

Riešenie magnetického poľa elastomagnetického snímača tlakovej sily

I. Tomčíková

Katedra teoretickej elektrotechniky a elektrického merania, Fakulta elektrotechniky a informatiky, TU v Košiciach,

Park Komenského 3, Košice

E-mail : Iveta.Tomcikova@tuke.sk

Anotace:

Riešenie magnetického poľa elastomagnetického snímača je technický problém, ktorý je možné formulovať ako okrajovú úlohu pre parciálnu diferenciálnu rovnicu vektorového magnetického potenciálu. Najjednoduchšie sa riešia okrajové úlohy pre rovnice potenciálu v stacionárnom poli v lineárnom prostredí. Keďže jadro snímača je zhotovené z feromagnetického materiálu, potom riešenie magnetického poľa takéhoto snímača je riešenie okrajovej úlohy pre vektorový magnetický potenciál v nelineárnom prostredí. Riešenie nelineárnej parciálnej diferenciálnej rovnice je značne komplikované a vyžaduje nadštandardné znalosti z oblasti riešenia parciálnych diferenciálnych rovníc. Riešiteľ je potom často nútený sústrediť sa na riešenie zložitých matematických problémov. Je preto namieste použitie vhodného nástroja, ktorý umožní riešiteľovi sústrediť sa hlavne na technický problém, ktorý chce riešiť. V našom prípade bol použitý Partial Differential Equation (PDE) Toolbox, ktorý využíva metódu konečných prvkov pre približné riešenie okrajových úloh na počítači. Použitie uvedeného toolboxu však vyžaduje správnu formuláciu okrajovej úlohy, definovanie oblasti, v ktorej bude pole riešené, určenie hraničných podmienok a vyjadrenie koeficientov v riešenej rovnici.

1 ÚVOD

Prezentovaný článok sa zaoberá riešením magnetického poľa v jadre elastomagnetického snímača sily pre prípad, že naň nepôsobí vonkajšia tlaková sila. Jadro snímača je tvorené veľmi tenkými lamelami z feromagnetického materiálu, pričom rozmer lamely je navrhnutý tak, že každú lamelu je možné rozdeliť na štvorcové útvary s kruhovým otvorom uprostred. Jeden takýto útvar označíme ako *integračný prvok* snímača. Vzhľadom na symetriu lamely nám stačí vyšetriť pole v integračnom prvku snímača.

Pre riešenie danej okrajovej úlohy bol zvolený PDE Toolbox, ktorý je účinným nástrojom na riešenie parciálnych diferenciálnych rovníc metódou konečných prvkov v dvojrozmernom priestore a čase.

2 ELASTOMAGNETICKÝ SNÍMAČ

2.1 Elastomagnetický jav

Elastomagnetický snímač je založený na využití Villariho javu, ktorý spočíva v tom, že pri pôsobení vonkajšej sily na teleso zhotovené z feromagnetického materiálu dochádza k zmene jeho magnetickej permeability. Zmena magnetickej permeability μ je úmerná mechanickému napätiu σ v telese, vyvolanému pôsobiacou silou, a je možné ju vyjadriť vzťahom [1]:

$$\mu = \frac{2\lambda_{ms}}{B_s^2} \mu^2 \sigma \quad (1)$$

kde λ_{ms} je koeficient magnetostrickcie pre $B = B_s$, B_s je magnetická indukcia pri nasýtení, μ je magnetická permeabilita. Zmena magnetickej permeability feromagnetického materiálu, z ktorého je jadro snímača zhotovené, vyvolá zmenu výstupného napätia snímača úmernú pôsobiacej sile.

2.2 Popis elastomagnetického snímača tlakovej sily

Konštrukcia elastomagnetického snímača na meranie tlakovej sily je uvedená na Obr. 1. Snímač má tvar samonosného telesa zloženého z viacerých lamiel a je určený na meranie nominálnej tlakovej sily 120 kN, ktorá zodpovedá tlaku 100 MPa. Primárne vinutie pozostáva z $N_1 = 10$ závitov medeného smaltovaného drôtu priemeru 0,35 mm, sekundárne vinutie z $N_2 = 8$ závitov medeného opradeného vodiča priemeru 0,25 – 0,3 mm.

Zjednodušená reprezentácia jadra snímača je uvedená na Obr. 2. Jadro snímača je tvorené 50 lamelami z transformátorového plechu Et 2,6 hrúbky 0,5 mm. Každá lamela má 4 kruhové otvory s polomerom 1 mm, ktorými prechádzajú vodiče primárneho a sekundárneho vinutia v rovnakom smere. Počet kruhových otvorov je navrhnutý tak, aby to bolo párne číslo vzhľadom na dobré využitie vinutia a jeho uzavretosť. Jednotlivé otvory ležia v jednej priamke vo vzdialenosti 12 mm od seba.

