

ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI  
FAKULTA ELEKTROTECHNICKÁ  
KATEDRA TEORETICKÉ ELEKTROTECHNIKY

# Elektrostatický separátor plastových materiálů

---

Disertační práce

## Anotace

Disertační práce se zabývá elektrostatickým separátorem plastových materiálů. V úvodu je zaměřena na současné problémy plastového odpadového hospodářství, s tím spojenou nutností separace směsí plastových materiálů, současné technologie a principy elektrostatické separace plastových materiálů a důvody, proč byl zvolen pro téma této práce právě free-fall elektrostatický separátor.

Po formulaci problému je v práci definován matematický model free-fall elektrostatického separátoru, který je následně numericky řešen. Je zde představen experimentální jednostupňový free-fall elektrostatický separátor (později po přestavbě i experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor), který byl v rámci této práce vyvinut na základě řešeného numerického modelu, a také stručně popsáno jeho základní konstrukční uspořádání. Dále je na tomto zařízení proveden experiment s cílem ověřit funkčnost a technologii free-fall elektrostatického separátoru, kdy výsledky experimentu jsou porovnány s výsledky řešeného numerického modelu. V práci je vykonán také experiment na separaci plastové směsi, kde byla zkoumána účinnost a čistota výsledné separace. Dále v rámci experimentů se zařízením byly zkoumány vlivy teploty a vlhkosti na vlastní proces separace a v důsledku toho zkoušeno vysoušení směsi plastových částic před jejich nabíjením a vlastní separací. Poté následovaly jiné experimenty na zjištění rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a rychlosti částic, při které již částice nejsou významně vychylovány elektrickým polem. Další výzkum navázal na předchozí prvotní experimentální měření a došlo k vykonání více nových experimentálních měření s různými autorovi dostupnými druhy plastů, za účelem zjištění skutečnosti, které plasty je vhodné od sebe separovat a které nikoliv. Jako poslední je v práci učiněna přestavba původního experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru na nový experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor, aby se mohly vykonat poslední experimenty na ověření i této technologie dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru a prozkoumání, zdali lze s touto technologií dosáhnout ještě lepších výsledků účinnosti a čistoty elektrostatické separace plastových materiálů.

## Klíčová slova

Plastový materiál, plastové částice, elektrostatická separace, triboelektrický jev, free-fall elektrostatický separátor, matematický model, numerický model, Agros2D, experiment, účinnost separace, čistota separace



## Annotation

The dissertation deals with the electrostatic separator of plastic materials. In the introduction there are mentioned the current problems of the plastic waste management, coupled with the necessity of separation of mixtures of plastics materials, current technologies and principles of electrostatic separation of plastic materials and the reasons why the free-fall electrostatic separator was chosen as a topic of this work.

After formulation of the problem, in the work is defined the mathematical model of the free-fall electrostatic separator, which is then solved numerically. There is introduced the experimental one-stage free-fall electrostatic separator (later after the reconstruction even experimental two-stage free-fall electrostatic separator), which was developed within this work and is based on solved numerical model, and briefly described its basic structural arrangement. Further, it is with this device performed an experiment with the aim to verify the functionality and technology of free-fall electrostatic separator when the results of the experiment are compared with the results of solved numerical model. In the work is also carried out an experiment for the separation of a plastic mixture, where was studied the efficiency and purity of the resulting separation. Moreover, in the experiments with the device were investigated the effects of temperature and humidity on the respective separation process and consequently tested drying of the mixture of plastic particles prior to their own charging and respective separation. Then, there were other experiments to determine the distribution of electrical charge in the sample of particles and the velocity of particles at which the particles were no longer significantly deflected by the electric field. Further research has been linked to previous initial experimental measurements and more new experimental measurements have been carried out with different types of plastic available to author in order to find out the fact which plastics are appropriate to separate from each other and which are not. The last one in the work is made the reconstruction of the original experimental one-stage free-fall electrostatic separator into the new experimental two-stage free-fall electrostatic separator in order to perform the latest experiments to verify even technology of the two-stage free-fall electrostatic separator and to explore if this technology is able to achieve even better results of efficiency and purity of electrostatic separation of plastic materials.

## Keywords

Plastic material, plastic particles, electrostatic separation, triboelectric effect, free-fall electrostatic separator, mathematical model, numerical model, Agros2D, experiment, efficiency of separation, purity of separation

## Poděkování

Tímto bych velice rád poděkoval mému školiteli prof. Ing. Pavlu Karbanovi, Ph.D. za veškeré cenné rady, připomínky, ochotu a čas, který mi během studia věnoval. Také bych chtěl velice poděkovat prof. Ing. Ivo Doleželovi, CSc. a Ing. Františku Machovi, Ph.D. za odborné konzultace a pomoc při řešení problémů spojených s touto disertační prací. Zároveň touto cestou mnohokrát děkuji i svým rodičům a blízkým za všestrannou podporu při studiu.

## Prohlášení

Předkládám tímto k posouzení a obhajobě disertační práci zpracovanou v rámci doktorského studia na Fakultě elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni.

Prohlašuji, že jsem tuto práci vypracoval samostatně s použitím odborné literatury a pramenů uvedených v seznamu, který je součástí této práce.

Dále prohlašuji, že veškerý software, použitý při řešení této práce, byl využit s respektováním všech jeho licenčních podmínek. Souhlasím s tím, aby práce byla použita ke studijním účelům.

V Plzni, dne 31. srpna 2018

.....

Jan Kacerovský

# Seznam důležitých veličin a zkratk

## Veličiny

$\mathbf{E}$	$[\text{V} \cdot \text{m}^{-1}]$	lokální vektor intenzity elektrického pole
$\mu$	$[\text{H} \cdot \text{m}^{-1}]$	permeabilita prostředí
$\varepsilon$	$[\text{F} \cdot \text{m}^{-1}]$	permitivita prostředí
$\rho$	$[\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}]$	hustota
$\rho_v$	$[\text{C} \cdot \text{m}^{-3}]$	objemová hustota elektrického náboje
$Q$	$[\text{C}]$	elektrický náboj částice
$U$	$[\text{V}]$	elektrické napětí
$\varphi$	$[\text{V}]$	skalární elektrický potenciál
$\mathbf{g}$	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$	vektor gravitačního zrychlení
$g_0$	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-2}]$	gravitační zrychlení
$\mathbf{v}_0$	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	vektor počáteční rychlosti částice vstupující do prostoru elektrodového systému
$\mathbf{v}$	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	vektor rychlosti částice
$\mathbf{s}$	$[\text{m}]$	vektor trajektorie částice
$\mathbf{s}_0$	$[\text{m}]$	vektor vstupní pozice trajektorie částice v separátoru
$t$	$[\text{s}]$	čas
$m$	$[\text{g}]$	hmotnost částice
$\mathbf{F}_e$	$[\text{N}]$	síla elektrostatického pole (Coulombova síla)
$\mathbf{F}_g$	$[\text{N}]$	gravitační síla
$\mathbf{F}_a$	$[\text{N}]$	aerodynamická odporová síla
$\mathbf{F}_{\text{p2p}}$	$[\text{N}]$	síla představující vzájemné působení (interakci) mezi jednotlivými částicemi
$c$	$[-]$	frikční koeficient (závisející na geometrii částice)
$S$	$[\text{m}^2]$	charakteristický povrch částice
$v$	$[\text{m} \cdot \text{s}^{-1}]$	modul rychlosti částice

$Q_j$	[C]	elektrický náboj další vzájemně působící částice
$l$	[m]	vzdálenost částic
$\eta$	[%]	účinnost separace
$\theta$	[%]	čistota separace
$m_s$	[g]	hmotnost správně odseparovaných a očekávaných částic v příslušných (správných) sběrných koších (tj. po ručním dotřídění košů)
$m_k$	[g]	hmotnost všech částic spadlých v příslušných (správných) sběrných koších (tj. před ručním dotřídění košů)
$m_c$	[g]	celková hmotnost všech částic (celého vzorku) před separací
$T$	[°C]	teplota
$RH$	[%]	vlhkost
$m_a$	[g]	průměrná hmotnost částice
$N$	[–]	počet částic
$d$	[m]	průměr částice
$v_{\text{critical}}$	[m · s <sup>-1</sup> ]	kritická rychlost částice
$h$	[m]	hloubka od počáteční polohy podavače

## Plastové materiály

ABS	Acrylonitrile butadiene styrene
ABS/PA	Acrylonitrile butadiene styrene / Polyamide
ABS/PMMA	Acrylonitrile butadiene styrene / Polymethyl methacrylate
EPDM	Ethylene propylene diene monomer
HDPE	High-density polyethylene
LDPE	Low-density polyethylene
PA6+ PA6.6	Polyamide
PBT	Polybutylene terephthalate
PC	Polycarbonate
PC/ABS	Polycarbonate / Acrylonitrile butadiene styrene
PE	Polyethylene
PES	Polyethersulfone
PET	Polyethylene terephthalate
PMMA	Polymethyl methacrylate
POM	Polyoxymethylene
PP	Polypropylene
PP+EPDM	Polypropylene + Ethylene propylene diene monomer
PP+GF	Polypropylene + Glass-filled (Glass-fibers)
PP+SBS	Polypropylene + Styrene-butadiene-styrene
PP+TPE	Polypropylene + Thermoplastic elastomer
PPR	Polypropylene Random Copolymer
PS	Polystyrene
HIPS	High impact polystyrene
PVC	Polyvinyl chloride
PVC+ABS	Polyvinyl chloride + Acrylonitrile butadiene styrene
TPC	Copolyester thermoplastic elastomer
TPE	Thermoplastic elastomer

