 : 10 = 6,23$ (celý příklad)



Obr. č. 86: Ukázka znázornění dělení desetinného čísla číslem 10 (vlastní zpracování)

Žáci mají radost, že mají zakázáno počítat a posouvají jen desetinnou čárkou.

Necháváme na nich, jak dlouho chtějí používat kartičky, protože někteří žáci nemají tak dobrou představivost (necháme i na test, kdo potřebuje – u někoho vyžadujeme).

4 DIDAKTICKÉ HRY, POMŮCKY

Nyní předkládám příklady různých didaktických her a pomůcek, které je možné využít při procvičování a upevňování znalostí tematického celku zlomky a desetinná čísla na 1. stupni ZŠ. Aktivita slouží jako ukázka. Učivo, na které jsou zaměřeny a pro něž jsou konkrétně zpracovány, lze obměňovat podle potřeby.

- **Karty „rub/líc“**

Karty „rub/líc“ mají z jedné strany zadání či příklad, z druhé strany řešení. Jejich využití je prakticky univerzální, vhodné do jakéhokoli předmětu. Současně při práci s nimi propojujeme výuku matematiky s českým jazykem, rozvíjíme slovní zásobu a komunikační dovednosti. V rámci zlomků a desetinných čísel kartičky zaměřujeme na převody zlomek/desetinné číslo, pamětné početní operace (sčítání/odčítání), výpočet části z celku aj. Dále lze vytvořit karty s lehkými úsudkovými úlohami.



Obr. č. 87: Ukázka karet „rub/líc“ (vlastní zpracování)

Obdobnou variantou oboustranných karet rub/líc jsou karty s příklady zaznamenanými v tabulce. Ukázkové karty obsahují příklady zacílené na procvičení výpočtu části z celku a celku z části. Na druhé straně karty jsou správné výsledky pro samostatnou kontrolu.

Opět je vhodné karty zalaminovat, aby je bylo možné používat opakovaně.

VYPOČÍTEJ CELEK		
ZLOMEK	ČÁST	CELEK
$\frac{3}{4}$	15	
$\frac{1}{5}$	10	
$\frac{4}{6}$	36	
$\frac{1}{9}$	7	
$\frac{5}{8}$	20	

VYPOČÍTEJ CELEK		
ZLOMEK	ČÁST	CELEK
$\frac{3}{4}$	15	20
$\frac{1}{5}$	10	50
$\frac{4}{6}$	36	54
$\frac{1}{9}$	7	63
$\frac{5}{8}$	20	32

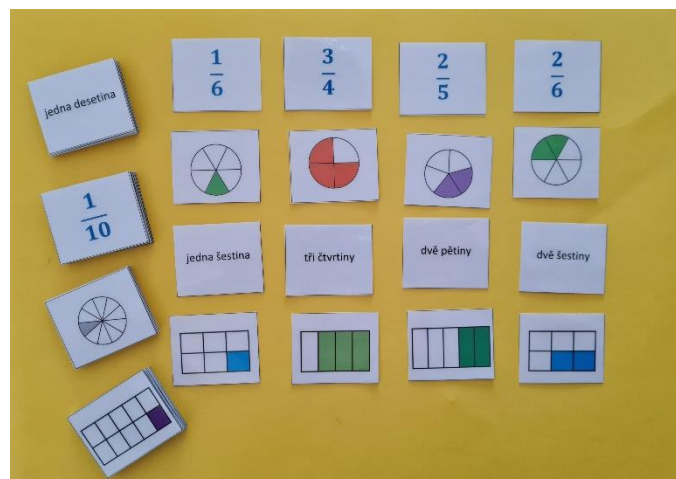
VYPOČÍTEJ ČÁST		
ZLOMEK	ČÁST	CELEK
$\frac{1}{2}$		60
$\frac{4}{5}$		150
$\frac{2}{3}$		48
$\frac{5}{8}$		24
$\frac{5}{9}$		27

VYPOČÍTEJ ČÁST		
ZLOMEK	ČÁST	CELEK
$\frac{1}{2}$	30	60
$\frac{4}{5}$	120	150
$\frac{2}{3}$	24	48
$\frac{5}{8}$	15	24
$\frac{5}{9}$	15	27

Obr. č. 88: Ukázka karet „rub/lic“ – tabulky (vlastní zpracování)

- **Přiřazovací karty se zlomky**

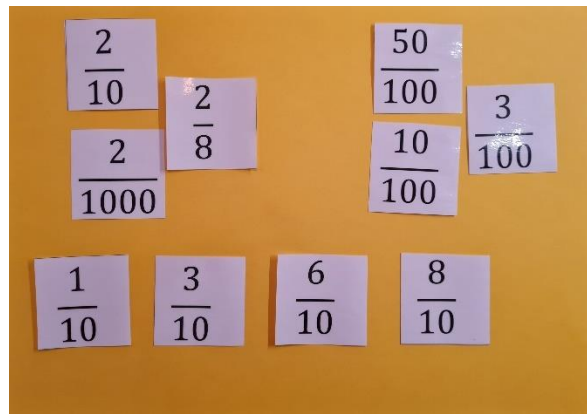
Žáci mohou při této aktivitě pracovat samostatně, ve dvojicích i ve skupinách. Pracují na lavici či kobereci na zemi, aby měli dostatek prostoru. Dostanou čtyři typy karet – s matematicky zapsaným zlomkem, se zlomkem zapsaným slovně a dvě karty se zlomky zobrazenými (kruhové a obdélníkové zobrazení). Úkolem je přiřadit k sobě vždy stejné čtyři karty.



Obr. č. 89: Ukázka přiřazovacích karet se zlomky (vlastní zpracování)

- **Třídění karet podle různých kritérií**

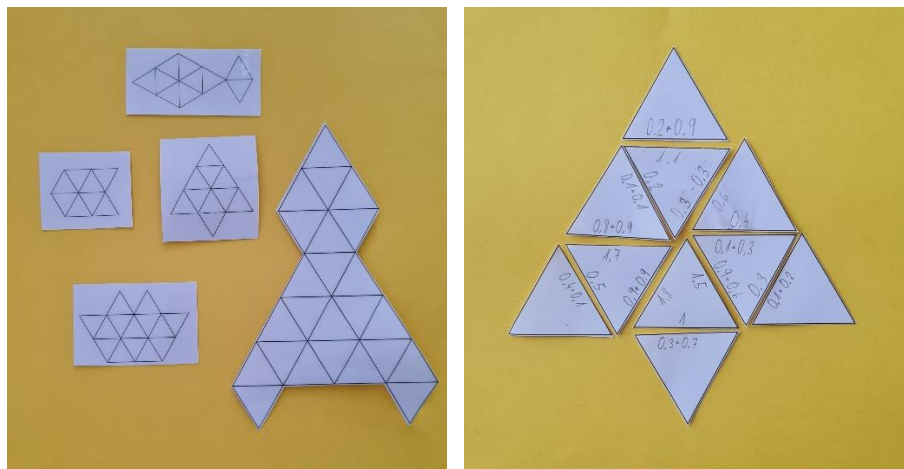
Úkolem žáků je roztřídit karty do jednotlivých hromádek podle různých kritérií, která zadává učitel. Mohou je rozdělit například podle stejného jmenovatele/čitatele nebo mohou vytvořit řadu podle velikosti sestupně nebo vzestupně apod.



Obr. č. 90: Ukázka aktivity s kartami se zlomky (vlastní zpracování)

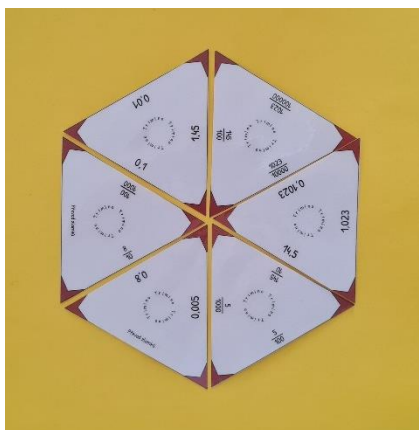
- **Trimino neboli trojúhelníková skládanka**

Trimino funguje na stejném principu jako domino, jen má na rozdíl od něj tři strany (části mají tvar rovnostranných trojúhelníků). Trimina můžeme mít pro žáky nachystaná již vyplněná, nebo si je tvoří sami podle zadání učitele. Po vytvoření trimina si ho ve skupince rozstříhají a pokusí se ho složit. Teprve až po skupinové kontrole s následnou kontrolou vyučujícího mohou trimino nabídnout jiné skupině ke hře.