2.3 Vzťah medzi vstupnou a výstupnou veličinou elastomagnetického snímača tlakovej sily

Vstupnou veličinou snímača je vonkajšia tlaková sila, ktorá pôsobí na snímač, a výstupnou veličinou je stredná hodnota napätia meraná voltmetrom.

Pri určovaní vzťahu medzi vstupnou a výstupnou veličinou snímača vychádzame z napätia, ktoré sa indukuje v sekundárnom (snímacom) vinutí snímača

$$u_v(t) = -N_2 \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_S \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) d\mathbf{S} \right], \quad (2)$$

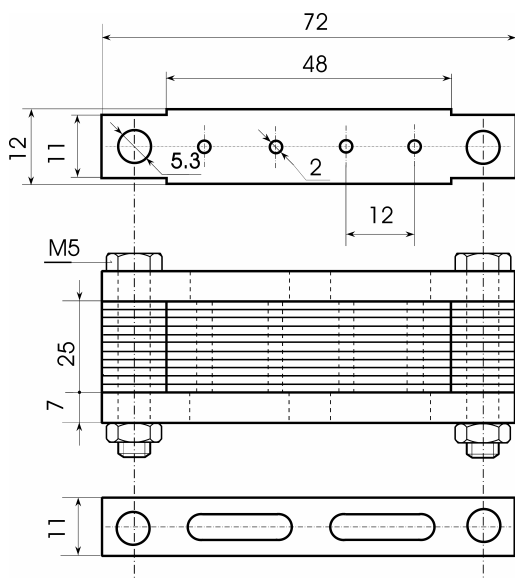
kde N_2 je počet závitov sekundárneho vinutia, $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$ je okamžitá hodnota magnetickej indukcie poľa v jadre snímača v mieste určenom polohovým vektorom \mathbf{r} a v čase t , $d\mathbf{S}$ je normála na element plochy dS , S je plocha prierezu jadra snímača.

Pole v jadre snímača je vyvolané harmonickým prúdom $i(t) = I_m \sin \omega t$ [A], kde I_m je maximálna hodnota prúdu $i(t)$ a $\omega = 2\pi f$ je uhlová frekvencia časových zmien napájacieho prúdu.

Pri zjednodušujúcom predpoklade, že priebeh magnetickej indukcie v čase je harmonický, pre strednú hodnotu $U_{v_{str}}$ napätia $u_v(t)$ platí:

$$U_{v_{str}} = \frac{1}{T} \int_0^T |u_v(t)| dt = N_2 \omega \int_S \mathbf{B}_{str}(\mathbf{r}) d\mathbf{S}, \quad (3)$$

kde $\mathbf{B}_{str}(\mathbf{r})$ je stredná hodnota magnetickej indukcie poľa v jadre snímača v mieste určenom polohovým vektorom \mathbf{r} .



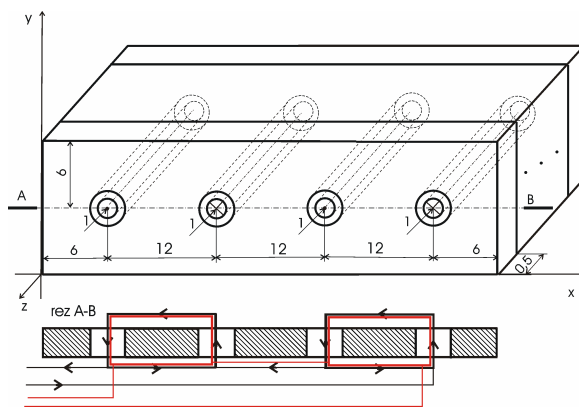
Obr. 1: Elastomagnetický snímač tlakovej sily

Ak potrebujeme určiť strednú hodnotu magnetickej indukcie poľa v každom bode poľa určenom polohovým vektorom \mathbf{r} , potom ju môžeme určiť tak,

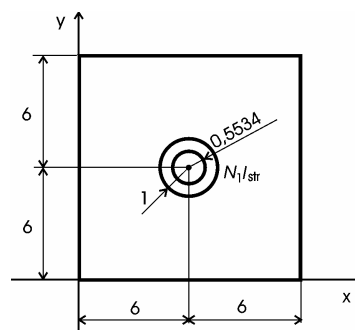
že magnetické pole v snímači budeme riešiť ako stacionárne pole vyvolané jednosmerným prúdom, ktorého hodnota sa rovná strednej hodnote budiaceho harmonického prúdu.