# Obsah

<b>1</b>	<b>Úvod</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Cíle práce</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Současný stav problematiky</b>	<b>4</b>
3.1	Historie plastových materiálů . . . . .	4
3.2	Současný stav plastového odpadového hospodářství . . . . .	5
3.3	Současné technologie a principy separace plastových materiálů . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Formulace problému</b>	<b>13</b>
<b>5</b>	<b>Matematický model a numerické řešení</b>	<b>15</b>
5.1	Matematický model . . . . .	15
5.2	Numerické řešení . . . . .	18
5.2.1	Model elektrického pole . . . . .	20
5.2.2	Výpočet trajektorie částic . . . . .	27
<b>6</b>	<b>Jednostupňový elektrostatický separátor</b>	<b>33</b>
6.1	Experimentální zařízení a jeho konstrukce . . . . .	33
6.2	Zpětně modifikovaný řešený numerický model . . . . .	38
6.2.1	Model elektrického pole . . . . .	38
6.2.2	Výpočet trajektorie částic . . . . .	42
6.3	Experimenty uskutečněné na jednostupňovém free-fall elektrostatickém separátoru . . . . .	43
6.3.1	Experimentální ověření technologie . . . . .	43
6.3.2	Experimentální separace směsi plastových částic . . . . .	45
6.3.3	Vliv teploty a vlhkosti na účinnost separace . . . . .	49
6.3.4	Rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a kritická rychlost částic . . . . .	52
6.3.5	Experimentální měření dalších druhů plastů v elektrostatickém separátoru . . . . .	57
<b>7</b>	<b>Dvoustupňový elektrostatický separátor</b>	<b>61</b>
7.1	Experimentální zařízení a jeho konstrukce . . . . .	61
7.2	Numerický model dvoustupňového separátoru . . . . .	65
7.2.1	Model elektrického pole . . . . .	65
7.2.2	Výpočet trajektorie částic . . . . .	69
7.3	Experimenty uskutečněné na dvoustupňovém free-fall elektrostatickém separátoru . . . . .	70
<b>8</b>	<b>Zhodnocení a směr dalšího výzkumu</b>	<b>74</b>

# 1

## Úvod

V dnešní době plasty kromě výhod přináší i problémy z hlediska ekologie, jelikož doba rozkladu u některých druhů trvá v řádu i tisíce let, ale také je náročná jejich likvidace (např. při spalování vznikající škodlivé látky). Navíc množství vyprodukovaných plastů rok od roku roste, a tak udržitelný rozvoj výroby, zpracování a spotřeby se neobejde bez efektivního řešení recyklace odpadu.

Největší část v plastovém odpadovém hospodářství zaujímá průmyslový plastový odpad, který vzniká při likvidaci výrobků, zařízení a spotřebičů z automobilového, elektrotechnického, stavebního, potravinářského a jiného průmyslu. Jelikož se dnes na veškerý plastový odpad pohlíží jako na výrobní (surovinový) artikl či eventuálně zdroj energie, tak recyklace plastů představuje výnosný obchod a zpracováním plastového odpadu se tedy zabývá mnoho společností.

Jedním z nejdůležitějších zpracování plastového odpadu je jeho separace, jelikož surová směs plastového odpadu se obvykle skládá z více druhů plastů. Nicméně, každý druh plastu určuje jiné vlastnosti výrobku, proto je potřeba před dalším zpracováním a samotnou výrobou určitých výrobků tuto směs roztrždit na jednotlivé druhy plastů.

Klasický nejrozšířenější systém separace plastových odpadů je dnes založen na svozu kontejnerů s plasty a následném lidmi provedeném manuálním roztřídění. I proto se některé univerzity a společnosti po celém světě snaží o nalezení efektivního, ekonomického a ekologického řešení separace směsi plastových materiálů.

Jedno z takových možných řešení, které lze použít pro separaci plastových odpadů, představuje i proces separace s využitím elektrostatického pole, kdy v podstatě na celkem jednoduchém principu lze separovat různé druhy materiálů. Hlavní výhoda elektrostatické separace spočívá v možnosti separování vodivých kovových materiálů od nevodivých plastových podle jejich odlišné vodivosti a stejně tak separování i různých jen plastových materiálů na základě odlišného elektrického náboje. Elektrostatický separátor by tak představoval vhodnou alternativu k dnešním klasickým manuálním třídícím linkám a řešil by tak problém smíšeného plastového odpadu v dnešním plastovém odpadovém hospodářství.

Jelikož ve svém osobním životě zodpovědně třídím plasty a celkově problematika vývoje na téma recyklace odpadu elektrostatickým polem mi přijde velice zajímavá, je tedy pro mě velkou motivací věnovat se tomuto tématu i během mého doktorského studia a disertační práce.



# 2

## Cíle práce

Cílem práce je definovat a numericky řešit matematický model elektrostatického pole a problém vychylování trajektorie elektricky nabitých plastových částic ve free-fall elektrostatickém separátoru. Představit experimentální free-fall elektrostatický separátor (funkční vzorek) nejdříve v podobě jako jednostupňový separátor a poté po přestavbě i jako dvoustupňový separátor, které byly v rámci této práce vyvinuty a využívány k experimentům na Katedře teoretické elektrotechniky Fakulty elektrotechnické Západočeské univerzity v Plzni, a popsat jejich základní konstrukční uspořádání. Experimentálně ověřit elektrostatickou separaci na daném experimentálním zařízení jednostupňového free-fall separátoru a srovnat výsledky simulace z řešeného numerického modelu s výsledky experimentu a určit tak přibližné hodnoty elektrického náboje vznikajícího na částicích zvoleného plastového materiálu. Následně provést experiment elektrostatické separace již určité plastové směsi a poté vyhodnotit účinnost a čistotu výsledné separace. Dále prozkoumat, zdali teplota a vlhkost má vliv na separaci plastových částic ve free-fall elektrostatickém separátoru. Pak za účelem optimalizace a případnou celkovou inovací technického řešení free-fall elektrostatického separátoru provést experiment s cílem zjistit rozložení elektrického náboje ve vzorku plastových částic a samotnou rychlost těchto částic, při které již částice nejsou nijak významně vychylovány elektrickým polem. Na základě získaných zkušeností z prvotních experimentů je také žádoucím cílem vykonat více experimentálních měření i s jinými druhy plastů za účelem zjištění, které směsi plastových materiálů je vhodné od sebe separovat a které nikoliv. A posledním cílem této práce je provést přestavbu původního experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru na nový experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor z toho důvodu, aby mohlo dojít ke zkoumání, zdali je možno dosáhnout ještě lepších výsledků elektrostatické separace směsí plastových materiálů, ale také aby došlo k samotnému ověření technologie tohoto experimentálního zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru.

**Souhrnně tato práce hodlá splnit cíle uvedené v následujících bodech:**

- Definovat a numericky řešit matematický model elektrostatického pole a trajektorie nabitých částic ve free-fall elektrostatickém separátoru.
- Představit experimentální free-fall elektrostatický separátor plastových materiálů, který byl vyvinut v rámci této práce dokonce ve dvou verzích (nejdříve jako jednostupňový separátor a poté po přestavbě i jako dvoustupňový separátor) a popsat jejich základní konstrukční uspořádání.
- Experimentálně ověřit technologii free-fall elektrostatického separátoru a poté následně provést srovnání výsledků simulace s výsledky experimentu.
- Provést studii separace plastové směsi na experimentálním free-fall elektrostatickém separátoru a tak zjistit účinnost a čistotu výsledné separace.
- Prozkoumat, jestli teplota a vlhkost nějak ovlivňuje proces elektrostatické separace plastových materiálů a interpretování výsledků těchto experimentů.
- Zjistit rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a rychlost částic, při které již částice nejsou významně vychylovány elektrickým polem.
- Vykonat více experimentálních měření s rozličnými druhy plastů za účelem zjištění, které plasty lze od sebe dobře separovat a které naopak nikoliv.
- Na závěr ověřit i technologii dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru a zároveň prozkoumat, zdali je možno dosáhnout ještě lepších celkových výsledků účinnosti a čistoty elektrostatické separace směsí plastových materiálů za použití této technologie u experimentálního zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru.

# 3

## Současný stav problematiky

### 3.1 Historie plastových materiálů

Historie plastových materiálů se začala psát v roce 1846, kdy německý chemik Schönbein jako první objevil nitrocelulózu. V roce 1856 anglický chemik Alexandr Parkes smíchal nitrocelulózu s kafrem jako rozpouštědlem a výsledkem byl celulooid, první umělá hmota na světě. V roce 1869 vylepšil celulooid Američan John Wesley Hyatt a zároveň se zasloužil o jeho rozšíření a hromadné použití pro výroby. Vznikla tak hmota, kterou bylo možné odlévat do formy, různě barvit a při opětovném zahřátí znovu tvarovat. Celulooid se z počátku používal na výrobu různých okrasných předmětů a především jako laciná náhrada slonoviny, želvoviny, ebenového dřeva a perleti. Používal se na výrobu hřebenů, knoflíků, misek, obrouček brýlí, míčků na stolní tenis, trsátek pro strunné nástroje a dalších předmětů běžné potřeby. Ve formě fólie dal základ filmovému průmyslu. Celulooid má ale také jednu nevýhodu. Je vysoce hořlavý a časem křehne, proto se už nevyužívá v tak velké míře jako v minulosti. Tímto prvním plastem (celuloidem) byl položen základ novému odvětví zabývajícího se výzkumem a zdokonalováním plastů.

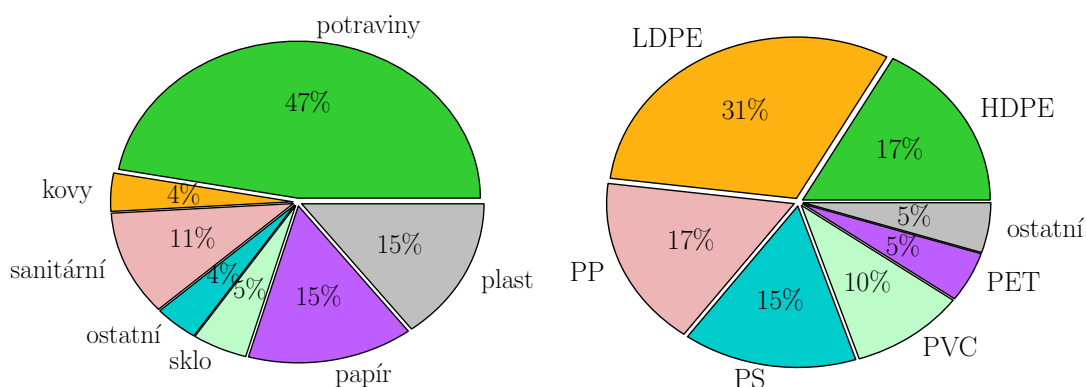
Prvním plně syntetickým plastem byl bakelit – reaktoplast vznikající reakcí mezi fenolem a formaldehydem. O jeho vznik se zasloužil belgický chemik Leo Hendrik Baekeland a v roce 1909 si ho nechal patentovat. Bakelit mohl být zpracován tvářením nebo odléváním a pak se vytvrdil v peci. Pro svou pevnost, lehkost, nehořlavost, odolnost proti kyselinám a dobré tepelné i elektrické izolační vlastnosti se bakelit používal v elektrotechnickém a automobilovém průmyslu. Z bakelitu se vyráběly izolátory vysokého napětí, objímky žárovek, cigaretové špičky, plnicí pera, kartáčky na zuby, schránky radiopřijímačů, atd. Ve dvacátých letech se stal pro své skvělé vlastnosti a nízkou cenu vedle oceli nejdůležitějším materiálem. Postupem času však začaly dominovat jiné plastické hmoty, které se nechaly odlévat stříkáním (podobně jako celulooid, řadí se tyto hmoty mezi tzv. termoplasty, na rozdíl od bakelitu, který patří mezi tzv. reaktoplasty).