Obr. č. 91: Ukázka aktivity s triminem (vlastní zpracování)

Program pro tvorbu trimina podle vlastních požadavků nalezneme na německých stránkách <https://schule.paul-matthies.de/Trimino.php>. Program je velice intuitivní. Zadáme pouze dvojice, které chceme mít u sebe, a systém sám vše již vytvoří.

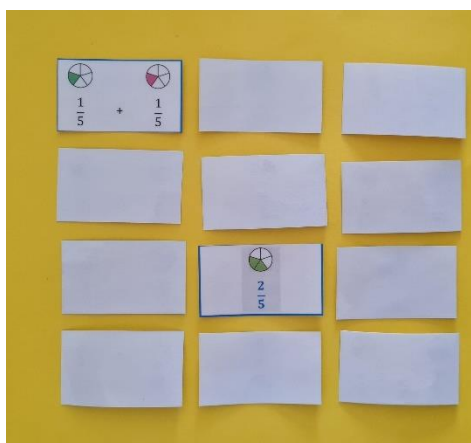


Obr. č. 92: Ukázka aktivity s triminem (vlastní zpracování)

- **Pexeso**

Hru hrajeme jako klasické pexeso, ať již ve dvojicích, nebo ve skupině. Karty rozložíme na lavici rubem navrch. Žáci obrátí vždy po dvojici karet. Pokud objeví shodnou dvojici, vezmou si ji. Jestliže obrátí karty odlišné, obrátí je zpět a nechají ležet. Vyhrává ten, který má více nalezených dvojic.

Ukázkové pexeso slouží k procvičování sčítání zlomků se stejným jmenovatelem. Na jedné z dvojice karet je zapsán a názorně zobrazen příklad. Na druhé z karet je zapsaný a stejným způsobem i zobrazený výsledek sčítání.



Obr. č. 93: Ukázka hry pexeso (vlastní zpracování)

- **Karty „Já mám, kdo má...“**

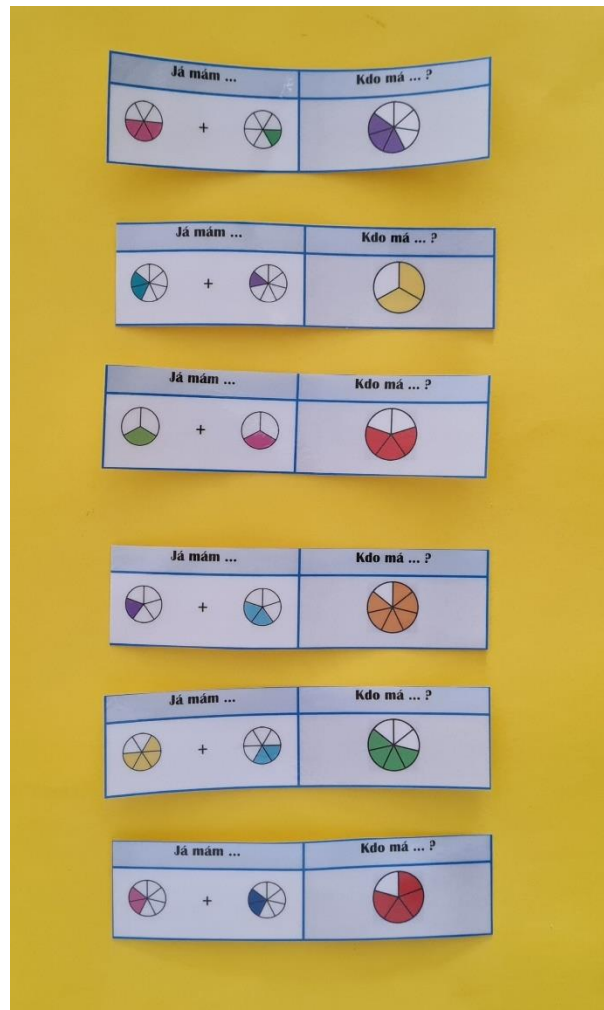
Ukázková hra slouží k procvičování sčítání zlomků se stejným jmenovatelem. Může ji zároveň hrát celá třída. Každý z žáků dostane jednu kartičku, na které je v první polovině

znázorněn kruhovým zobrazením příklad (část „Já mám“), na druhé polovině je zobrazen výsledek, jehož příklad je hledán (část „kdo má“). Hru začíná libovolný žák.

Začne: „Já mám (sečte zobrazený příklad v první polovině kartičky) čtyři šestiny, kdo má (přečte zobrazený výsledek hledaného příkladu v druhé polovině karty) tři sedminy?“

Žák, který má v první polovině své karty zobrazený příklad, jehož sečtením získá tři sedminy, se ozve: „Já má tři sedminy, kdo má dvě třetiny?“

Hra pokračuje stejným principem, až se vystřídají všichni se svými kartami.



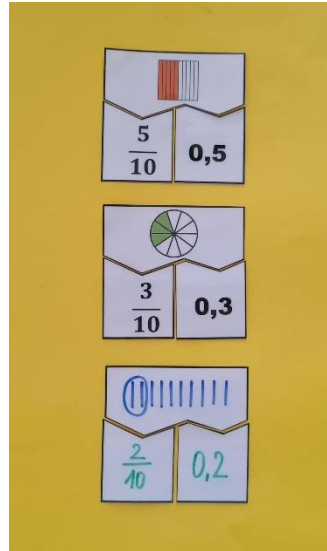
Obr. č. 94: Ukázka hry „Já mám, kdo má...“ (vlastní zpracování)

- **Puzzle skládačka**

Puzzle skládačka je složena ze tří částí – zápisu desetinného zlomku, zobrazení zlomku a desetinného čísla. Hra se používá ve fázi, kdy žáci znají desetinný zlomek a přecházejí k učivu desetinných čísel. Při skládání k sobě nejprve přiřadí zápis a zobrazení desetinného zlomku, nakonec vyhledají příslušné desetinné číslo. Žákům se prostřednictvím této puzzle

skládačky vizuálně propojí zlomek s desetinným číslem a zároveň oba názorně vidí na obrázku.

Pokud žákům nachystáme prázdnou zalaminovanou skládačku, mohou si vytvářet vlastní zadání a procvičovat se tak například ve dvojicích.



Obr. č. 95: Ukázka puzzle skládačky (vlastní zpracování)

- **Hra Země – Město**

Tato hra má stejná pravidla jako známá hra Země – Město. Jednotlivé sloupečky si můžeme zapsat například takto:

celé číslo desetinné číslo zlomek smíšené číslo

Učitel zadává úkol:

Zapište číslo, které:

- obsahuje číslici 3,
- obsahuje číslice 1 a 5,
- obsahuje jen sudé číslice,
- je větší než 2.

Čísla si společně čteme a žáci mohou podle domluvy zapisovat body.

Celé číslo	Desetinné číslo	Zlomek	Smíšené číslo
31	0,13	$\frac{1}{3}$	$3\frac{2}{5}$
125	1,15	$\frac{1}{5}$	$1\frac{3}{5}$
24	2,48	$\frac{2}{4}$	$4\frac{2}{5}$
7	3,6	$\frac{10}{2}$	$8\frac{2}{5}$

Obr. č. 96: Ukázka hry Země – Město (vlastní zpracování)

- **Šifra**

Šifru lze použít mnoha způsoby napříč všemi předměty. Tuto hru opět nemusí připravovat jen učitel, ale mohou se zapojit i žáci. Aktivita pro ně bude jistě zábavná. Podpoří jejich kreativitu i logické myšlení.

Princip šifry je jednoduchý. Žáci mají před sebou „klíč“.

Ukázka:

Zaznamenaná šifra se skládá z 15 písmen. Ke každému z nich je přiřazeno číslo. Učitel čte čísla a žáci si do sešitu zapisují písmena, která leží u čísla, jež učitel právě přečetl. Čísla si musí zapisovat popořadě. Jestliže pracovali správně, zapsaná písmena by měla vytvořit tajenku.

Hra může mít spoustu variant, záleží jen na kreativě sestavovatele. Je možné použít celou abecedu, kromě čtení a zápisu zlomků, desetinných čísel lze trénovat jejich sčítání a odčítání nebo násobení a dělení desetinných čísel aj.