Pri riešení použijeme pravouhlý súradnicový systém (Obr. 2), a potom priestorové usporiadanie magnetického poľa v jadre snímača je také, že závisí len od súradníc x, y .

Rozloženie stacionárneho magnetického poľa v integračnom prvku jadra elastomagnetického snímača v rovine (x, y) (Obr. 3) určíme riešením okrajovej úlohy pre parciálnu diferenciálnu rovnicu vektorového magnetického potenciálu.



Obr. 2: Zjednodušená reprezentácia jadra a vinutia snímača (čiernou farbou je naznačené primárne vinutie a červenou farbou sekundárne vinutie)



Obr. 3: Integračný prvok jadra snímača

PARCIÁLNA DIFERENCIÁLNA ROVNICA PRE VEKTOROVÝ MAGNETICKÝ POTENCIÁL

Pre stacionárne magnetické pole platí I. a IV. Maxwellova rovnica v nasledujúcom tvare [3], [4], [5], [6]:

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}, \quad (4)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (5)$$

a materiálová rovnica

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

kde $\mathbf{H} = \mathbf{H}(\mathbf{r})$ magnetická intenzita poľa, $\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{r})$ je prúdová hustota, $\mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r})$ je magnetická indukcia poľa a μ je magnetická permeabilita prostredia, v ktorom pole riešime. Keďže $\text{div} \mathbf{B} = 0$, potom existuje vektorový magnetický potenciál $\mathbf{A} = \mathbf{A}(\mathbf{r})$, pre ktorý:

$$\mathbf{B} = \text{rot} \mathbf{A} \quad (7)$$

a

$$\text{rot} \left(\frac{1}{\mu} \text{rot} \mathbf{A} \right) = \mathbf{J}. \quad (8)$$

V pravouhlom súradnicovom systéme (x, y, z) v prípade, že vektor prúdovej hustoty má smer osi z , t.j. $\mathbf{J} = \mathbf{k} J$, potom indukuje rovinné magnetické pole, ktorého vektory \mathbf{H} a \mathbf{B} ležia v rovine (x, y) . Vektorový magnetický potenciál \mathbf{A} má zložku len v smere osi z , $\mathbf{A} = \mathbf{k} A$, a vektorová parciálna diferenciálna rovnica (8) sa zjednoduší na skalárnu parciálnu diferenciálnu rovnicu eliptického typu [3]

$$-\text{div} \left(\frac{1}{\mu} \text{grad} A \right) = J, \quad (9)$$

kde $J = J(x, y)$.

V prípade rovinného magnetického poľa môžeme vektor magnetickej indukcie \mathbf{B} určiť nasledovne:

$$\mathbf{B} = \mathbf{i} \frac{\partial A}{\partial y} + \mathbf{j} \left(-\frac{\partial A}{\partial x} \right) \quad (10)$$

a veľkosť magnetickej intenzity poľa

$$H = \frac{1}{\mu} B. \quad (11)$$

FORMULÁCIA PDE PROBLÉMU PRE INTEGRAČNÝ PRVOK SNÍMAČA

Správna formulácia PDE problému je kľúčovým krokom pre riešenie magnetického poľa integračného prvku snímača.

Magnetické pole v integračnom prvku snímača je popísané parciálnou diferenciálnou rovnicou eliptického typu, v ktorej neznámu veličinou je vektorový magnetický potenciál. Koeficientami v parciálnej diferenciálnej rovnici (9) sú magnetická permeabilita a prúdová hustota. Keďže vyšetovaná oblasť pozostáva z viacerých podoblastí je potrebné uvedené koeficienty určiť pre každú podoblasť. V podoblasti vyplnenej feromagnetikom je navyše potrebné určiť závislosť magnetickej permeability od magnetickej indukcie, pretože feromagnetikum predstavuje nelineárne prostredie. Pre jednoznačné

riešenie eliptickej parciálnej diferenciálnej rovnice musíme určiť aj hraničné podmienky.