Už po první světové válce se začaly vyrábět první vinylové plasty (které v současné době s polyetylenem (PE), polyvinylchloridem (PVC), polypropylenem (PP) nebo polystyrenem (PS) patří k dobře známým a nejčastěji používaným plastům). Ve 30. letech minulého století byla objevena syntéza prvního polyamidu (Nylon). Všeobecně plasty mají důležité vlastnosti: dají se natahovat, ohýbat, tvarovat, mají tepelnou stálost, umějí odolávat nejrůznějším podmínkám,

jsou lehčí, pevnější, trvanlivější, snadněji zpracovatelné a mají lepší izolační vlastnosti, atp. Ve srovnání s běžnými materiály (např. dřevo, sklo, kov, atp.) je to velká výhoda a zároveň i jejich levná náhrada. Z těchto důvodů se plasty po druhé světové válce masivně rozšířily. Setkáváme se dnes s nimi v podobě mnoha druhů a pod různými názvy, například teflon, nylon apod. Najdeme je takřka všude, třeba v podobě láhve na vodu, hraček, vany v koupelně, atd.

### 3.2 Současný stav plastového odpadového hospodářství

Plasty s sebou přinášejí kromě určitých výhod i nemalé problémy, doba rozkladu plastů trvá v řádu desítky, stovky až tisíce a více let a na volném vzduchu se jen tak lehce nerozloží jako například papír nebo dřevo. Pro srovnání, igelitový sáček či taška se rozkládá 25 let, plastový kelímek 70 let, PET plastové lahve až 100 let a polystyren dokonce desetitisíce let. Z tohoto důvodu mají plasty vedle pozitivní stránky také stránku negativní z hlediska ekologie, a to nejen kvůli nemožné likvidaci (např. při spalování vznikají škodlivé látky, které se uvolňují do ovzduší), ale i náročné výrobě. Od doby, co byl objeven první plast, množství vyprodukovaných plastů nepřetržitě roste. Už v roce 1950 bylo 1,5 miliónů tun vyrobených a spotřebovaných plastů z celkového lidmi na světě vyprodukovaného odpadu, v roce 2014 to bylo již 311 miliónů tun. V roce 2020 se předpovídá světová výroba plastů ve výši 400 miliónů tun, v roce 2050 pak více než 700 miliónů tun. Přibližně 15 % z celkového dnes vyprodukovaného odpadu na světě tvoří plasty (viz obrázek 3.1). Je tedy jasné, že udržitelný rozvoj výroby, zpracování a spotřeby se neobejde bez efektivního řešení využití odpadů po skončení životnosti plastových výrobků. Nakládání s odpady pak vychází ze zásad v hierarchii dle priorit: opětovného použití výrobků, recyklace a kompostování, energetické využití a skládkování. Veškerý plastový odpad je dnes stále častěji považován za výrobní (surovinový) prostředek a eventuálně zdroj energie. [1], [2], [3], [4]



Obrázek 3.1: Složení komunálního odpadu a plastů [2], [4]

Výrobci plastů vymysleli postupy, pomocí kterých se dají z již starých a nevyhovujících plastových odpadových výrobků vytvořit nové, to je tzv. recyklace

plastů. Za tímto účelem shromažďují plasty v k tomu určených sběrných kontejnerech, které vyvázejí k dalšímu zpracování.

Mezi jedno z nejdůležitějších zpracování patří také separace (jinými slovy oddělování, odlučování, roztřídění). Jde o to, že většinou je shromážděný plast smísen z různých druhů plastů, tzv. mix (směs) plastů, avšak každý druh plastu určuje jiné vlastnosti výrobku, proto je potřeba před dalším zpracováním a samotnou výrobou určitých výrobků tuto směs separovat (roztřídit) na jednotlivé konkrétní druhy plastů. Pro tento účel existují v dnešním plastovém odpadovém hospodářství různé techniky separace. [2]

V současné době největší součástí v plastovém odpadovém hospodářství při recyklaci plastů zaujímá průmyslový plastový odpad. Jedná se o všechen možný plastový odpad, který vznikne při likvidaci výrobků, zařízení a spotřebičů z různých odvětví průmyslu. Jde o různé plastové věci, které jsou vyrobené pro automobilový, elektrotechnický, stavební, potravinářský a jiný průmysl. Jelikož se dnes na veškerý plastový odpad pohlíží jako na výrobní (surovinový) artikl či eventuálně zdroj energie, tak recyklace plastů představuje výnosný byznys a zpracováním plastového odpadu se tedy zabývá mnoho společností.

Jedno z hlavních zpracování, jak již bylo zmíněno výše, je i separace plastových materiálů a to z toho důvodu, že ve většině případů je plastový odpad smísen (namixován) dohromady z více druhů plastů. Samozřejmostí pak je, že tržní cena takovéto směsi plastového odpadu je výrazně nižší než tržní cena jednotlivých odseparovaných plastových materiálů. Směs neroztříděného plastového odpadu by byla výrobcům plastových výrobků k ničemu. Ti potřebují jednotlivé typy plastů zvlášť, protože každý typ plastu má své určité vlastnosti a podle toho také jiné použití ve formě finálního výrobku. Popřípadě si výrobci pro finální výrobek namíchají určitý poměr jednotlivých plastů sami. Zpracovatelé plastových odpadů tak po odseparování směsi na jednotlivé druhy plastů pak tyto plasty prodávají výrobcům, či rovnou výrobce si může takto zpracovávat plastový odpad sám.

Z průzkumu a analýzy trhu si lze představit, jak se přibližně ceny těchto průmyslových plastových materiálů pohybují. Pojednání bude jen o plastových materiálech, jejichž objemový výskyt přesahuje množství 1000 tun/rok. Níže uvedené ceny jsou jen orientační, pro vytvoření představy o cenových rozdílech mezi smíšeným (kontaminovaným) plastem a vyseparovaným plastem využitelným v další produkci plastových výrobků jako plnohodnotný materiál. Při pohledu na ceny je však třeba brát v úvahu skutečnost, že uvedené ceny platí pro nepodrcený plastový odpad nevyseparovaný (namixovaný). Tento materiál je potřeba ještě podrtit. Podrcení plastových směsí vychází cca na 2,- až 3,- Kč/kg v závislosti na tvaru a hmotnosti jednotlivých odpadů. [5]

Nejvíce smíšeného plastového odpadu pochází z automobilového průmyslu, jelikož mnoho firem produkující plastové díly do automobilů nemají zájem třídit vzniklý odpad hned při výrobě, a nebo jim to nedovolují jiné objektivní příčiny. Proto vznikají následné plastové směsi, které se většinou sestávají z následujících materiálů a směsí: PP, PP+GF, PP+EPDM, PP+SBS, PP+TPE, HDPE, POM, ABS, PC/ABS, PMMA, PC, PA6, PA66, PBT, ABS/PMMA, ABS/PA,

TPE, PES, PET, EPDM. Tyto materiály jsou různě kombinované v závislosti od producenta odpadů. [5]

Ze stavebního průmyslu se vyskytují smíšené plasty z výroby plastových oken, dveří a parapetů. Dále plasty z výroby bazénů, septiků, odpadových kanalizačních rour, vodovodních rour, zavlažovacích rour a šachet. Směsi, které zde vznikají, se sestávají z materiálů: PVC, TPE, PP, PPR, HDPE, LDPE, PVC. [5]

V potravinářském průmyslu se vyskytují rozmanité druhy plastových směsí, které se vyskytují při výrobě hlavně obalů: jako lahve pro nápoje a různé ingredience (kečup, hořčice, koření), vakuové obaly (maso, sýry), mléčné výrobky (jogurty, smetana). Při této výrobě se vykytují následující materiály: PET, PVC, PP, HDPE, LDPE, PS, silikon. Silikon se využít nedá, a proto je určený do spalovny nebo na skládku, kde jsou náklady na likvidaci okolo 1,- Kč/kg. [5]

V elektrotechnickém průmyslu se vyskytují nejčastěji směsi plastového odpadu z počítačové techniky a TV přijímačů, chladniček, mrazniček a jiných domácích spotřebičů. Nejčastěji se zde vyskytují směsi: ABS, HIPS, PC/ABS, PVC, TPE, PP, HDPE, PC. [5]

Tržní cena za takto smíšený materiál se pohybuje průměrně okolo 4,- Kč/kg. Průměrné ceny drti jednotlivých plastových materiálů po vyseparování jsou uvedeny v tabulce 3.1. [5]

Tabulka 3.1: Průměrné ceny drti jednotlivých plastů po vyseparování [5]

Materiál	Cena [Kč/kg]
POM	6
PVC	11
HDPE, LDPE, PS	15
PP, PPR, TPE, PES, PET, EPDM	16
ABS/PMMA, ABS/PA, PMMA	17
ABS, PC/ABS, HIPS	18
PC	19
PA6, PA66	23

### 3.3 Současné technologie a principy separace plastových materiálů

Důležitým tématem je recyklace plastových odpadů. Jelikož surová směs plastového odpadu obvykle obsahuje různé druhy plastů, činí to separaci plastů velmi důležitým procesem z hlediska udržitelné recyklace. Nicméně, separace smíšených plastů se setkává s mnoha problémy (kvůli vlastnostem plastů) a představuje jeden z nejvíce problematických procesů ve zpracování plastového odpadu. Snahou je vypořádat se s problémy, kterým zpracovatelský průmysl plastů čelí. [2]

V současnosti je klasický systém třídění plastových odpadů založen na svozu kontejnerů s plasty a následném lidmi provedeném manuálním roztrídění. Princip manuální separace funguje tak, že se nejprve ze směsi plastů na běžícím pásu na třídící lince vybere vše, co do plastů nepatří. Dále PET obaly, fólie, pěnový polystyren a pevné duté plasty (např. obaly od kosmetiky, jogurtů,...), z nichž každý druh má speciální samostatné zpracování. Pak se všechny roztríděné plasty zabalí, svážou a odvezou k dalšímu zpracování. U vytříděných plastů dojde k rozdrcení na granulát v drtičkách a znovuvyužití jako suroviny pro výrobu nových výrobků, nebo se plast použije jako tuhé alternativní palivo pro výrobu energie.