Šifra:

S 1,2	O 0,5	J 2,6	Z 1,35	Y 8,1
K 10,9	T 6,7	M 45,45	I 7,10	C 9,19
E 2,12	L 21,2	A 71,0	R 4,54	F 5,50

Klíč:

1	$\frac{135}{100}$	(Z)	4	$\frac{4545}{100}$	(M)
2	$\frac{212}{10}$	(L)	5	$\frac{109}{10}$	(K)
3	$\frac{5}{10}$	(O)	6	$\frac{81}{10}$	(Y)

Tajenka: ZLOMKY

Obr. č. 97: Ukázka šifry (vlastní zpracování)

- Pracovní list na vyhledávání a správné přiřazení zlomků**

Pracovní list je vhodný použít v úvodní části po seznámení žáků se zlomky. Pomocí listu si mohou manipulativní činností učivo procvičovat. Úkolem je vystříhnout si zobrazené zlomky ve spodní části listu a vlepit je do příslušného rámečku ke stejnému zlomku.

Aktivitu můžeme i ztížit, když žáci u obrázků nebudou mít vybarvenou příslušnou část zlomku, ale budou si ji muset sami vybarvit podle zadání u matematických zápisů zlomků na listu.

Samostatně si po zpracování mohou provést kontrolu podle listu s řešením.



Obr. č. 98: Ukázka pracovního listu na vyhledávání a správné přiřazení zlomků, včetně řešení (vlastní zpracování)

- Hry s kartami:**

Karty slouží jako pomůcka, která dopomůže žákům k ukotvení představy o zlomku. Procvičí se v porovnávání zlomků, v jejich řazení podle velikosti aj. Při procvičování využijeme gradace neboli zvyšování obtížnosti úloh. Nejprve pracujeme se zlomky

kmenovými, které jsou jen znázorněné. Dále obtížnost zvýšíme zařazením kmenových zlomků zapsaných čísly. Nakonec zapojíme i nekmenové zlomky.

- **Černý Petr**

Hra má klasická pravidla a je určena pro 3–6 hráčů. Potřebujeme k ní celkem 32 karet, které tvoří vždy dvojici se stejným obrázkem. V našem případě se jedná o kartu se zlomkem zapsaným a zlomkem znázorněným. Na 33. kartě je obrázek Černého Petra.

Určený hráč karty zamíchá a rozdá. Každý z hráčů dostane stejný počet karet. Důležité je karty neodhalovat spoluhráčům! Pokud mají hráči stejnou dvojici, odloží ji ihned po rozdání. Zbytek karet drží hráči v jedné ruce ve „vějíři“ a vlastní hra začíná. První hraje žák po levé straně od rozdávajícího, který si od něj vybere a vezme jednu kartu. Jestliže může vytvořit dvojici, odloží ji. Potom nabídne svoji kartu dalšímu hráči (postupujeme ve směru hodinových ručiček). Hráči tímto způsobem pokračují a vyřazují dvojice. Kdo vyřadí všechny karty, vyhrál. Komu zbyde Černý Petr, prohrál.



Obr. č. 99: Ukázka hry Černý Petr (vlastní zpracování)

- **Větší bere**

Hru hrajeme ve dvojici. Karty si rozdělíme do dvou stejně velkých hromádek, rubem nahoru. Každá z nich bude patřit jednomu z hráčů. Hráči současně otočí vrchní kartu ze své hromádky. Ten, kdo má na své kartě zlomek vyjadřující větší množství, si vezme obě karty. Takto pokračují tak dlouho, dokud nespotřebují všechny karty z hromádek. Kdo má více karet, vyhrál.

Hru lze případně hrát i ve skupinách. Princip je stejný, jen proti sobě hrají dvě skupiny žáků, v otáčení se postupně střídají.

Abychom žákům usnadnili porovnávání karet, můžeme využít „zlomkový pás – zlomkovnici“. Na něm žáci názorně vidí velikost jednotlivých zlomků, které pak mohou velice rychle porovnat.



Obr. č. 100: Ukázka hry Větší bere, včetně zlomkovnice (vlastní zpracování)

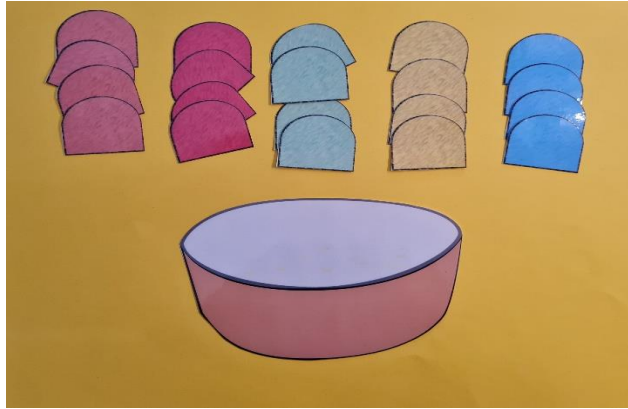
- **Vyber kartu**

Žáci mohou hrát jako jednotlivci, ve dvojicích i ve skupině. Hrají v lavicích či například v kroužku na koberci.

Rozdáme karty. Můžeme si vybrat, zda využijeme jen karty se zapsanými zlomky nebo znázorněnými zlomky nebo uděláme mix. Žáci si karty rozloží na lavici/koberci lícem navrch. Ukážeme žákům svoji kartu se zlomkem. Jejich úkolem je vybrat ze svých karet kartu, která má zlomek větší/menší.

- **Miska s kopečky zmrzliny**

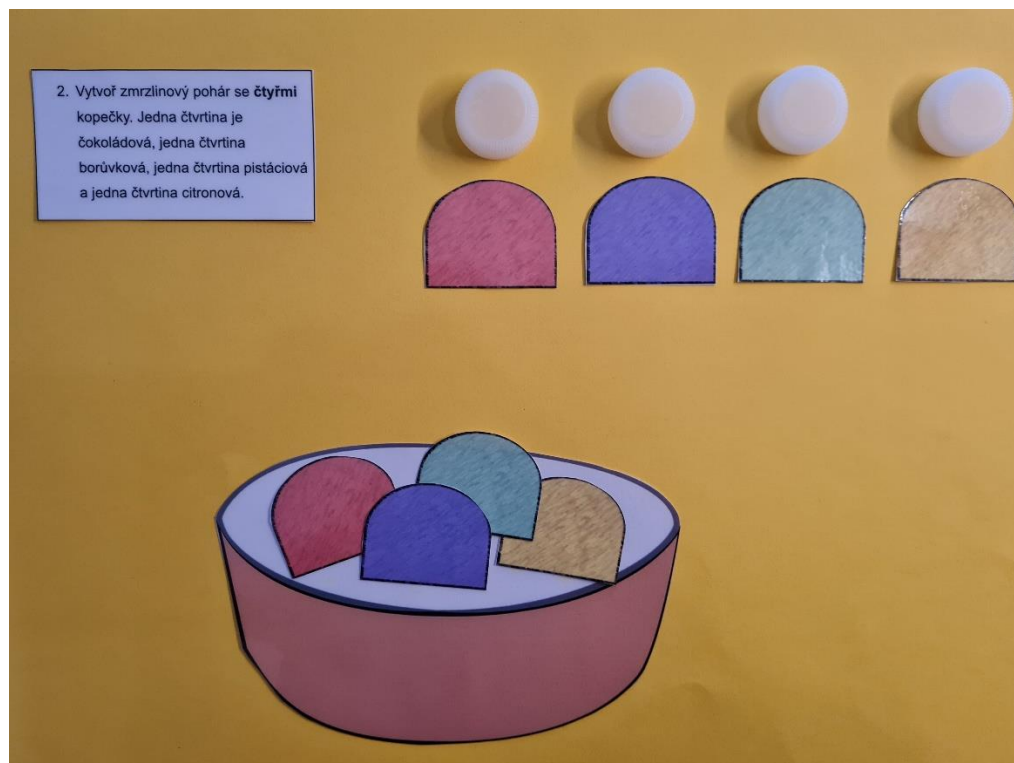
Na další aktivitu potřebujeme misku a kopečky zmrzliny různých příchutí (vše vystřižené z papíru). Příchutě jsou demonstrovány prostřednictvím barev kopečků (hnědá – čokoládová, červená – jahodová, modrá – šmoulová, žlutá – citrónová, zelená – pistáciová, fialová – borůvková apod.). Žáci si mohou vytvořit i vlastní příchutě. Dostanou kopečky bílé a vybarví si je podle fantazie. Mističku plníme kopečky podle instrukcí. Úlohy gradujeme.