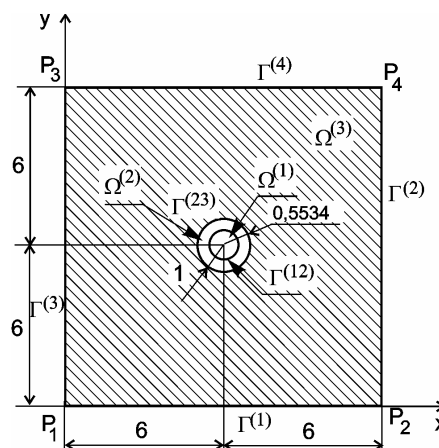
Formulácia PDE problému pre integračný prvok snímača teda znamená:

- určiť oblasť (prípadne podoblasti, z ktorých daná oblasť pozostáva), v ktorej budeme magnetické pole riešiť,
- určiť koeficienty eliptickej parciálnej diferenciálnej rovnice v každej podoblasti,
- doplniť zostavené rovnice o hraničné podmienky pre vektorový magnetický potenciál.

Určenie vyšetrovanej oblasti Ω

Vyšetrovaná oblasť Ω je zložená z troch podoblastí (Obr.4):

- podoblasť $\Omega^{(1)}$, prierez vodičov primárneho vinutia,
- podoblasť $\Omega^{(2)}$, vzduchová medzera medzi vodičmi a lamelou,
- podoblasť $\Omega^{(3)}$, jedna štvrtina plochy lamely z feromagnetického materiálu.



Obr. 4: Vyšetovaná oblasť Ω

Určenie koeficientov parciálnych diferenciálnych rovníc v jednotlivých podoblastiach

Pre určenie vektorového magnetického potenciálu v integračnom prvku snímača použijeme rovnicu (9), ktorá má v jednotlivých podoblastiach tvar:

- v podoblasti $\Omega^{(1)}$:

$$\frac{\partial^2 A^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^{(1)}}{\partial y^2} = -\mu^{(1)} J^{(1)}, \quad (12)$$

príčom $\mu^{(1)} = \mu_0$, $J^{(1)} =$ zvolenej prúdovej hustote napájacieho prúdu v A/mm^2 . Pre vektorový magnetický potenciál v tejto podoblasti platí Poissonova rovnica. Stacionárne magnetické pole

v integračnom prvku snímača bolo riešené pre nasledujúce hodnoty prúdovej hustoty 2.0788, 4.1575, 6.2363, 8.315, 10.3938 A/mm². Uvedené hodnoty prúdovej hustoty sú pomerne veľké z dôvodu získania čo najväčšej citlivosti elastomagnetického snímača ako aj z dôvodu, lineárnej výstupnej charakteristiky (závislosť výstupného napätia od pôsobiacej tlakovej sily) snímača. Avšak doba merania je pomerne krátka, takže uvedené hodnoty prúdovej hustoty sú prijateľné.

- v podoblasti $\Omega^{(2)}$:

$$\frac{\partial^2 A^{(2)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A^{(2)}}{\partial y^2} = -\mu^{(2)} J^{(2)}, \quad (13)$$

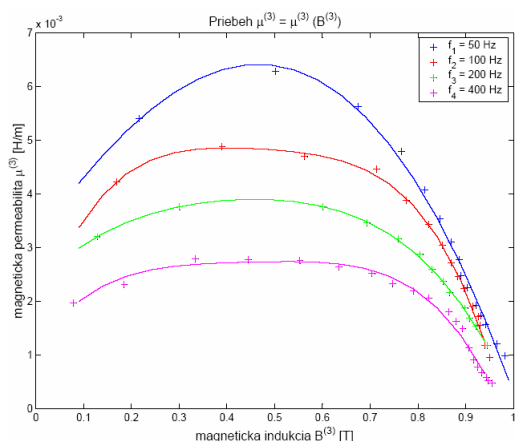
pričom $\mu^{(2)} = \mu_0$ a $J^{(2)} = 0$ A/mm², čiže pre vektorový magnetický potenciál platí Laplaceova rovnica,

- v podoblasti $\Omega^{(3)}$:

$$-\left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu^{(3)}} \frac{\partial A^{(3)}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\mu^{(3)}} \frac{\partial A^{(3)}}{\partial y} \right) \right] = J^{(3)}, \quad (14)$$

pričom $\mu^{(3)} = \mu^{(3)}(B)$, $J^{(3)} = 0$ A/mm², čiže pre vektorový magnetický potenciál platí nelineárna parciálna diferenciálna rovnica.