Výzkumná činnost je tedy dnes zaměřena především na navrhování, vývoj a testování různých technologií separace, které jsou schopné obnovit plastový materiál z odpadu, který může být znovu použitý nebo znovu zpracovaný k vytvoření nových plastových produktů. Protože množství vyprodukovaných plastů rok od roku roste, je tedy nutné tento problém řešit, a tak se problematice separace plastů věnují univerzity a firmy po celém světě a snaží se o nalezení efektivního, ekologického a ekonomického způsobu separace a znovuvyužití plastů. [2]

Jinou možností než dnešní klasická manuální separace plastového odpadu můžou být moderní automatické technologie separace. Tyto technologie separace se rozdělují na dvě základní - mokré a suché technologie separace. Tato práce je zaměřena na elektrostatickou separaci plastů, která se řadí mezi suché technologie separace. Princip elektrostatické separace je založen na Coulombově zákoně, a tak lze na základě celkem jednoduchého principu a technologie separovat různé druhy materiálů. Lze tak na základě odlišné vodivosti materiálů odseparovat vodivé kovové materiály od nevodivých plastových materiálů, např. při recyklaci elektrotechnického odpadu apod. Stejně tak lze odseparovat i jenom různé plastové materiály na základě odlišného elektrického náboje, což představuje volné pole působnosti pro stavbu zařízení elektrostatického separátoru, který by nahradil dnešní klasické manuální třídící linky a řešil tak problém smíšeného plastového odpadu v dnešním odpadovém plastovém hospodářství. [2], [3], [6], [7]

## Elektrostatická separace

Princip elektrostatické separace je založen na Coulombově zákoně, kdy na elektricky nabitě částice v elektrickém poli působí elektrická síla. Na tomto principu funguje elektrostatický separátor, což je zařízení využívané pro odseparování suchých směsí ve formě granulátu. Tento systém třídění navrhl již v roce 1879 Theodore B. Osborne pro odseparování plev od rozemletých obilovin, kdy se směs sypala na rotující buben potažený gumou, která byla triboelektricky nabíjena plstovým kartáčem. Dnešní výzkumná činnost se soustřeďuje na vývoj suchých separačních technologií pro separaci smíšeného plastového odpadu. Elektrostatická separace probíhá v několika fázích. Nejprve je potřeba částice nabít a až poté probíhá vlastní vychylování a separace částic. V současné době existuje několik odlišných technologií elektrostatických separátorů, kdy se tyto separátory liší podle způsobu pohybu částic při jejich vychylování a separaci. Dále také ve způsobu nabíjení částic, což je ze všeho nejdříve nutné pro jejich vlastní separaci. [7]

## Nabíjení částic

Veškeré materiály (tj. i částice z plastového odpadu) v elektrickém poli získají podle své vodivosti elektrický náboj, který závisí na velikosti povrchu částice, po které se může rozložit, a vlastní maximální dosažitelné hustotě náboje. Získat elektrický náboj mohou částice v elektrostatickém separátoru před vlastní separací několika způsoby.

## Bombardování ionty

Částice jsou nabíjeny působením iontů atmosférických plynů vznikajících při koronovém výboji na ionizační elektrodě a jsou separovány podle rozdílů v povrchové vodivosti jednotlivých částic. [7], [8], [9], [18]

## Vodivostní indukce

Je-li na částici indukován náboj působením elektrického pole a je separovaný kvůli povrchové vodivosti. Částice při styku s elektricky nabitým povrchem získá stejně velký náboj o stejné polaritě. [7], [9], [18]

## Triboelektrický jev

Označení „tribo“ pochází z řečtiny a v češtině má význam „tření“. Při vzájemném tření různých materiálů dochází v důsledku triboelektrického jevu ke vzniku elektrického náboje. Např. třením ebonitové tyče liščí kožesinou nebo vlasů o hřeben. Velikost elektrického náboje a jeho polarita závisí na vlastním materiálu částic, jejich drsnosti povrchu, tlaku, vnějších atmosférických podmínkách (např. vlhkosti a teplotě) a dalších parametrech. Jelikož velikost i polarita elektrického náboje je závislá na druhu materiálu, lze tyto materiály řadit dle polarity a velikosti vzniklého náboje do tzv. triboelektrické řady [13] pro snadnější určení vzniklého náboje. Náboj je tím větší, čím vzdálenější jsou materiály použité pro tření v uvedené řadě. Stejně nebo blízké materiály negenerují žádný, nebo zanedbatelný elektrický náboj. Při tření dvou izolantů vzniká u izolantu s větší permitivitou kladný náboj a záporný náboj vzniká u izolantu s menší permitivitou (Coehnovo pravidlo). Triboelektrický jev nevzniká jen když se materiály o sebe třou, ale už pouhým kontaktem, kdy dochází k přenosu elektronů v důsledku vzniklé chemické vazby, se náboj přenáší z jednoho materiálu na druhý pro srovnání elektrochemických potenciálů. Z tohoto důvodu vznikne nerovnováha celkového elektrického náboje mezi dvěma materiály. Po jejich oddělení některé vazební atomy mají sklon elektrony držet a jiné naopak elektrony uvolnit. Tření však účinek zvyšuje, protože dochází k častějšímu dotýkání a oddělování materiálů. [10], [11], [12], [13]

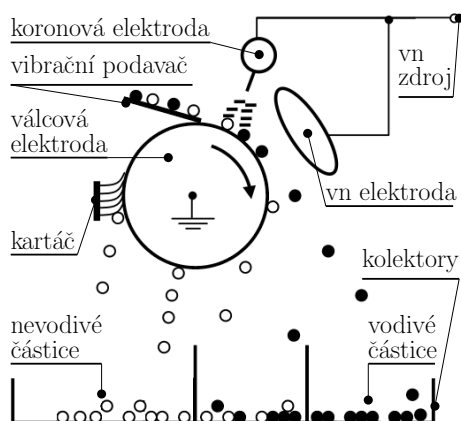
## Nejběžnější typy elektrostatických separátorů

Elektrostatické separátory je možné rozdělit do několika skupin. Nejrozšířenější typy tohoto zařízení jsou bubnový (roll-type), deskový (plate-type) a vertikální separátor (free-fall type).



### Bubnový separátor

Tento typ separátoru je využíván především pro separaci vodivých částic od nevodivých. Materiál je ve formě granulátu, například nadrcené elektrické dráty či desky plošných spojů. Obrázek 3.2 ukazuje princip bubnového separátoru. Nejprve jsou jednotlivé částice materiálů sypány přes vibrační podavač na povrch uzemněné rotující válcové elektrody. Dále jsou částice nabity ionizovaným vzduchem v důsledku koronového výboje generovaného koronovou elektrodou, která je připojena ke zdroji stejnosměrného vysokého napětí. Částice se pak chovají rozdílně podle toho, zda jsou elektricky vodivé nebo nevodivé. V důsledku působení elektrické síly, nevodivé částice zůstanou upevněny na rotujícím válci a přilnou k jeho povrchu. Spadnou do kolektorů až tehdy, když je odstředivá a gravitační síla větší, než je působící elektrická síla. Některé separátory jsou vybaveny ještě jinou tzv. neutralizační elektrodou pro odstranění předtím získaného elektrického náboje iontovým bombardováním, aby se zajistilo, že nevodivé částice budou odstraněny z povrchu válce. Kromě toho je vždy používán kartáč, aby mechanicky oddělil zbývající unášené částice z povrchu válce. Tímto jsou nevodivé částice zachycovány v levém kolektoru. Naproti tomu vodivé částice rychle ztrácí náboj, získaný také iontovým bombardováním, přes uzemněnou rotující bubnovou elektrodu. Avšak když tyto vodivé částice dosáhnou zóny elektrostatického pole generovaného vysokonapětovou elektrodou eliptického tvaru (tzv. elektrostatická elektroda), získají vodivé částice elektrostatickou indukci náboj opačné polarity. Vodivé částice jsou potom přitahovány a lépe zachycovány v pravém kolektoru, což vede k zefektivnění separace. Z toho plyne, že jsou zde použity dva nabíjecí mechanismy současně: iontové bombardování a elektrostatická indukce. První z nich je pouze pro nevodivé částice vložené do zóny koronového výboje. Druhý se týká vodivých částic v kontaktu s uzemněným válcem s přítomností elektrostatického pole generovaného elektrostatickou elektrodou. Mnoho publikací se věnuje optimalizaci při návrhu tohoto typu separátoru, kde se řeší například přítomnost a umístění daných elektrod. Optimalizovat a zefektivnit proces separace lze například také rychlostí otáčení válcové elektrody, rychlostí přísunu částic. Dále také materiálem, jako je složení, velikost a tvar částic. [9], [14], [15], [16], [17], [18]



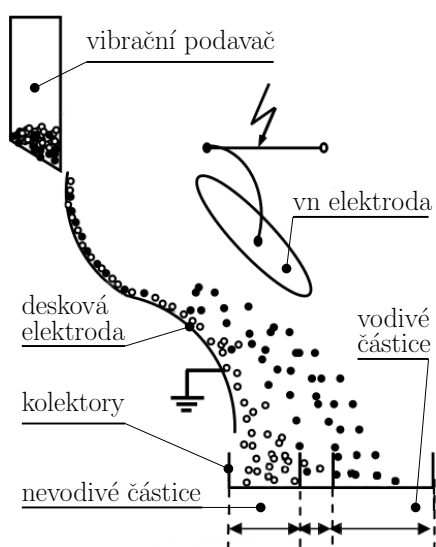
Obrázek 3.2: Princip bubnového separátoru; na základě [14]