Obr. č. 101: Ukázka misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)

a) 1. úroveň obtížnosti

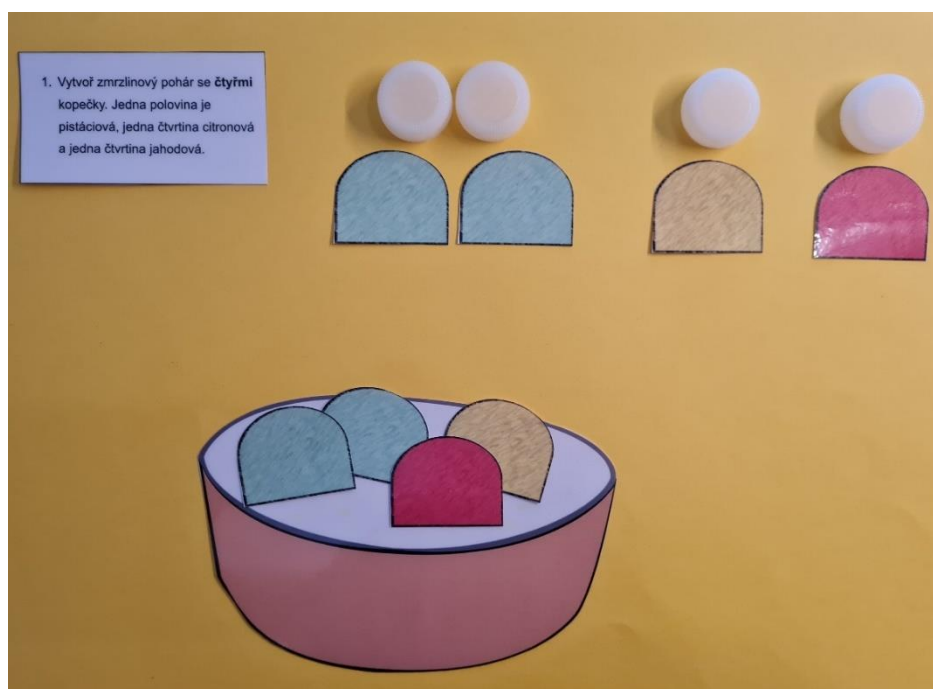
První fáze slouží hlavně k seznámení s aktivitou. Procvičujeme v ní pouze kmenové zlomky, a to se stejným jmenovatelem. Pro názornost si k řešení úloh můžeme pomoci PET víčky. Ta představují celkový počet kopečků. Žáci také mohou vytvářet i vlastní úlohy. Cílem je, aby zkoumali, jak se mění zápis úlohy, jestliže měníme obsah misky.



Obr. č. 102: Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)

b) 2. úroveň obtížnosti

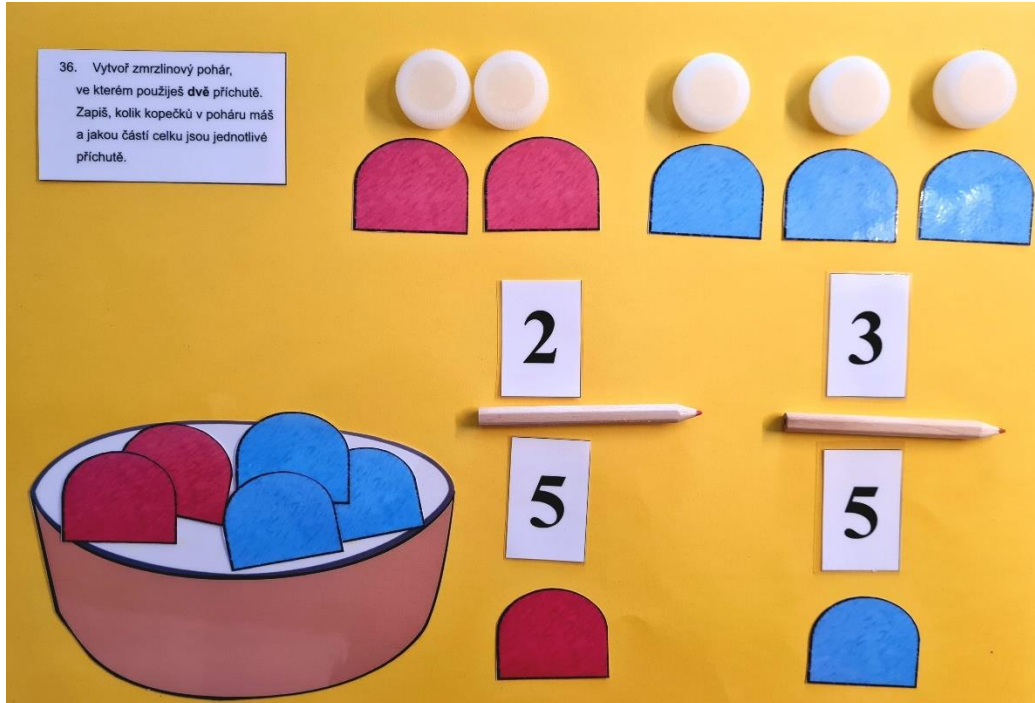
V další části pracujeme stále jen s kmenovými zlomky, ale již s různými jmenovateli. Žáci musí určovat, kolik kopečků z celku tvoří zadané příchutě.



Obr. č. 103: Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)

c) 3. úroveň obtížnosti

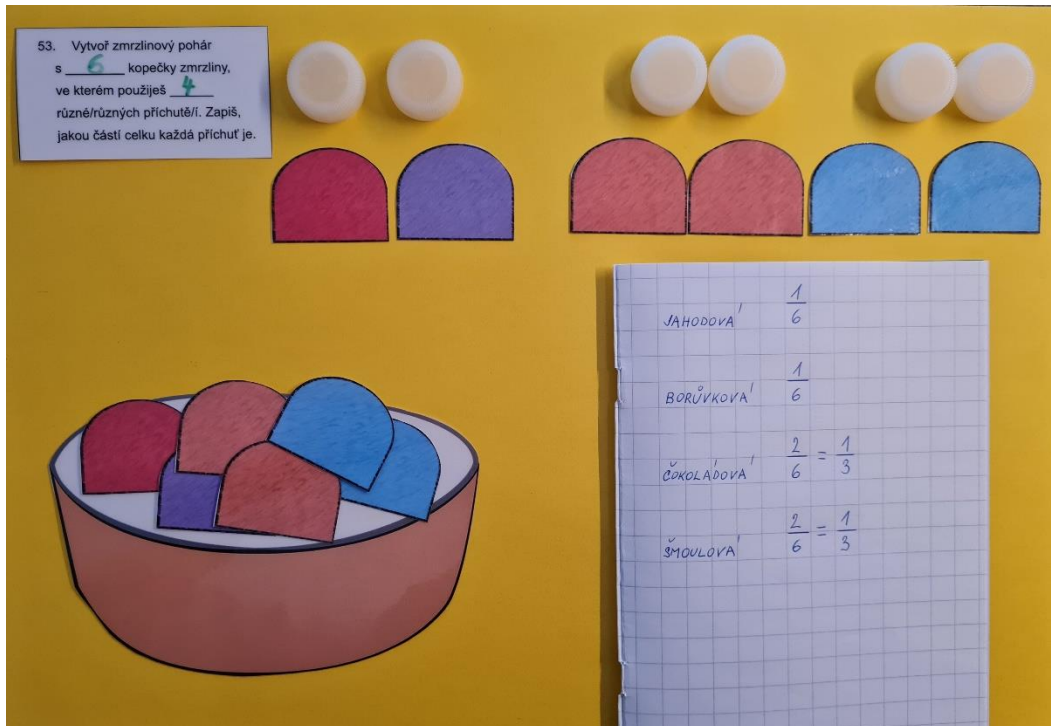
V předposlední fázi žákům zadáváme počet příchutí nebo počet kopečků. Celkový počet příchutí/kopečků si vybírají sami. Nakonec musí vyjádřit zlomkem, jakou část celku zabírá konkrétní příchut'.



Obr. č. 104: Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny a pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)

d) 4. úroveň obtížnosti

Žáci si tvoří vlastní zadání do připravených kartiček. Mohou pracovat ve dvojicích, tedy dávat si navzájem příklady a řešení si společně kontrolovat. Do sešitu si provádí zápis zlomků určující, jakou část z celku má každá z použitých příchutí. V případech, kdy je to na základě zadání možné, mohou zlomky zapisovat v kmenovém tvaru.