V jadre snímača permeabilita závisí od veľkosti magnetickej indukcie B . Preto bolo potrebné odmerať magnetizačnú krivku pre transformátorový plech, z ktorého sú lamely tvoriace jadro snímača zhotovené. Meranie magnetizačnej krivky bolo uskutočnené na malom Epsteinovom prístroji. Pre nameraný a vypočítaný súbor bodov ($\mu^{(3)}$, B) bola urobená aproximácia funkcie $\mu^{(3)} = \mu^{(3)}(B)$ pre $f = 50, 100, 200$ a 400 Hz polynómami. Súbor bodov ($\mu^{(3)}$, B) ako aj priebehy polynomiálnej aproximácie sú graficky znázornené na Obr. 5.



Obr. 5: Závislosť $\mu^{(3)} = \mu^{(3)}(B)$ pre materiál, z ktorého je zhotovené jadro snímača

Hraničné podmienky

Pri riešení okrajovej úlohy pre vektorový magnetický potenciál formulujeme dva typy hraničných podmienok, a to podmienky, ktoré platia pre potenciál na vonkajšej hranici oblasti Ω , a podmienky prechodu platiace na rozhraní medzi jednotlivými podoblastami vyplnenými rôznymi prostrediami [3], [4], [5], [6].

Pre riešenie úlohu platia nasledujúce okrajové podmienky (Obr. 4):

- na hraničiach $\Gamma^{(1)}$, $\Gamma^{(4)}$:

$$A^{(3)} = 0, \quad (15)$$

ktorá vyplýva z toho, že pole mimo jadra snímača zanedbáme,

- na hraničiach $\Gamma^{(2)}$, $\Gamma^{(3)}$:

$$A^{(3)} = 0, \quad (16)$$

ktorá vyplýva z toho, že na týchto hraničiach sa ruší vplyv susedných vodičov.

Podmienky prechodu medzi jednotlivými podoblastami pre riešenie úlohu (Obr. 4) sú:

- na rozhraní $\Gamma^{(5)}$ medzi podoblastami $\Omega^{(3)}$ a $\Omega^{(2)}$:

$$\frac{1}{\mu^{(3)}} \frac{\partial A^{(3)}}{\partial n} = \frac{1}{\mu^{(2)}} \frac{\partial A^{(2)}}{\partial n}, \quad (17)$$

ktorá vyplýva z podmienky rovnosti tangenciálnych zložiek vektora magnetickej intenzity na rozhraní,

- na rozhraní $\Gamma^{(6)}$ medzi podoblastami $\Omega^{(2)}$ a $\Omega^{(1)}$:

$$\frac{\partial A^{(2)}}{\partial n} = \frac{\partial A^{(1)}}{\partial n}, \quad (18)$$

čo je podmienka pre rozhranie typu vzduch – nemagnetický materiál.

Keďže riešenie okrajovej úlohy je realizované metódou konečných prvkov, podmienky prechodu (17) a (18) sú splnené automaticky.

RIEŠENIE MAGNETICKÉHO POĽA INTEGRAČNÉHO PRVKU SNÍMAČA

Po formulácii PDE problému môžeme prieročiť k samotnému riešeniu okrajovej úlohy pre vektorový magnetický potenciál.

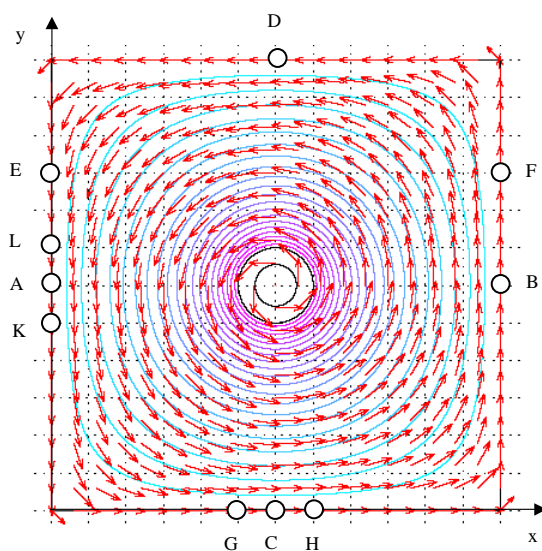
Najprv zakreslíme oblasť Ω , v ktorej vyšetrujeme priebeh vektorového magnetického potenciálu a zadáme okrajové podmienky pre riešenie okrajovú úlohu. Nasleduje vygenerovanie trojuholníkovej siete generátorom siete pre vyšetovanie oblasti. Ďalším krokom je zadanie typu riešenej parciálnej diferenciálnej rovnice (eliptická) a špecifikácia