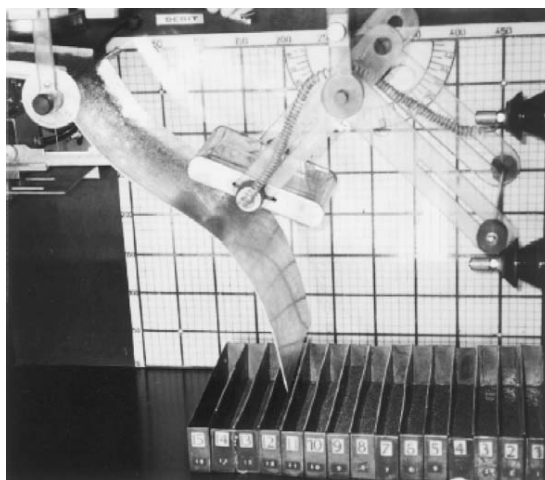
Obrázek 3.3: Bubnový separátor [14]

### Deskový separátor

Deskový elektrostatický separátor se používá hlavně k třídění jemných vodivých částic od větších nevodivých, využívá se tedy opět zrnitá směs částic. Princip fungování tohoto separátoru může být popsán následujícím způsobem (viz obrázek 3.4). Částice jsou uloženy pomocí vibračního podavače na uzemněnou elektrodu ve tvaru prohnuté desky. Tyto částice pak sklouzávají po povrchu desky a chovají se odlišně v závislosti na jejich elektrické vodivosti. Částice s dobrou vodivostí, dosahující zóny elektrického pole generovaného vysokonapětovou elektrostatickou elektrodou eliptického tvaru, jsou nabity na základě vodivostní indukce, a tak přitahovány elektrickou silou vyvíjenou touto elektrodou, tímto změni svoji trajektorii a padají na pravou stranu kolektoru. Částice nevodivé nebo se špatnou vodivostí nezískají většinou žádný nebo dostatečně velký náboj, tím pádem nejsou přitahovány elektrostatickou elektrodou, a padají pod působením své hmotnosti a rychlosti na levou stranu kolektoru. Optimalizace a zefektivnění procesu separace u tohoto separátoru je možno ovlivnit různým prohnutím uzemněné desky, napětím na elektrodě a jejím postavením vůči uzemněné desce. [14], [18], [19]



Obrázek 3.4: Princip deskového separátoru; na základě [14]



Obrázek 3.5: Deskový separátor [14]

### Vertikální separátor

Vertikální free-fall elektrostatický separátor (nazývaný též triboelektrický separátor) je využíván pro separaci různých sypkých (drcených nebo granulovaných) směsí, které obsahují pouze nevodivé částice, jako např. PVC a PE částice. Nabíjení částic před vlastní separací směsi se provádí pomocí triboelektrického jevu, kdy k tomuto dochází při vzájemném tření se dvou různých nevodivých materiálů, a také tření se o stěny nabíjecího zařízení. V závislosti na druhu materiálu pak jeden druh částic získává kladný elektrický náboj a druhý pak záporný. Tento nabíjecí mechanismus je založen na přenosu elektronů, dosud ne příliš dobře vysvětleném. Nabité částice pak již padají kolmo mezi dvě plechové elektrody (desky) obdélníkového tvaru, které jsou připojeny ke zdroji vysokého stejnosměrného napětí a mezi sebou vytváří intenzivní elektrické pole. Částice jsou pak vychylovány na základě Coulombova zákona. Záporně nabitě jsou přitahovány směrem ke kladné elektrodě a kladně nabitě částice jsou přitahovány směrem k záporné elektrodě. Vyseparované materiály se pak nachází v levém a pravém kolektoru, přičemž nedostatečně nabitě částice spadnou mezi, tzn. do středního kolektoru. [2], [9], [14], [17], [20], [21]

V dnešní době se problému separace plastových materiálů a výzkumu technologie elektrostatického free-fall separátoru věnuje hned několik vědeckých pracovišť ve světě. Patří mezi ně například vědci a odborníci z University of Tokyo, Japonsko [2], University Djillali Liabes of Sidi Bel Abbes, Alžírsko ([14], [17], [20]), University of Poitiers, Francie ([14], [17], [20]) a Technical University of Cluj-Napoca, Rumunsko ([9], [21]). Přesto dosud žádné komerční průmyslové zařízení elektrostatického free-fall separátoru neexistuje a tato technologie pro separaci plastů je stále ve fázi výzkumu.

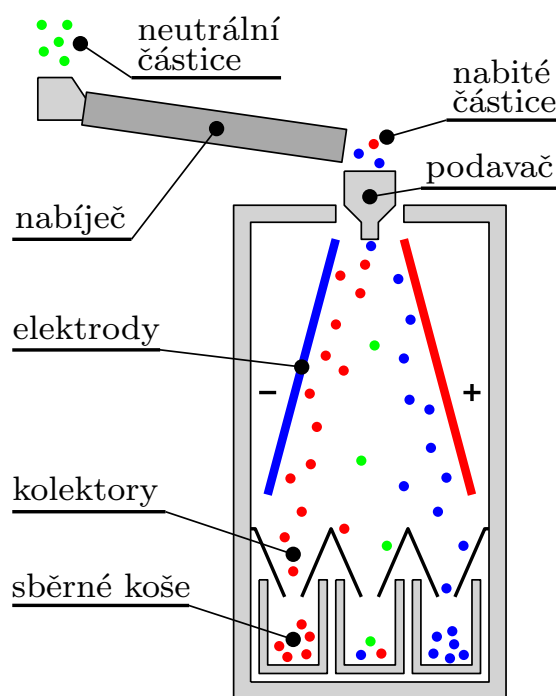
Důvodů, proč se zaměřit na vývoj free-fall elektrostatického separátoru plastových materiálů je celá řada. Obecně mezi hlavní výhody zařízení patří [20]:

- Suchý proces.
- Relativně jednoduchý princip, a tedy i jednoduchá a levná konstrukce zařízení.
- Separace nezávislá na hustotě materiálu.
- Separace nezávislá na barvě materiálu (separace je založena na základním fyzikálním principu, který bere v úvahu chemické složení materiálu a je možné tak odseparovat různé druhy plastů se stejnou barvou).
- Separace i více druhů plastových materiálů naráz.
- Nízká energetická náročnost.
- Vysoká propustnost materiálu.

# 4

## Formulace problému

Základní princip a uspořádání free-fall elektrostatického separátoru, na který se tato práce zaměřuje, je znázorněn na obrázku 4.1.



Obrázek 4.1: Základní princip a uspořádání free-fall elektrostatického separátoru

Před vlastní separací musí být elektricky neutrální plastové částice elektricky nabity třením v nabíječi, tj. například během jejich pohybu a tření skrz rotující plastovou trubku (na obrázku 4.1 označený jako nabíječ). Částice každého různého druhu plastového materiálu přijmou různé množství i polaritu elektrického náboje (kladný či záporný). To vše závisí na umístění daného materiálu v triboelektrické řadě [41]. V důsledku tohoto triboelektrického jevu jsou poté plastové částice s odlišnými elektrickými náboji separovány.

Po uplynutí daného času, který částice pro nabití elektrickým nábojem musí strávit uvnitř nabíječe, se nabitě plastové částice dostanou nejdříve do podavače a skrze něj poté padají volně do separační komory mezi elektrody, kde se nachází elektrické pole. Na deskových elektrodách, které jsou zavěšené v komoře

separátoru, je stejnosměrné vysoké napětí v řádech desítek kV a vytváří elektrostatické pole v separační komoře. Princip free-fall elektrostatického separátoru je založený na Coulombově síle působící na volně padající nabitě dielektrické částice. Po vstupu částic do prostoru mezi elektrody začnou být trajektorie částic ovlivňovány elektrickým polem, které mezi elektrodami působí. Plastové částice z triboelektrického nabíječe jsou elektricky nabitě buď kladně nebo záporně, jsou tedy následně vychylovány či přitahovány v závislosti jejich polaritě a množství elektrického náboje buď ve směru k záporné nebo ke kladné elektrodě, a nakonec volně padají do kolektorů, jejichž účelem je různě elektricky nabitě plastové částice zachytit, a následně poté padají z kolektorů do sběrných recyklačních košů na dně komory separátoru. Je nutno zmínit, že vzájemné interakce (tzn. Coulombovo síly) mezi volně padajícími nabitými částicemi jsou zanedbatelné, takže jejich pohyb je ovlivněn pouze vnějším elektrickým polem od elektrod.

Vzhledem k tomu, že kolektory jsou určeny k zachycení částic různých plastových materiálů v co nejvyšší možné čistotě, musí být tedy velmi opatrně stanovena jejich poloha a rozměry. Účinnost elektrostatické separace také zanedbatelně závisí na době nabíjení částic, vlhkosti okolního vzduchu, tvaru elektrod a napětí na elektrodách (tj. intenzita elektrického pole mezi elektrodami). [39], [40]

Účinnost separace  $\eta$  je definována poměrem

$$\eta = \frac{m_s}{m_c} \cdot 100, \quad (4.1)$$

kde  $m_s$  je hmotnost správně odseparovaných a očekávaných částic v příslušných (správných) sběrných koších (tj. po ručním dotřídění košů) a  $m_c$  je celková hmotnost všech částic (celého vzorku) před separací.

Čistota separace  $\theta$  je definována poměrem

$$\theta = \frac{m_s}{m_k} \cdot 100, \quad (4.2)$$

kde  $m_s$  je hmotnost správně odseparovaných a očekávaných částic v příslušných (správných) sběrných koších (tj. po ručním dotřídění košů) a  $m_k$  je hmotnost všech částic spadlých v příslušných (správných) sběrných koších (tj. před ručním dotřídění košů).