Obr. č. 105: Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny a pomocí zápisu (vlastní zpracování)

5 VYHODNOCENÍ ČINNOSTÍ A POUŽITÝCH POMŮCEK, INTERPRETACE ZJIŠTĚNÝCH VÝSLEDKŮ

Při tvorbě praktické části diplomové práce jsem vycházela ze svých znalostí získaných na kurzu zaměřeném na zavedení zlomků a desetinných čísel v 5. ročníku formou činnostního učení, kterého jsem se účastnila před dvěma lety. Prezentované rady a doporučení mě zaujaly natolik, že jsem se je později, když se naskytlá příležitost a učila jsem v 5. ročníku matematiku, rozhodla aplikovat při vlastní výuce. V dosavadní praxi jsem ve zmiňovaném ročníku vyučovala předmět matematika pouze dvakrát. Poprvé jsem při výuce zlomků a desetinných čísel postupovala spíše na základě intuice, protože jsem neměla ještě dostatečné pedagogické a didaktické zkušenosti. Podruhé jsem již dostala příležitost vyzkoušet si činnostní způsob učení na základě výše zmíněného kurzu. Bohužel jsem neměla příležitost pracovat s těmito žáky již od 4. ročníku, kdy se na naší škole začínají zavádět zlomky, takže do tematického celku vstupovali již s určitou představou o zlomku.

Dle ŠVP školy, ve které učím, a mého tematického plánu jsou zlomky zařazeny do učiva pouze do části jednoho měsíce 1. pololetí. Desetinným číslům je věnována velká část 2. pololetí. Protože jsou zlomky a desetinná čísla provázány a desetinná čísla se zavádí na základě smíšených čísel a desetinných zlomků, zvolila jsem postup takový, že jsem do období před tematickým celkem desetinných čísel věnovala několik hodin zopakování potřebných vědomostí o zlomech. Zde bych, na základě daného zjištění, doporučila implementovat opakování se zlomky i do vlastního tematického plánu, abych se příště nedostala do jeho rozporu.

Po první odučené hodině jsem zaznamenala problém týkající se uložení potřebných pomůcek žáky (PET víčka, karty s čísly, karty se zlomky, geometrické tvary atd.). Na PET víčka jsme si v praktických činnostech velice jednoduše ušili sáček se zavazováním a karty a geometrické tvary z papíru si žáci uložili do obálek. Vše si pak uschovali do plastových desek. Další „vychytávkou“ bylo zvolení tužky k demonstraci zlomkové čáry či znamének pro porovnávání. Nejdříve jsem chtěla využívat špejle, ale při výuce vždy trvalo dlouhou dobu, než si žáci nachystali vše potřebné, a tužku mají v pouzdře vždy u sebe a mohou ji kdykoli velice rychle vyndat. Rozhodně bych neměla zapomenout vyzdvihnout význam čtverečkováného sešitu č. 5110, který mi byl vynikajícím pomocníkem. Ať již v případě jeho využití jako čtvercové sítě, nebo díky jeho nenahraditelnosti například při písemném počítání, kdy žákům pomáhá mít jednotlivé číselné řády perfektně pod sebou. Práci s ním oceňovali i žáci. Nakonec jsem tento sešit zavedla v matematice do celého školního roku.

Protože k řadě aktivit žáci potřebují již výše zmíněná PET víčka, nesmíme zapomenout je s předstihem upozornit, že je budeme potřebovat, aby si je žáci postupně stihli nasbírat a měli tak všichni svá.

Také doporučuji mít připravenou zásobu papírových listů s předtištěnými geometrickými tvary, které se ve velké míře využívají v počátku zavádění zlomků. Žáci jich spotřebují hodně, často je také ztratí nebo roztrhnou. Při hodině pak zdržuje neustálé řešení situací, kdy žákovi některý z tvarů, který zrovna potřebuje, chybí. Stejně tak ulehčuje práci mít nachystané listy s předtištěnými různě velkými obdélníky, které představují „karty“. V případě potřeby do některé z aktivit, do které ještě nemají žáci karty nachystané, si rychle vystříhají potřebné tvary a během chvíle si připravují požadované karty dle zadání.

Při srovnání získaných znalostí a dovedností žáků, s nimiž jsem pracovala pouze s učebnicí a pracovním sešitem, a žáků, u kterých jsem uplatnila činnostní učení, mohu říci, že druhý způsob výuky je vzhledem k získaným představám žáků o zlomku a desetinném čísle rozhodně úspěšnější. Žáky činnostní metoda výuky bavila, protože se v průběhu hodiny často střídaly aktivity a žáci mohli pracovat ve velké míře ve dvojicích či skupinách. Líbila se jim práce s kartami s čísly a tužkou. Nebyla pro ně monotónní jako při klasickém psaní do sešitu. Zároveň, pokud si zjistili chybu, mohli ji velice jednoduše opravit rychlou výměnou číslic. Jelikož při aktivitách žáci často zapojovali různé smysly a měli možnost s předměty manipulovat při znázorňování různých situací, mohli si snadněji představit, co zlomek či desetinné číslo představuje. Když jsem pracovala s první skupinou žáků tradičním způsobem, jako vyučující jsem „vycítila“, že někteří ani v závěru tématu neměli představu o nich ukotvenou. Problém vznikl hlavně u desetinných čísel, pod kterými si část žáků stále neuměla představit konkrétní číslo, jeho velikost. Při druhé variantě výuky si vyzkoušeli znázorňování jednoho desetinného čísla různými způsoby pomocí čtvercové sítě, geometrických tvarů, obrázků představujících smíšené číslo, číselné osy aj., což jim umožnilo získat daleko lepší povědomí o tom, co desetinné číslo vlastně představuje.

V průběhu zavádění zlomků a desetinných čísel jsme si s žáky vyzkoušeli řadu pomůcek i her, které jsem pro ně přichystala nebo si je vytvořili sami. Druhá varianta byla pro mě jako pro učitele jednodušší, protože nachystat materiál k jednotlivým aktivitám mi zabralo spoustu času. Jedním z mých doporučení při dalším uplatnění činností by bylo předchystat si prázdné zalaminované „karty“, do kterých si později žáci sami doplní příklad, zápis zlomku/desetinného čísla apod. podle konkrétní potřeby. Karty jsou pak takto využitelné při několika různých aktivitách, které se nemusejí ani týkat zlomků a desetinných čísel. Šly by použít i v dalších předmětech.

Jestliže bych měla zhodnotit použité didaktické hry, z hlediska obtížnosti vyčnívá hra „Já mám, kdo má...“, jejíž ukázka je vidět na obr. č. 94. Pro žáky bylo těžké vidět pouze znázornění zlomků ve tvaru koláče a současně provést početní operaci sčítání bez konkrétního zápisu. Řešením by mohl být zápis zlomku a jeho výpočet žákem přímo na kartu před započítáním hry. U skládačky trimino bylo pro několik žáků zprvu obtížné pochopit, jak jednotlivé dílky skládat k sobě. Po prvotní dezorientaci došlo k tzv. „aha efektu“ a trimino si nakonec všichni zvládli vytvořit i sami. Hra je výborná při procvičování převodu desetinné číslo-zlomek nebo při opakování jednoduchého sčítání/odčítání zlomků i desetinných čísel.

Všechny pomůcky a hry, které jsem zmínila v předcházející kapitole, jsou pouze ukázkou, jak by mohly jednotlivé aktivity s žáky při upevňování učiva, jeho procvičování a opakování vypadat. Jednotlivé aktivity lze variabilně transformovat podle druhu učiva, se kterým chceme aktuálně s žáky pracovat.

Aktivity pro činnostní učení jsou pro učitele velice náročné z hlediska přípravy. Vytvoření pomůcek a her a jejich výsledné zpracování, které dostanou cíloví účastníci, tedy žáci, klade nároky na kreativitu tvůrce a je časově náročné. Většinu připraveného materiálu je třeba vytisknout, zalaminovat, vystříhat, a to v množství, aby s ním mohli žáci pracovat samostatně, ve dvojicích nebo ve skupinách (podle druhu aktivity). Odměnou za náročnější a časově delší přípravu jednotlivých aktivit do hodin užívajících metodu činnostního učení je pak o to méně potřebná nutná participace učitele v průběhu vyučování.

Abychom si jako učitelé práci ulehčili, můžeme nechat žáky vytvořit si některé z pomůcek a her samostatně. V hodinách geometrie si připraví (narýsují a vystříhnou) potřebné geometrické tvary, kruhové výseče či obdélníková zobrazení zlomků. V praktických činnostech a výtvarné výchově si mohou vytvořit hrací karty podle zadání a dozdobit si je podle vlastní fantazie. S pomůckami potom budou daleko raději pracovat, protože si k nim vytvoří „osobní“ vztah.