koeficientov rovnice v jednotlivých podoblastiach. Pretože permeabilita v jadre snímača je nelineárnou funkciou magnetickej indukcie, potom aj riešená eliptická parciálna diferenciálna rovnica v podoblasti $\Omega^{(3)}$ je nelineárna. Riešenie nelineárnych parciálnych diferenciálnych rovníc je v toolboxe realizované Gauss-Newtonovou iteračnou metódou, pre ktorú je potrebné zadať toleranciu určujúcu ukončenie iterácií, ak zvyšková chyba je menšia ako zadaná hodnota tolerancie [2]. V tabuľke Tab. 1 sú uvedené počty iterácií a zvyškové chyby pri jednotlivých iteráciách pre vygenerované trojuholníkové siete s rôznym počtom uzlov a trojuholníkov a tolerancie 10^{-4} a 10^{-6} .

Tab. 1: Počet iterácií a zvyšková chyba

počet uzlov a trojuhol- níkov	tole- rancia	Iterácia		
		0	1	2
265	10^{-4}		1.5169.	
488	10^{-6}	3.90139	10^{-5}	$1.23 \cdot 10^{-8}$
1017	10^{-4}		9.5722.	
1952	10^{-6}	0.97535	10^{-6}	$2.2 \cdot 10^{-9}$
3985	10^{-4}		5.1454.	
7808	10^{-6}	0.24384	10^{-6}	$5.2 \cdot 10^{-9}$
15777	10^{-4}		2.6382.	
31232	10^{-6}	0.06096	10^{-6}	$8.5 \cdot 10^{-9}$
62785	10^{-4}		1.3320.	
124928	10^{-6}	0.01525	10^{-6}	$1.59 \cdot 10^{-8}$

Je zrejmé, že počet iterácií pre toleranciu 10^{-6} je vyšší ako pre toleranciu 10^{-4} a zvyšková chyba pre jednotlivé iterácie s počtom uzlov a trojuholníkov vygenerovanej siete klesá.



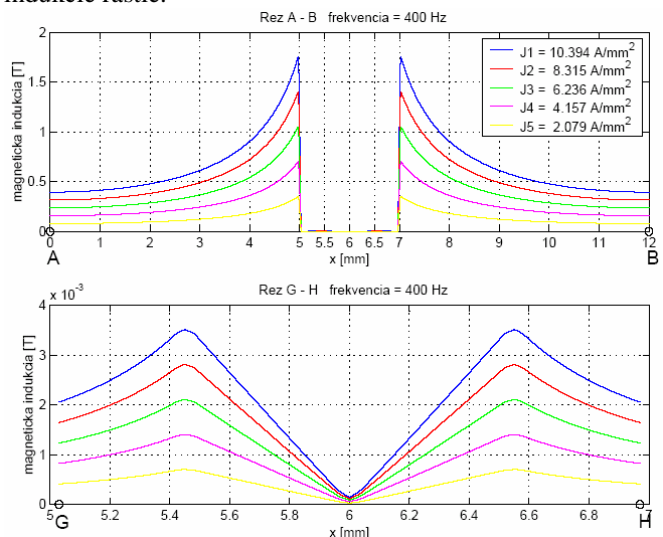
Obr. 6: Ekvipotenciálne čiary vektorového magnetického potenciálu (čiary zelenej a fialovej farby) pole vektora magnetickej indukcie (šípky červenej farby)

vo vyšetrovanej oblasti (62785 uzlov 124928 trojuholníkov)

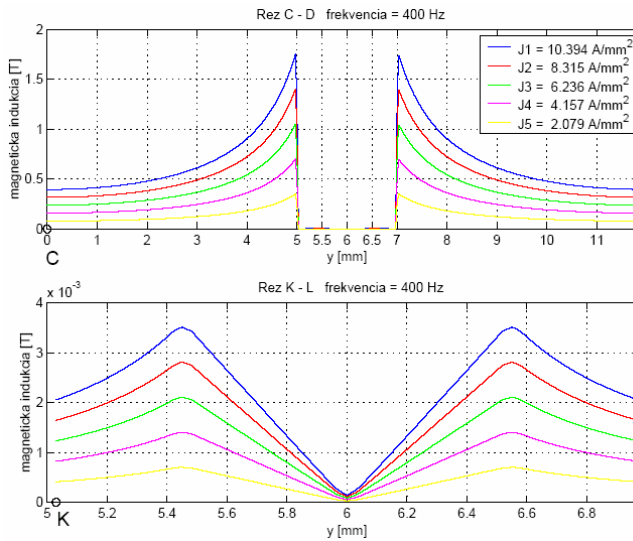
Získané výsledky je možné vizualizovať niekoľkými spôsobmi. V tomto prípade sú zobrazené ekvipotenciálne čiary vektorového magnetického potenciálu a vektorové pole magnetickej indukcie (Obr. 6). Vidíme, že vektorové čiary magnetickej indukcie sú paralelné s ekvipotenciálnymi čiarami vektorového magnetického potenciálu ako sme očakávali.