Správný návrh free-fall elektrostatického separátoru není snadný a představuje poměrně komplikovaný optimalizační problém [21], [29], [36]. Nicméně celkově elektrostatická separace je účinným procesem separace pro směsi plastových částic s malými rozdíly v hodnotách povrchových potenciálů a specifických hmotnostních hustotách jejich složek. Přestože k separaci je nutno vysoké napětí, tak spotřeba elektrické energie je velmi nízká, protože elektrický proud u vytvoření elektrického pole mezi elektrodami tam prakticky žádný není. Největší část elektrické energie separátoru se tak hlavně spotřebovává v nabíječi při nabíjení plastových částic a zdrojem napětí. Elektrostatická separace je klasifikována jako suchá metoda a má jasnou výhodu oproti mokřím technologiím, protože nevyžaduje tolik energie a ani žádnou chemickou předběžnou úpravu vzorku. [39], [40]

# 5

## Matematický model a numerické řešení

### 5.1 Matematický model

Z obrázku 5.1 je možno vidět, že hlavní součástí modelu elektrostatického separátoru jsou dvě deskové elektrody. Plastové částice o elektrickém náboji  $Q$  a s počáteční rychlostí  $v_0$  vstupují do prostoru elektrodového systému, kde jedna elektroda je uzemněna a na druhou je připojeno stejnosměrné vysoké napětí  $U$ . Ve vzniklém elektrickém poli mezi elektrodami jsou částice v separátoru vychylovány podle jejich velikosti elektrického náboje a jeho polarity. Obecně lze říci, že Coulombova síla působící na částice je vytvářena nejen elektrickým polem generovaným elektrodami, ale také mezi dalšími nabitými částicemi přítomnými v prostoru. Ale protože tyto náboje jsou malé, můžou se tyto přídavné silové účinky zanedbat bez jakékoliv významné chyby a tudíž lze říci, že pohyb částic v separátoru je způsoben jen elektrickým polem, které je generováno pouze elektrodami. [22]

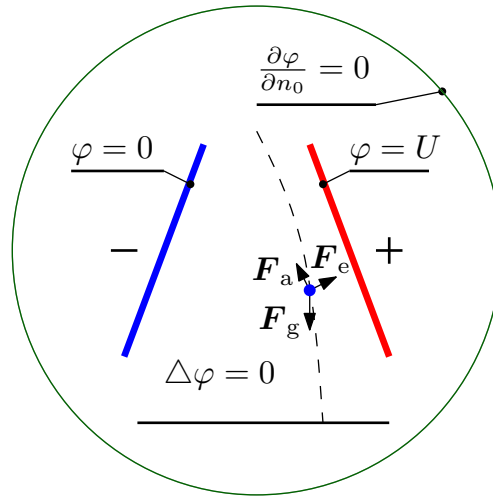
Matematický model procesu separace je popsán lineární parciální diferenciální rovnicí, která popisuje elektrostatické pole v systému a dvěma obyčejnými nelineárními diferenciálními rovnicemi, které popisují pohyb částice v systému.

Rozložení elektrostatického pole ve free-fall separátoru je popsáno parciální diferenciální rovnicí pro skalární elektrický potenciál  $\varphi$  ve formě [22]

$$-\operatorname{div}(\varepsilon \operatorname{grad} \varphi) = \rho_v, \quad (5.1)$$

kde symbol  $\varepsilon$  znamená permitivitu prostředí a  $\rho_v$  objemovou hustotu elektrického náboje. Objemovou hustotu lze zanedbat, protože velikost částic (i jejich elektrický náboj) je vzhledem k rozměrům elektrodového systému malá a nebudou tak výrazně ovlivňovat elektrostatické pole vytvořené elektrodami.

Definiční oblast problému znázorňuje obrázek 5.1. Okrajové podmínky jsou dány známými hodnotami elektrického potenciálu na elektrodách (tzv. Dirichletovy okrajové podmínky) a nulovou Neumannovou podmínkou podél vnější fiktivní definiční hranice umístěné v dostatečné vzdálenosti od zařízení.



Obrázek 5.1: Definiční oblast

Pohyb částice nesoucí elektrický náboj  $Q$  se řídí rovnicemi pro jejich rychlost  $\mathbf{v}$  a trajektorii  $\mathbf{s}$  ve formě

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F}_e + \mathbf{F}_g + \mathbf{F}_a + \mathbf{F}_{p2p}, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{s}}{dt}, \quad (5.3)$$

kde  $m$  je hmotnost částice a součet všech čtyř uvedených jednotlivých sil pak představuje celkovou sílu působící na částici.  $\mathbf{F}_e$  udává sílu elektrostatického pole (Coulombovu sílu) působící na částici v pracovní oblasti elektrostatického free-fall separátoru, čímž dochází k vychylování částice.  $\mathbf{F}_g$  představuje sílu gravitační,  $\mathbf{F}_a$  je aerodynamická odporová síla v daném prostředí brzdící rychlost padající částice a  $\mathbf{F}_{p2p}$  je síla představující vzájemné působení (interakci) mezi jednotlivými částicemi. Všechny čtyři uvedené jednotlivé síly a jejich silové působení na jednotlivé částice směsí znázorňuje obrázek 5.2.

Coulombova síla je určena vzorcem

$$\mathbf{F}_e = Q\mathbf{E} = -Q \text{grad } \varphi, \quad (5.4)$$

kde  $Q$  označuje elektrický náboj určité částice a  $\mathbf{E}$  je lokální vektor intenzity elektrického pole působící na určitou částici.

Gravitační síla je definována jako

$$\mathbf{F}_g = m\mathbf{g}, \quad (5.5)$$

kde  $m$  je hmotnost částice a  $\mathbf{g}$  představuje gravitační zrychlení.

Síla  $\mathbf{F}_a$  reprezentuje aerodynamický odpor daný vztahem

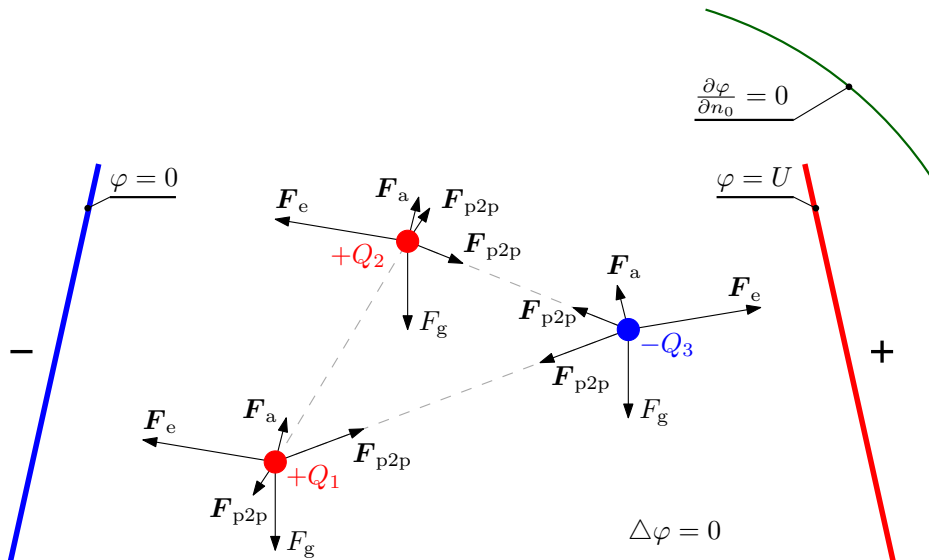
$$\mathbf{F}_a = -\mathbf{v} \frac{1}{2} \rho c S v, \quad (5.6)$$

kde  $c$  je frikční koeficient (závisející na geometrii částice),  $\rho$  představuje hustotu okolního vzduchu,  $S$  je charakteristický povrch částice a  $v$  označuje modul její rychlosti.

A poslední je síla vzájemného působení mezi jednotlivými částicemi

$$\mathbf{F}_{p2p} = \sum_{j=1}^N \left( \frac{Q \cdot Q_j}{4\pi\epsilon \cdot l^3} \mathbf{l} \right), \quad (5.7)$$

kde  $Q$  je elektrický náboj částice,  $Q_j$  elektrický náboj další vzájemně působící částice,  $\epsilon$  permitivita prostředí a  $l$  vzdálenost částic.



Obrázek 5.2: Znázornění silového působení na jednotlivé částice směsi

Příslušné počáteční podmínky jsou

$$\mathbf{v}(0) = \mathbf{v}_0 \neq \mathbf{0}, \quad (5.8)$$

$$\mathbf{s}(0) = \mathbf{s}_0 \neq \mathbf{0}, \quad (5.9)$$

kde  $\mathbf{s}_0$  označuje vstupní pozici částice v separátoru a  $\mathbf{v}_0$  představuje počáteční rychlost této částice.



## 5.2 Numerické řešení

Výše uvedený matematický model (rovnice (5.1), (5.2) a (5.3)) byl numericky řešen aplikací Agros2D [23], [24]. Tato aplikace je rozhraní určené pro pre-processing a post-processing velkého množství řešených 2D problémů z oblasti multifyziky (jako jsou elektrostatické, magnetické, tepelné, akustické a jiné typy fyzikálních polí) popsané parciálními a obyčejnými diferenciálními rovnicemi. [22], [30]

Agros2D spolupracuje s knihovnou Hermes [25] obsahující plně adaptivní algoritmy pro řešení systémů obecných soustav nelineárních a nestacionárních parciálních diferenciálních rovnic druhého řádu založených na metodě konečných prvků vyššího řádu přesnosti. [22], [30], [37]

Oba zmíněné kódy jsou napsány v C++ a vyvíjeny na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. Oba jsou volně distribuovány pod GNU General Public License a vykazují řadu zcela jedinečných vlastností. [22], [30]

Některé z jejich hlavních funkcí důležitých pro numerický výpočet jsou následující [22], [30]:

- Diskretizační síť může být vytvořena jako kombinace trojúhelníkových, čtyřúhelníkových a křivočarých prvků, resp. uzlových bodů.
- Plně automatická *hp*-adaptivita a snadné operace s visícími uzly jakékoli úrovně [38]. Multi-síťová technologie (každé pole lze vypočítat s jinou, obecně časově proměnnou sítí). Kód obsahuje algoritmy vyššího řádu pro respektování těchto uzlů, aniž by bylo zapotřebí dalšího zjemnění externích částí sousedících s rafinovanou subdoménou.
- Pohyb částic ovlivněný elektrickým polem, gravitační silou a aerodynamickým odporem je modelován adaptivní Runge-Kutta-Fehlberg metodou s časově proměnným krokem. V Agros2D je také možné modelovat tento problém i jinými podobnými integračními metodami, jako je například metoda Runge-Kutta-Cash-Karp nebo metoda Runge-Kutta-Dormand-Prince.