Pro tvorbu pomůcek a her je velmi užitečný webový program *Canva*, který je pedagogům po registraci přístupný zdarma. Prostřednictvím tohoto online nástroje lze vytvořit velké množství různých materiálů vhodných do hodin podle potřeby konkrétní třídy. Nemusíme se tak upínat pouze na učebnice a pracovní sešity, v nichž se mimo jiné nachází i spousta chyb a které nám nemusí ani didakticky vyhovovat a můžeme mít problémy s obtížností předkládaných úloh. Dále nám mohou být inspirací různé facebookové skupiny sdružující pedagogy podle vyučovaného ročníku nebo předmětového oboru a existuje i řada webů poskytujících rozličné materiály zpracováváné a nabízené učiteli pro učitele. Mezi nejznámější bych zařadila: www.ucitelnice.cz, www.lesynapadu.cz,

www.uciteleucitelum.cz apod. Na těchto webových stránkách i učitelských facebookových skupinách, ve kterých jsem členem, jsem se inspirovala i sama při tvorbě této diplomové práce.

ZÁVĚR

V předložené diplomové práci jsem se zabývala zavedením zlomků a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ, a to na základě činnostního vytváření představy zlomku a desetinného čísla. Téma jsem zvolila z důvodu jeho obtížné uchopitelnosti pro žáky 1. stupně, protože se podle Piagetovy teorie kognitivního vývoje stále nacházejí ve stadiu konkrétních operací (7–12 let), tedy zvládají logicky přemýšlet v operacích, objektech a událostech, ale chybí jim stále schopnost přemýšlet v abstraktních pojmech. (www.obcankari.cz)

Zlomky a desetinná čísla je proto potřeba zavádět na 1. stupni ZŠ především za pomoci názoru a prostřednictvím manipulace s předměty tak, aby žáci na 2. stupeň základního vzdělávání přestoupili s již ukotvenou představou zlomku a desetinného čísla a aby zvládli jeho aplikaci v požadovaných početních operacích.

Cílem mé práce bylo vymezit problematiku zlomků a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ podle RVP ZV a sepsat postup jejich zavádění. V úvodní kapitole jsem se zaměřila na systém kurikulárních dokumentů užívaných v současnosti v České republice, které jsou zavedeny na základě zákona č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním a vyšším odborném vzdělávání (školský zákon) a na základě kterých škola uskutečňuje vzdělávání. Mezi hlavní dokumenty pro vzdělávání žáků na základních školách patří RVP ZV a ŠVP. Do kapitoly jsem vložila ukázkou části RVP ZV týkající se vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace, části Číslo a početní operace, kde můžeme názorně vidět očekávané výstupy na konci 2. období 1. stupně. Rovněž jsem přiložila výtah z části Matematika a její aplikace přílohy RVP ZV, tzv. Standardů pro základní vzdělávání, kde je konkrétně vymezeno učivo o zlomcích a desetinných číslech a uvedeny příklady úloh. Součástí kapitoly je i téma transmisivního a konstruktivistického vyučování, jsou uvedeny výhody a nevýhody obou přístupů. Detailněji jsem charakterizovala činnostní učení, jež je dle mého názoru optimální způsob výuky vedoucí k zavedení zlomků a desetinných čísel.

Druhá kapitola charakterizuje racionální čísla, tedy čísla, která můžeme zapsat ve tvaru zlomku. V první řadě zmiňuji jejich historický vývoj a definici. Stěžejní částí kapitoly je jejich zavedení na 1. stupni ZŠ tak, jak ukládá RVP ZV a příslušné Standardy. Na příkladech jsem uvedla jednotlivé potřebné početní operace, které žáci provádějí.

Třetí kapitola se již zabývá aplikací teoretických znalostí na konkrétní prostředí školního vyučování. Zaznamenávám možný postup činnostního vytváření představy zlomku a desetinného čísla za využití řady jednoduchých a levných pomůcek sloužících

pro perfektní názornou představu žáků při numeraci i provádění početních operací. Pro většinu zmiňovaných aktivit jsem vytvořila jejich ilustrativní ukázkou s fotodokumentací.

Čtvrtá kapitola doplňuje předešlou kapitolu o další pomůcky a didaktické hry. Cílem nebylo podat jejich rozsáhlý výčet. Mým záměrem bylo, aby jednotlivé pomůcky a hry posloužily jako inspirace pro učitele ke tvorbě jejich vlastních pomůcek a didaktických her uzpůsobených „na míru“ konkrétním třídám žáků.

V poslední kapitole jsem shrnula výhody a nevýhody užití činnostního učení při zavádění zlomků a desetinných čísel a podala návrhy na zmírnění jeho nevýhod. Dále jsem uvedla možnosti, kde mohou učitelé čerpat podněty pro tvorbu pomůcek a didaktických her, a webový program, ve kterém si mohou sami takové materiály připravit.

RESUMÉ

Předložená diplomová práce se zaměřuje na zavedení zlomků a desetinných čísel na 1. stupni ZŠ.

Teoretická část se zabývá problematikou vymezení zlomků a desetinných čísel v kurikulárních dokumentech České republiky a popisuje možné způsoby matematického vyučování se zaměřením na transmisivní a konstruktivistické vyučování a činnostní učení. V závěru předkládá zlomky a desetinná čísla jako racionální čísla a věnuje se konkrétně jejich zavedení ve 2. období 1. stupně ZŠ na základě numerace a charakterizuje základní početní operace, které provádějí žáci daného období.

V praktické části se diplomová práce orientuje na činnostní vytváření představy zlomku a desetinného čísla krok po kroku tak, jak jej může provádět učitel. Dále jsou prezentovány ukázky různých pomůcek a didaktických her, které slouží k upevnění představy zlomku a desetinného čísla a k názornému procvičování. Použití pomůcek a her je vyhodnoceno.

Implementing Fractions and Decimal Numbers in Primary School

Submitted Master's thesis is focused on implementing fractions and decimal numbers in primary school.

The theoretical part is concerned with delimitation of fractions and decimal numbers in the curriculum documents of the Czech Republic and describes possible ways of mathematical teaching focused on transmissive and constructivist teaching and action learning. The conclusion presents fractions and decimal numbers as rational numbers and describes their implementation during upper elementary school based on numeracy and describes basic number operations.

The practical part is focused on fractions' imaginary and decimal numbers' action learning and functions as a step-by-step guide for teachers. Examples of teaching tools and aids and didactical games which can be used during fixation of fraction imagery are described in following part. Usage of teaching tools is evaluated.

SEZNAM POUŽITÝCH ZDROJŮ

BAIERLOVÁ, Š. et al. *Hlavní směry revize Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání* [online]. Praha: MŠMT, 2022 [cit. 2022-09-29]. Dostupné z: <https://velke-revize-zv.rvp.cz/files/hlavni-smery-rvp-zv-pro-msmt.pdf>

BĚLÍK, M. *Celá a racionální čísla ve studiu učitelství prvního stupně základní školy*. Ústí nad Labem: Univerzita J. E. Purkyně v Ústí nad Labem - Pedagogická fakulta, 2000. ISBN 80-7044-294-8.

BUDÍNOVÁ, I. *Mami, tati, já těm zlomkům nerozumím – 1. stupeň*. Brno: Edika, 2015. ISBN 978-80-266-0795-3.

COUFALOVÁ, J. *Matematika s didaktikou pro 2. ročník učitelství 1. stupně ZŠ*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni - Pedagogická fakulta, 2016. ISBN 978-80-261-0650-0.

CRILLY, T. *Matematika: 50 myšlenek, které musíte znát*. Praha: Slovart, 2010. ISBN 978-80-7391-409-7.

CRILLY, T. *Velké otázky – matematika*. Praha: Knižní klub, 2012. ISBN 978-80-242-3596-7.

DIVÍŠEK, J. *Didaktika matematiky pro 1. stupeň ZŠ*. Praha: Státní pedagogické nakladatelství, 1989. ISBN 80-04-20433-3.

EIBENOVÁ, I. Piagetova stádia kognitivního vývoje. *Obcankari.cz* [online] 18. 5. 2014 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://www.obcankari.cz/educacni-material-piagetova-stadia-kognitivniho-vyvoje>

HERMAN, J. et al. *Matematika: sekunda. Racionální čísla, procenta*. Praha: Prometheus, 2004. ISBN 80-7196-238-4.

JANUROVÁ, E. a M. JANURA. *Matematika: průvodce učivem základní a střední školy*. Olomouc: Rubico, 1999. ISBN 80-85839-31-8.

KUBÍNOVÁ, M. *Projekty ve vyučování matematice: cesta k tvořivosti a samostatnosti*. Praha: Univerzita Karlova v Praze – Pedagogická fakulta, 2002. ISBN 80-7290-088-9.

NOVÁK, B. *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky 1 pro učitelství 1. stupně ZŠ*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci - Pedagogická fakulta, 2003. ISBN 80-244-0691-8.