Pretože vektorový magnetický potenciál nemá konkrétny technický význam, boli z jeho priebehu v jednotlivých uzloch trojuholníkovej siete vypočítané hodnoty veľkosti magnetickej indukcie podľa v bodoch pravouhlej mriežky vytvorenej s krokom 0.01 v smere osi x a y nad riešenou oblasťou.

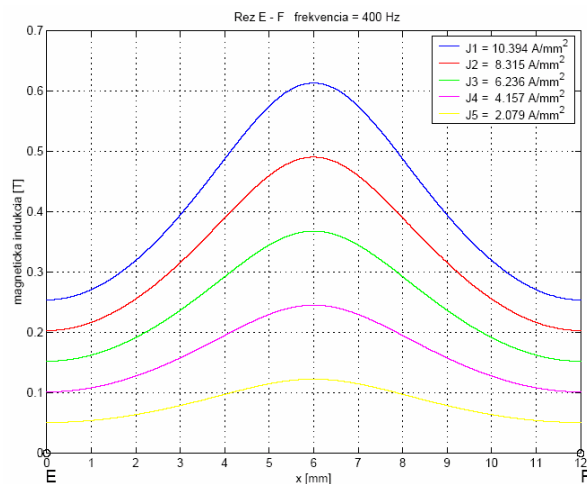
Na Obr.7, Obr. 8 a Obr. 9 je znázornený priebeh veľkosti magnetickej indukcie v reze AB, CD a EF (Obr. 6) v závislosti od prúdovej hustoty pri frekvencii 400 Hz. Z grafov je zjavné, že s rastúcou hodnotou prúdovej hodnoty veľkosť magnetickej indukcie rastie.



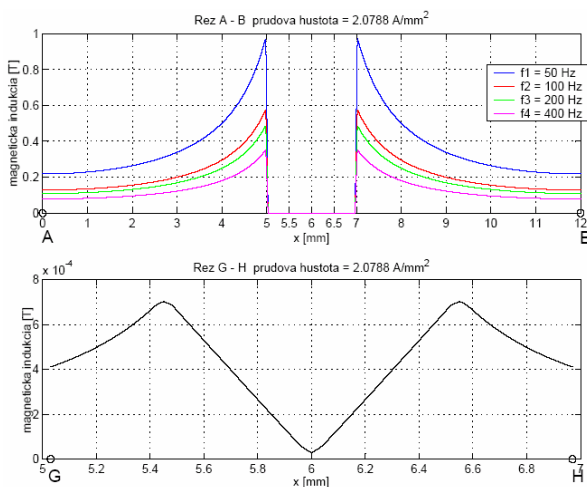
Obr. 7: Priebeh magnetickej indukcie v reze AB v závislosti od prúdovej hustoty pri frekvencii $f = 400$ Hz.



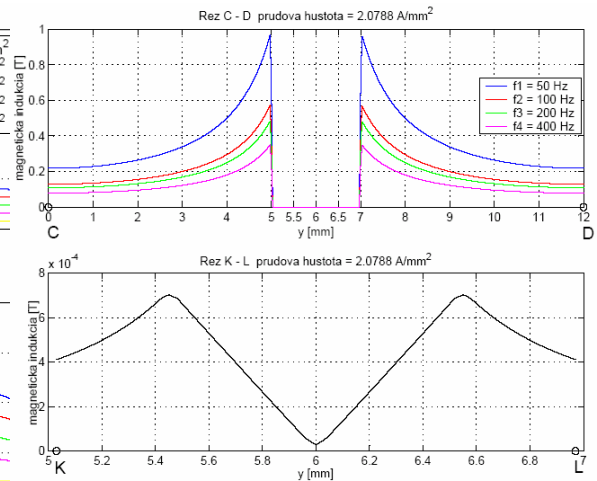
Obr. 8: Priebeh magnetickej indukcie v reze CD v závislosti od prúdovej hustoty pri frekvencii $f = 400$ Hz



Obr. 9: Priebeh magnetickej indukcie v reze EF v závislosti od prúdovej hustoty pri frekvencii $f = 400$ Hz