Na základě numerického modelu free-fall elektrostatického separátoru a vyřešení problému chování nabitých částic v elektrostatickém poli vytvořeném mezi dvěma elektrodami vznikl reálně existující experimentální free-fall separátor pro separaci zrnitých plastových materiálů, který byl vyroben na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. [22], [30]

Tímto prvotním numerickým řešením modelu tak lze již dopředu před vlastním provedením experimentu vyzískat přehled o konstrukci a chování experimentálního zařízení, potřebném nastavení zařízení pro úspěšnou separaci atd., což je mnohem jednodušší a zároveň to šetří čas a náklady. Na základě tohoto numerického modelu se tedy vyrobilo experimentální zařízení, provedl experiment na ověření a poté zpětně modifikoval numerický model. [22], [30]

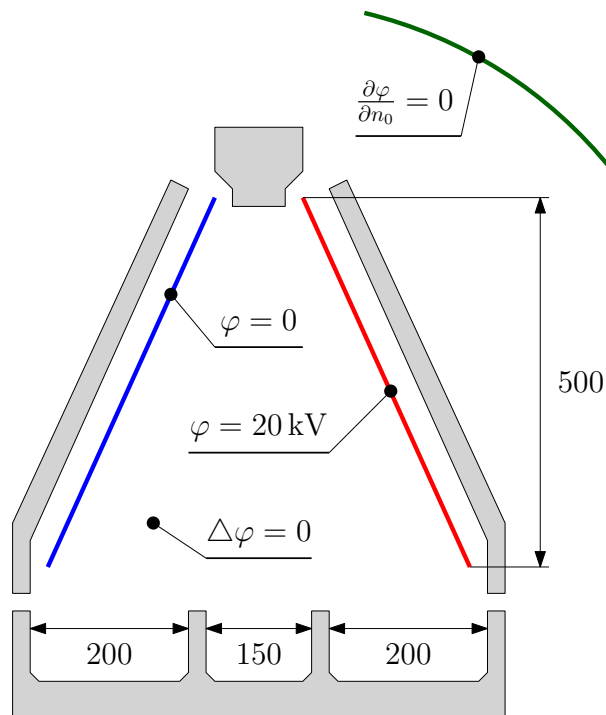
Řešený numerický model byl rozdělen na dvě části [22], [30]:

- Nejprve byl řešen model elektrického pole na základě uvedené rovnice (5.1) v matematickém modelu (viz podkapitola 5.1), kde bylo vyšetřeno elektrostatické pole. Model elektrického pole byl řešen metodou konečných prvků. Princip metody spočívá v diskretizaci spojité veličiny na určitý počet prvků diskretizační sítě, přičemž zjišťované parametry jsou určovány jen v jednotlivých uzlových bodech sítě.
- Ve druhé části řešeného numerického modelu byl řešen výpočet trajektorie částic na základě rovnic (5.2) a (5.3), které popisují pohyb elektricky nabitých částic, a kde bylo potřeba určit elektrický náboj částic, který je nezbytný pro jejich účinné vychylování a korektní separaci do správného kolektoru. Pohyb částic ovlivněný elektrickým polem, gravitační silou a aerodynamickým odporem byl řešen adaptivní Runge-Kutta-Fehlberg metodou s časově proměnným krokem. Princip metody spočívá v určení polohy částic jen v bodech, kde nastává větší změna řešené veličiny.

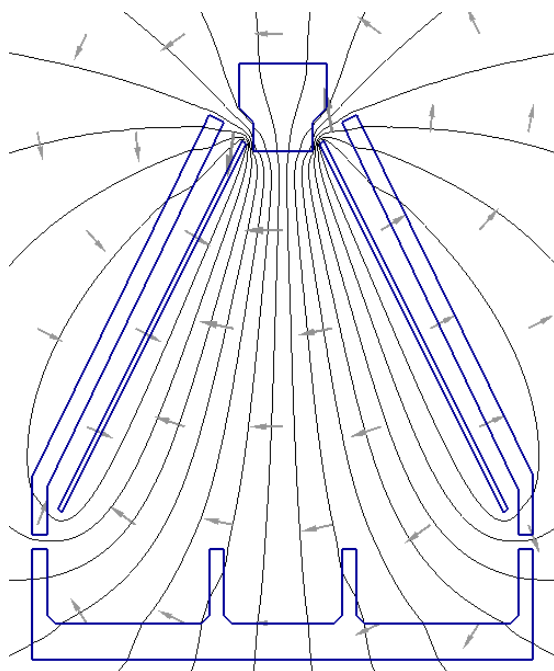
### 5.2.1 Model elektrického pole

Obrázek 5.3 znázorňuje základní návrh řešeného numerického modelu s rozměry separátoru a jeho definiční oblast. Okrajové podmínky jsou dány známými hodnotami elektrického potenciálu na elektrodách (tzv. Dirichletovy okrajové podmínky), kdy jedna elektroda je uzemněna ( $\varphi = 0$ ) a na druhé elektrodě je napětí ( $\varphi = 20$  kV). Nulová Neumannova podmínka ( $\frac{\partial \varphi}{\partial n_0} = 0$ ) je pak podél vnější fiktivní definiční hranice umístěna v dostatečné vzdálenosti od zařízení. [22]

Po vyřešení této první části řešeného numerického modelu lze vyšetřit elektrostatické pole. V první řadě je v mnoha případech užitečné znázornit rozložení elektrického pole v systému. K tomu lze použít mimo jiné tzv. ekvipotenciální čáry elektrického pole, což jsou místa konstantních hodnot elektrického potenciálu. Pro ilustraci o rozložení elektrostatického pole v daném zařízení ukazuje obrázek 5.4 ekvipotenciální čáry a vektory elektrostatického pole znázorňující gradient tohoto pole v systému. Z obrázku 5.4 je možno názorně vidět kolmost ekvipotenciálních čar na linie vektorů elektrického pole a také, že k největším změnám v elektrickém potenciálu dochází uvnitř zařízení. [22]

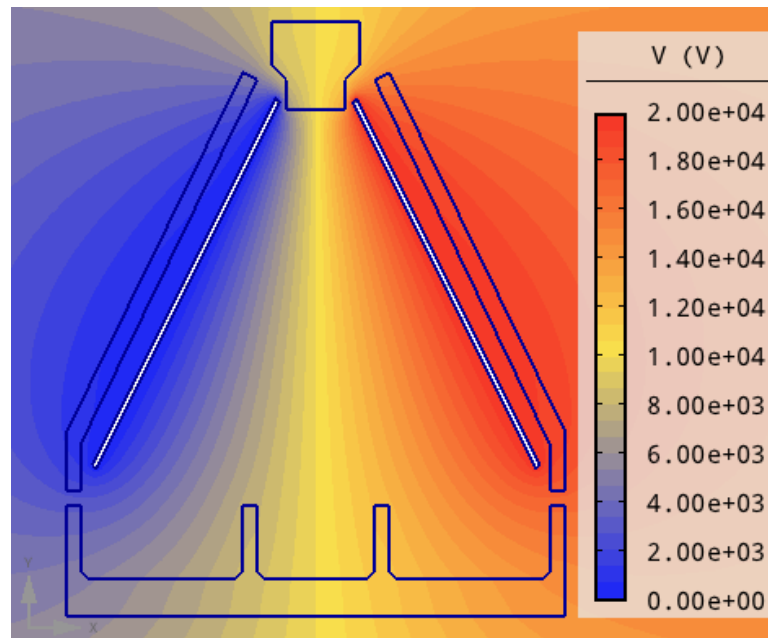


Obrázek 5.3: Rozměry a definiční oblast základního návrhu řešeného numerického modelu



Obrázek 5.4: Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole

Rozložení skalárního elektrického potenciálu je zobrazeno na obrázku 5.5.



Obrázek 5.5: Rozložení skalárního elektrického potenciálu

## Metoda konečných prvků

Ve skutečnosti jen málo fyzikálních problémů lze vyřešit pomocí analytických metod. Hlavními důvody jsou [52]:

- parciální diferenciální rovnice není lineární,
- řešená oblast je složitá,
- prostředí je nehomogenní nebo anizotropní.

V těchto případech je nutné využít některou z numerických metod řešení, jako je například metoda konečných prvků.

Všechny metody pro numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic mají společné rysy. Což je převod nekonečně dimenzionálního problému (parciální diferenciální rovnice) na konečně dimenzionální (soustava lineárních nebo nelineárních algebraických rovnic). Pro jednoduché problémy může stačit několik stovek rovnic. Soustavy se však mohou sestávat z obrovského množství rovnic (desítky i stovky milionů). Podle velikosti je možné řešit problémy na běžných počítačích nebo jen na největších světových superpočítačích. Další je, že metody jsou tvořeny tak, aby vedly na řídké matice. Spojitý prostor je rozdělen na výpočetní síť, přičemž různé metody vyžadují různé přístupy k tvorbě sítě. A vždy je potřeba omezit se na konečnou výpočetní oblast, což může vést k nutnosti uvažovat umělé okrajové podmínky (např. vnější hranice u elektrostatického pole). [52]

Metoda konečných prvků je nejúspěšnější metodou na numerické řešení parciálních diferenciálních rovnic. První zmínky o ní vychází z potřeby řešit problémy komplexní elasticity a strukturální analýzy ve stavebním a leteckém inženýrství, a z evolučního příspěvku v roce 1943 od německo-amerického matematika R. Couranta popisujícího rané základy této metody. Historie vzniku této metody se pak datuje do 50. a 60. let 20. století, kde její první použití bylo zejména pro výpočty ve stavebním a strojním inženýrství. V elektrotechnickém inženýrství se začala používat zhruba v 70. letech. Její matematické základy jsou složitější než v případě metody konečných diferencí. [50], [52]

Parciální diferenciální rovnici je nutné nejdříve převést do tzv. slabé (variační) formulace. Matematické pozadí je obtížné, proto je postup jen naznačen. [52]

Lze uvažovat příklad Poissonovy parciální diferenciální rovnice

$$-\Delta u = f, \tag{5.10}$$

dále se využije Sobolevův prostor funkcí (tj. normovaný vektorový prostor funkcí s normou, která je kombinací  $L^P$  - normy funkce a jejích derivací).