- ODVÁRKO, O. a J. KADLEČEK. *Matematika pro 7. ročník základní školy, 1. díl*. Praha: Prometheus, 2011. ISBN 978-80-7196-423-0.
- PETRÁČKOVÁ, V. et al. *Akademický slovník cizích slov*. Praha: Academia, 1997. ISBN 80-200-0607-9.
- POTŮČEK, J. *Historie matematiky pro učitele. I. díl: Stručný vývoj matematiky jako vědy do poloviny 19. století*. Plzeň: Pedagogické centrum Plzeň, 2003. ISBN 80-7020127-4.
- RŮŽIČKOVÁ, B. *Didaktika matematiky 2: 1. část*. Olomouc: Univerzita Palackého v Olomouci - Pedagogická fakulta, 2004. ISBN 80-244-0815-5.
- VRÁBELOVÁ, P. *Historie matematiky ve vztahu k vyučování matematiky na 1. stupni základní školy*. Brno, 2008. Diplomová práce. Masarykova univerzita v Brně, Pedagogická fakulta. Vedoucí práce Vendula Kuncová.
- WAGNER, J. Je třeba zásadně rozlišovat mezi kvalifikací a aprobovaností. In: *Pedagogicke.info.cz* [online]. 15. 12. 2020 [cit. 2023-04-26]. Dostupné z: <http://www.pedagogicke.info/2020/12/antonin-stanek.html>
- ZMRZLÍK, B. *Konstruktivistický a transmisivní přístup k výuce* [online]. Karviná – Hranice: Základní škola Mendelova, 2008 [cit. 2022-11-11]. Dostupné z: https://www.mendelova.cz/files/posts/150/files/konstruktivni_a_transmisivni_pristup.pdf
- MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY ČR. Strategie vzdělávací politiky České republiky do roku 2030+. *Msmt.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-02-24]. Dostupné z: <https://www.msmt.cz/vzdelavani/skolstvi-v-cr/strategie-2030?highlightWords=rvp>
- NÁRODNÍ ÚSTAV PRO VZDĚLÁVÁNÍ. *Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání*. [online]. Praha: MŠMT, 2021 [cit. 2022-09-29]. Dostupné z: <https://archiv-nuv.npi.cz/t/rvp-pro-zakladni-vzdelavani.html>
- NÁRODNÍ PEDAGOGICKÝ INSTITUT ČR. O nás. *Npi.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-02-24]. Dostupné z: <https://www.npi.cz/o-nas/o-institutu>
- NÁRODNÍ PEDAGOGICKÝ INSTITUT ČR. Vymezení Rámcového vzdělávacího programu pro základní vzdělávání v systému kurikulárních dokumentů. *Digifolio.rvp.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-03-12]. Dostupný z: <https://digifolio.rvp.cz/view/artefact.php?artefact=70545&view=10429&block=57827>

MŠMT ČR. RVP ZV – Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání. *Edu.cz* [online]. © 2022 [cit. 2022-10-27]. Dostupný z: <https://www.edu.cz/rvp-ramcove-vzdelavaci-programy/ramcovy-vzdelavacici-program-pro-zakladni-vzdelavani-rvp-zv/>

NÁRODNÍ PEDAGOGICKÝ INSTITUT ČR. Co jsou rámcové a školní vzdělávací programy (RVP a ŠVP). *Infoabsolvent.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-02-24]. Dostupný z: <https://www.infoabsolvent.cz/Rady/Clanek/7-0-13>

NÁRODNÍ ÚSTAV PRO VZDĚLÁVÁNÍ. Standardy RVP ZV. *Archiv-nuv.npi.cz* [online]. © 2022 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: <https://archiv-nuv.npi.cz/t/zarazeni-standardu-do-rvp-zv.html>

UMÍME TO. Zlomky a desetinná čísla. *Umimematiku.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-05-11]. Dostupné z: <https://www.umimematiku.cz/cviceni-zlomky-a-desetinnacisla>

Možnosti zavedení racionálních čísel na 1. stupni základní školy [online]. Ústí nad Labem: Pedagogická fakulta Univerzity Jana Evangelisty Purkyně, 2018 [cit. 2022-11-05]. Dostupné z: https://www.pf.ujep.cz/wp-content/uploads/2018/09/KPR_opora_MA_didaktika_moznostizavedeni_rac_cisel.pdf

TVOŘIVÁ ŠKOLA. Činnostní učení. *Tvorivaskola.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-05-11]. Dostupné z: <https://www.tvorivaskola.cz/cinnostni-uceni/t1059>

MŠMT ČR & NPI ČR. Co je nového v RVP. *Revize.edu.cz* [online]. © 2023 [cit. 2023-02-24]. Dostupné z: <https://revize.edu.cz/co-se-meni>

ZÁKLADNÍ ŠKOLA A MATEŘSKÁ ŠKOLA ČISTÁ. *Škola pro všechny* [online]. Čistá: Základní škola a Mateřská škola Čistá, 2022 [cit. 2022-10-27]. Dostupné z: https://www.zsmscista.cz/e_download.php?file=data/editor/785cs_1.pdf&original=%C5%A0VP%202022-2023%20OD%2001.09.pdf

Zákon č. 561/2004 Sb., o předškolním, základním, středním a vyšším odborném vzdělávání.

SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. č. 1: <i>Systém kurikulárních dokumentů</i> (RVP ZV, 2021, s. 5)	9
Obr. č. 2: <i>Vzdělávací obsah vzdělávacího oboru 1. stupně základní školy</i> (RVP ZV, 2021, s. 32).....	11
Obr. č. 3: <i>Standardy pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace</i> (Příloha RVP ZV, 2021, s. 62)	12
Obr. č. 4: <i>Standardy pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace</i> (Příloha RVP ZV, 2021, s. 62)	13
Obr. č. 5: <i>Standardy pro základní vzdělávání: Matematika a její aplikace</i> (Příloha RVP ZV, 2021, s. 63)	14
Obr. č. 6: <i>Výtah z ŠVP pro 4. ročník – oblast Matematika</i> (www.zsmcista.cz)	15
Obr. č. 7: <i>Výtah z ŠVP pro 5. ročník – oblast Matematika</i> (www.zsmcista.cz)	16
Obr. č. 8: <i>Výtah z Tematického plánu pro 4. ročník – oblast Matematika</i> (www.zsmcista.cz)	17
Obr. č. 9: <i>Výtah z Tematického plánu pro 5. ročník – oblast Matematika</i> (www.zsmcista.cz)	18
Obr. č. 10: <i>Výtah z Tematického plánu pro 5. ročník (pokračování) – oblast Matematika</i> (www.zsmcista.cz).....	19
Obr. č. 11: <i>Znázornění zlomku $\frac{5}{7}$</i>	26
Obr. č. 12: <i>Znázornění zlomků $\frac{1}{2}$ a $\frac{2}{4}$</i>	26
Obr. č. 13: <i>Znázornění porovnávání zlomků $\frac{3}{4}$ a $\frac{1}{4}$</i>	28
Obr. č. 14: <i>Myšlenková mapa pro učitele na téma zlomků (vlastní zpracování)</i>	33
Obr. č. 15: <i>Ukázka PET víček (vlastní zpracování)</i>	34
Obr. č. 16: <i>Ukázka čtverečkovaného papíru a sešitu č. 5110 (vlastní zpracování)</i>	34
Obr. č. 17: <i>Ukázka karet s čísly (vlastní zpracování)</i>	35
Obr. č. 18: <i>Ukázka karet se zlomky (vlastní zpracování)</i>	35
Obr. č. 19: <i>Ukázka geometrických tvarů (vlastní zpracování)</i>	35
Obr. č. 20: <i>Ukázka kostky a desetistěnné kostky (vlastní zpracování)</i>	36
Obr. č. 21: <i>Ukázka řešení příkladu rozdělení šesti PET víček na poloviny (vlastní zpracování)</i>	37