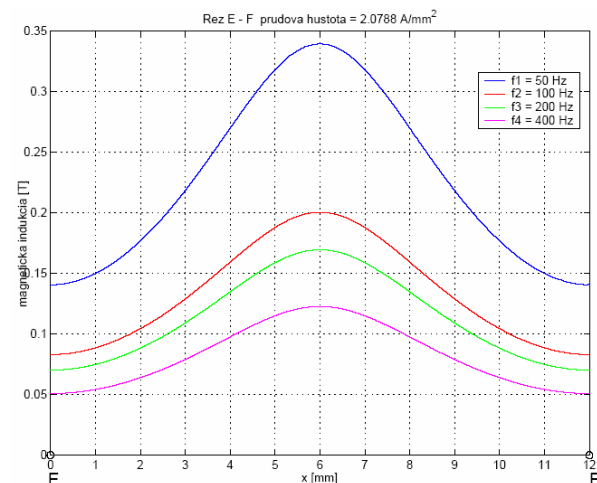


Obr. 10: Priebeh magnetickej indukcie v reze AB v závislosti od frekvencie pri prúdovej hustote $J^{(1)} = 2.0788$ A/mm²



Obr. 11: Priebeh magnetickej indukcie v reze CD v závislosti od frekvencie pri prúdovej hustote $J^{(1)} = 2.0788$ A/mm²

Na Obr. 10, Obr. 11 a Obr. 12 je znázornený priebeh veľkosti magnetickej indukcie opäť v reze AB, CD a EF v závislosti od frekvencie pri prúdovej hustote $J^{(1)} = 2.0788$ A/mm².



Obr. 12: Priebeh magnetickej indukcie v reze EF v závislosti od frekvencie pri prúdovej hustote $J^{(1)} = 2.0788$ A/mm²

Z grafov vidíme, že s rastúcou hodnotou frekvencie veľkosť magnetickej indukcie klesá. Z uvedených grafov vyplýva, že pri voľbe amplitúdy a frekvencie napájacieho prúdu musíme zvoliť vhodný pomer medzi týmito veličinami.

ZÁVER

V uvedenom článku bolo riešené magnetické pole v integračnom prvku elastomagnetickeho snímača tlakovej sily, ak na snímač nepôsobí sila. Riešenie bolo formulované ako okrajová úloha pre parciálnu diferenciálnu rovnicu vektorového magnetickeho potenciálu. Použitie PDE Toolbox-u, ktorý je založený na aplikácii metódy konečných prvkov pre

nájdenie približného riešenia parciálnych diferenciálnych rovníc, potvrdilo vhodnosť jeho použitia pri riešení tohto problému. Tento toolbox predstavuje nielen veľmi účinný výpočtový, ale aj grafický nástroj, ktorý ponúka niekoľko možností vizualizácie výsledkov riešenia. Navyše jeho architektúra je postavená tak, že umožňuje riešiť náročné výpočtové úlohy bez skúmania matematickej podstaty riešených problémov. Vyžaduje sa však správna formulácia PDE problému, zadefinovanie oblasti Ω , v ktorej okrajovú úlohu riešime, zostavenie rovnice, špecifikovanie hraničných podmienok, určenie koeficientov riešenej rovnice.

POĎAKOVANIE

Tento článok vznikol vďaka podpore slovenských grantových projektov VEGA č. 1/4174/2007, VEGA č. 1/0660/08 a KEGA č. 3/5227/07, KEGA č. 3/6388/08.

LITERATÚRA

- [1] Zehnula, K.: *Snímače neelektrických veličín*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1977, 224 s.
- [2] Partial Differential Equation Toolbox User's Guide.
- [3] Mayer, D., Polák, J.: *Metódy řešení elektrických a magnetických polí*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1983, 456 s.
- [4] Mayer, D., Ulrych, B.: *Základy numerického řešení elektrických a magnetických polí*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1988, 208 s.
- [5] Haňka, L.: *Teorie elektromagnetického pole*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1982, 224 s.
- [6] Haňka, L.: *Teorie elektromagnetického pole*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1975, 580 s.
- [7] Stratton, J.A.: *Teorie elektromagnetického pole*. Praha: SNTL – Nakladatelství technické literatury, 1961, 592 s.
- [8] Kvasnica, J.: *Teorie elektromagnetického pole*. Praha: Academia–Nakladatelství Československé akademie věd, 1985, 452 s.
- [9] Fujisaki, K., Satoh, S.: "Numerical Calculations of Electromagnetic Fields in Silicon Steel Under Mechanical Stress", IEEE Trans. on Magnetics, vol. 40, pp. 1820-1825, 2004.