Obr. č. 22: Ukázka demonstrace řešení příkladu rozdělení osmi PET víček na čtvrtiny (vlastní zpracování)	38
Obr. č. 23: Ukázka rozdělení kruhu na čtvrtiny (vlastní zpracování).....	39
Obr. č. 24: Ukázka rozdělení šesti PET víček na třetiny (vlastní zpracování)	39
Obr. č. 25: Ukázka znázornění zlomku pomocí karet s čísly a tužky (vlastní zpracování) ..	40
Obr. č. 26: Ukázka znázornění zlomku pomocí karet s čísly a tužky, pomocí čtverečkovaného papíru a pomocí PET víček (vlastní zpracování).....	41
Obr. č. 27: Ukázka karet vytvořených žáky ke hře Já, „zlomek“, volám TEBE, „zlomku“ (vlastní zpracování)	42
Obr. č. 28: Ukázka zlomku a jeho částí pomocí PET víček (vlastní zpracování)	43
Obr. č. 29: Ukázka řešení výpočtu části z celku z pomocí PET víček (vlastní zpracování). 43	
Obr. č. 30: Ukázka řešení výpočtu celku z části pomocí PET víček (vlastní zpracování) ...	44
Obr. č. 31: Ukázka řešení výpočtu celku z části pomocí PET víček a karet s čísly (vlastní zpracování)	45
Obr. č. 32: Magický trojúhelník pro výpočet části z celku (schéma pro učitele).....	46
Obr. č. 33: Magický trojúhelník pro výpočet části z celku tvořený žáky (vlastní zpracování)	47
Obr. č. 34: Ukázka kontroly výpočtu části z celku pomocí magického trojúhelníku znázorněním PET víčky (vlastní zpracování)	47
Obr. č. 35: Znázornění výpočtu části z celku – tzv. „taneček“ (vlastní zpracování).....	48
Obr. č. 36: Magický trojúhelník pro výpočet celku z části (schéma pro učitele).....	49
Obr. č. 37: Magický trojúhelník pro výpočet celku z části tvořený žáky (vlastní zpracování)	50
Obr. č. 38: Ukázka kontroly výpočtu celku z části pomocí magického trojúhelníku znázorněním PET víčky (vlastní zpracování)	50
Obr. č. 39: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužkami a pomocí geometrických tvarů (vlastní zpracování).....	51
Obr. č. 40: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a pomocí proužků čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)	52
Obr. č. 41: Ukázka znázornění porovnávání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a pomocí proužků čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)	53
Obr. č. 42: Ukázka znázornění sčítání dvou zlomků pomocí karet s čísly a tužek a geometrických tvarů (vlastní zpracování).....	54

Obr. č. 43: <i>Myšlenková mapa pro učitele na téma desetinná čísla (vlastní zpracování)</i>	55
Obr. č. 44: <i>Ukázka znázornění složeného zlomku $1\frac{1}{2}$ pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužkou (vlastní zpracování)</i>	56
Obr. č. 45: <i>Ukázka znázornění složeného zlomku $2\frac{3}{8}$ pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužkou (vlastní zpracování)</i>	56
Obr. č. 46: <i>Ukázka znázornění smíšeného čísla – jeden a půl melounu</i>	57
Obr. č. 47: <i>Ukázka znázornění smíšeného čísla – dvě a dvě čtvrtiny kuřete</i>	57
Obr. č. 48: <i>Ukázka znázornění smíšeného čísla pomocí geometrických tvarů a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)</i>	58
Obr. č. 49: <i>Ukázka aktivity zaměřené na vyhledávání desetinných zlomků (vlastní zpracování)</i>	59
Obr. č. 50: <i>Ukázka znázornění zlomků $\frac{1}{10}$ a $\frac{1}{100}$ na čtverečkovaném papíře (vlastní zpracování)</i>	60
Obr. č. 51: <i>Ukázka znázornění zlomků $\frac{1}{10}$ až $\frac{10}{10}$ na čtverečkovaném papíře (vlastní zpracování)</i>	61
Obr. č. 52: <i>Ukázka znázornění zlomku $\frac{1}{10}$ pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)</i>	61
Obr. č. 53: <i>Ukázka znázornění desetinného čísla 0,1 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)</i>	62
Obr. č. 54: <i>Ukázka znázornění zlomku $\frac{6}{10}$ a desetinného čísla 0,6 pomocí čtverečkovaného papíru, pomocí karet s čísly a tužky a pomocí karty se zlomky (vlastní zpracování)</i>	62
Obr. č. 55: <i>Ukázka čtverce 10×10 čtverečků vytvořeného ze čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)</i>	63
Obr. č. 56: <i>Ukázka znázorňování desetinných zlomků v řádu setin na zalaminovaném čtverci 10×10 čtverečků vytvořeném ze čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)</i>	63
Obr. č. 57: <i>Ukázka znázornění zlomku $\frac{1}{100}$ pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování)</i>	64
Obr. č. 58: <i>Ukázka znázornění různých desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)</i>	65
Obr. č. 59: <i>Ukázka znázornění desetinného čísla 0,1 a 0,10 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)</i>	65

Obr. č. 60: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,3 a 0,30 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)	66
Obr. č. 61: Ukázka znázornění desetinného čísla 0,13 pomocí čtverečkovaného papíru a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)	66
Obr. č. 62: Tabulka s číselnými řády (vlastní zpracování)	67
Obr. č. 63: Řádové počítadlo demonstrační	67
Obr. č. 64: Ukázka zalaminovaného terče určeného k procvičování řádů desetinných čísel (vlastní zpracování)	68
Obr. č. 65: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí terče a tabulky s číselnými řády (vlastní zpracování)	69
Obr. č. 66: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí terče a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)	69
Obr. č. 67: Ukázka aktivity určené k procvičování řádů desetinných čísel pomocí terče a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)	70
Obr. č. 68: Ukázka aktivity určené k procvičování čtení a zápisu desetinných čísel pomocí terče, tabulky s číselnými řády a karet s čísly a tužky (vlastní zpracování)	71
Obr. č. 69: Zalaminovaná osa určená ke znázorňování desetinných čísel (vlastní zpracování)	72
Obr. č. 70: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)	72
Obr. č. 71: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)	73
Obr. č. 72: Ukázka práce s číselnou osou (vlastní zpracování)	73
Obr. č. 73: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)	74
Obr. č. 74: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)	74
Obr. č. 75: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek a pomocí číselné osy (vlastní zpracování)	75
Obr. č. 76: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)	76
Obr. č. 77: Ukázka znázornění porovnávání dvou desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)	76
Obr. č. 78: Ukázka nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)	78

Obr. č. 79: Ukázka nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí číselné osy (vlastní zpracování)	79
Obr. č. 80: Ukázka nácviku zaokrouhlování desetinných čísel pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)	80
Obr. č. 81: Ukázka znázornění sčítání a odčítání desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování).....	81
Obr. č. 82: Ukázka zápisu písemného sčítání a odčítání desetinných čísel pomocí čtverečkovaného papíru (vlastní zpracování).....	81
Obr. č. 83: Ukázka peněžních modelů – dětské papírové peníze (vlastní zpracování)	82
Obr. č. 84: Ukázka řešení úlohy s desetinnými čísly pomocí peněžních modelů (vlastní zpracování)	83
Obr. č. 85: Ukázka znázornění násobení desetinného čísla číslem 10 (vlastní zpracování).....	84
Obr. č. 86: Ukázka znázornění dělení desetinného čísla číslem 10 (vlastní zpracování)	84
Obr. č. 87: Ukázka karet „rub/lic“ (vlastní zpracování).....	85
Obr. č. 88: Ukázka karet „rub/lic“ – tabulky (vlastní zpracování)	86
Obr. č. 89: Ukázka přiřazovacích karet se zlomky (vlastní zpracování)	86
Obr. č. 90: Ukázka aktivity s kartami se zlomky (vlastní zpracování).....	87
Obr. č. 91: Ukázka aktivity s triminem (vlastní zpracování)	87
Obr. č. 92: Ukázka aktivity s triminem (vlastní zpracování)	88
Obr. č. 93: Ukázka hry pexeso (vlastní zpracování)	88
Obr. č. 94: Ukázka hry „Já mám, kdo má...“ (vlastní zpracování).....	89
Obr. č. 95: Ukázka puzzle skládačky (vlastní zpracování)	90
Obr. č. 96: Ukázka hry Země – Město (vlastní zpracování)	91
Obr. č. 97: Ukázka šifry (vlastní zpracování)	92
Obr. č. 98: Ukázka pracovního listu na vyhledávání a správné přiřazení zlomků, včetně řešení (vlastní zpracování).....	92
Obr. č. 99: Ukázka hry Černý Petr (vlastní zpracování)	93
Obr. č. 100: Ukázka hry Větší bere, včetně zlomkovnice (vlastní zpracování).....	94
Obr. č. 101: Ukázka misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)	95
Obr. č. 102: Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)	95

Obr. č. 103: <i>Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny (vlastní zpracování)</i>	96
Obr. č. 104: <i>Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny a pomocí karet s čísly a tužek (vlastní zpracování)</i>	97
Obr. č. 105: <i>Ukázka znázornění řešení úlohy se zlomky pomocí misky s kopečky zmrzliny a pomocí zápisu (vlastní zpracování)</i>	98