Řešená rovnice se vynásobí tzv. testovací funkcí  $v$  z tohoto prostoru a integruje se přes celou oblast  $\Omega$

$$\int_{\Omega} -\Delta u v \, d\Omega = \int_{\Omega} f v \, d\Omega, \tag{5.11}$$

Použitím nástrojů matematické analýzy (Greenovy věty – obdoba per-partes integrace) lze přesunout jednu derivaci z  $u$  na  $v$ . Zbavení se tedy druhé derivace

$$\int_{\Omega} \nabla u \cdot \nabla v \, d\Omega - \int_{\Gamma} \nabla u \, d\Gamma = \int_{\Omega} f v \, d\Omega. \quad (5.12)$$

Metoda konečných prvků (anglicky Finite Element Method - FEM) je numerická metoda, která se používá pro řešení problémů inženýrské a matematické fyziky, jako jsou například v typicky problémových oblastech strukturní analýzy, přenosu tepla, proudění tekutin, elektromagnetického potenciálu, atd. Analytické řešení těchto problémů obecně vyžaduje řešení problémů hraniční hodnoty (tj. okrajové podmínky) pro parciální diferenciální rovnice. Formulace problému metody konečných prvků vede v soustavu algebraických rovnic. Metoda získává přibližné hodnoty neznámých na diskrétním počtu bodů v doméně (oblasti) [51]. Aby bylo možno problém vyřešit, rozdělí velký problém na menší, jednodušší části, které se nazývají konečné prvky. Jednoduché rovnice, které modelují tyto konečné prvky, jsou pak sestaveny do větší soustavy rovnic, která modeluje celý problém. Metoda konečných prvků pak používá variační metody z počtu variací pro aproximaci řešení minimalizací přidružené chybové funkce. Studium nebo analýza jevu s metodou konečných prvků se často označuje jako analýza konečných prvků (anglicky Finite Element Analysis - FEA). [50]

Rozdělení celé domény na jednodušší části má několik výhod [46], [50]:

- přesné zobrazení komplexní geometrie,
- zahrnutí rozdílných vlastností materiálu,
- snadné zobrazení celkového řešení,
- zachycení místních účinků.

Typické pro metodu je tedy (1) rozdělení domény problému do kolekce subdomén, přičemž každá subdoména je reprezentována soustavou elementárních rovnic příslušných k původnímu problému, dále (2) systematické překombinování všech soustav elementárních rovnic do globálního systému rovnic pro konečný výpočet. Globální systém rovnic má známé techniky řešení a může být vypočítán z počátečních hodnot původního problému, aby se získalo numerické řešení. [50]

V prvním kroku (1) elementární rovnice jsou jednoduché rovnice, které se lokálně přibližují původním komplexním rovnicím, které mají být studovány, přičemž původní rovnice jsou často parciální diferenciální rovnice (anglicky Partial Differential Equation - PDE). Pro vysvětlení aproximace v tomto procesu je FEM běžně představována jako zvláštní případ Galerkinovy metody. V matematice jde o sestavení integrálu vnitřního produktu reziduálních a váhových funkcí a nastavení integrálu na nulu. Jednodušeji řečeno, je to postup, který minimalizuje chybu aproximace tím, že do PDE zapojí testovací funkce. Reziduál je chyba způsobená testovacími funkcemi a váhové funkce jsou polynomiální aproximační

funkce. Tento proces odstraní všechny prostorové derivace z PDE, čímž se PDE lokálně převede na soustavu algebraických rovnic pro ustálené problémy a soustavu obyčejných diferenciálních rovnic pro přechodné problémy. [50]

Tyto soustavy rovnic jsou elementární rovnice. Jsou lineární, pokud základní PDE je lineární a naopak. Soustavy algebraických rovnic, které vznikají při problémech s ustáleným stavem, jsou řešeny metodami numerické lineární algebry. Zatímco soustavy obyčejných diferenciálních rovnic, které vznikají při problémech s přechodovým jevem, jsou řešeny numerickou integrací pomocí standardních technik, jako je například Eulerova metoda nebo metoda Runge-Kutta. [50]

Ve výše uvedeném druhém kroku (2) je z elementárních rovnic generován globální systém rovnic prostřednictvím transformace souřadnic z lokálních uzlů subdomény na globální uzly domény. Tato prostorová transformace zahrnuje odpovídající přizpůsobení orientace, jak je použito ve vztahu k referenčnímu souřadnému systému. Postup se často provádí pomocí softwaru FEM s využitím souřadnicových dat vygenerovaných ze subdomén. [50]

Metoda konečných prvků je využívána snad ve veškerých dnes dostupných softwarových programech zaměřených na řešení fyzikálních polí v různých technických oborech a vědeckých pracích. Metoda je oblíbená zejména pro svoji univerzálnost, výkonnost, robustnost, flexibilitu a schopnost řešit modely fyzikálních problémů shodujících se s reálnou podstatou. V současné době vývoj této nejspěšnější numerické metody stále pokračuje a směřuje k verzím pokročilých algoritmů vyšších řádů přesnosti a automatické adaptivity sítě, které mají za cíl zvýšit přesnost dosahovaných výsledků a snížit výpočetní nároky. Více informací o metodě konečných prvků, případně některých směrech vývoje lze nalézt v řadě publikací, například [37], [38], [46], [51], [56], [57], [58], [59], [60].

### **Adaptivní metody konečných prvků**

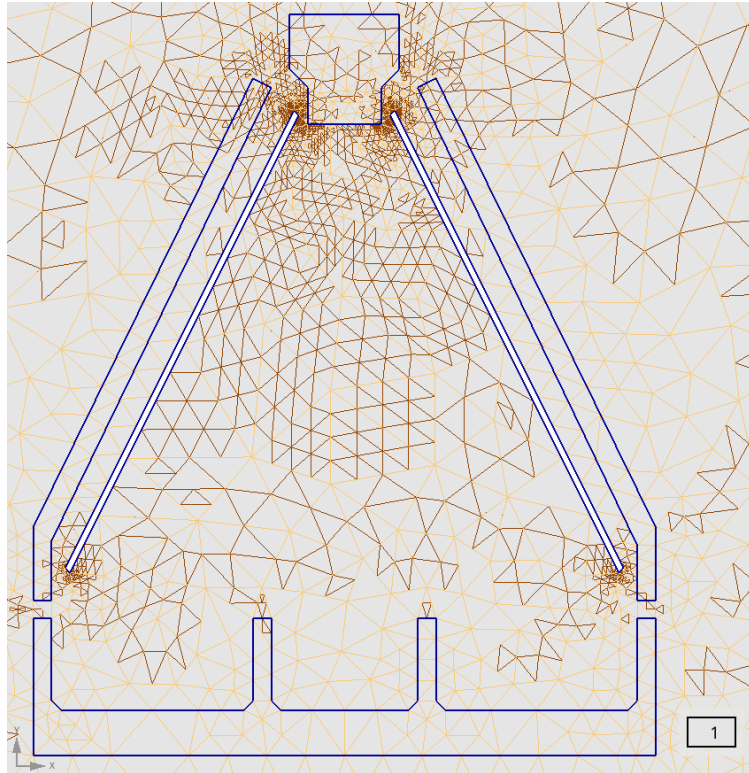
Obvyklá analýza konečných prvků by vycházela z výběru sítě a základu k vytvoření řešení pro přesnost hodnocení a analýzy. Zkušenost je tradiční metoda, která určuje, zdali bude nebo nebude síť a základ optimální nebo dokonce adekvátní pro analýzu. Přesná hodnocení obvykle vyžadují vytvoření druhého řešení na jemnější síti nebo s odlišnou metodou a poté srovnání těchto obou řešení. Přinejmenším s odhadem chyby na základě zkušenosti přesná hodnocení mohou doprovázet vytvoření řešení s nižšími náklady než vytvoření druhého řešení. [49]

Adaptivní metody se snaží automaticky zjemnit, zdrsnit nebo přemístit diskretizační síť a případně i upravit základ pro dosažení řešení s přesně stanovenou přesností optimálním způsobem. Výpočet typicky začíná zkušebním řešením generovaným na hrubé síti s nízkým řádem základu. Chyba tohoto řešení je vyhodnocena. Pokud nedosáhne předepsané přesnosti, upraví se s cílem dosáhnout požadované řešení a s minimálním úsilím. Například, mohli bychom se pokusit snížit diskretizační chybu na její požadovanou úroveň pomocí nejmenších stupňů volnosti. Zatímco adaptivní metody konečných prvků jsou studovány už řadu let [53], [54], [55], překvapivě málo je známo o optimálních strategiích. [49]

Běžné adaptivní metody konečných prvků zkoumané k dnešnímu dni jsou [49]:

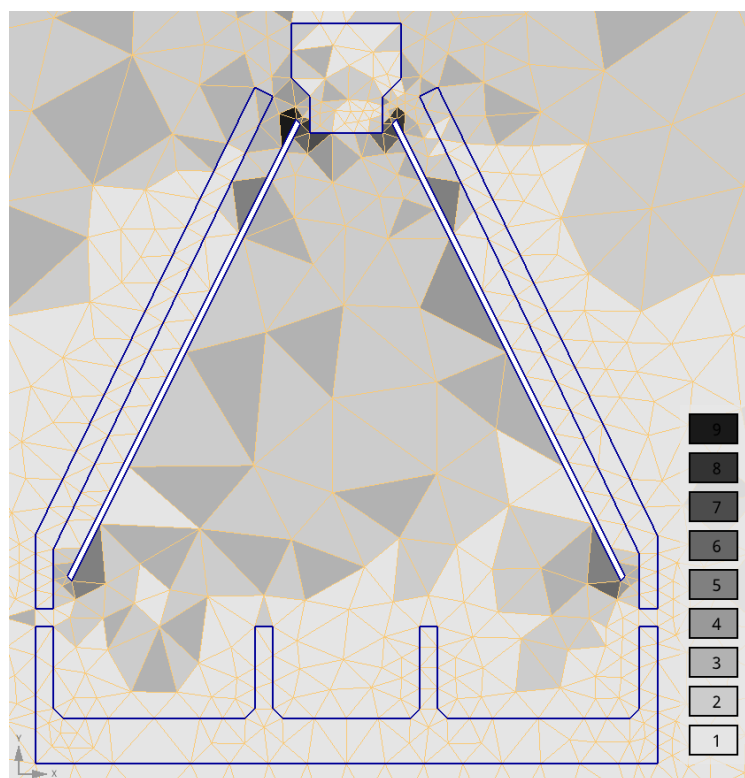
- **$r$ -adaptivita:** přemístění nebo přesunutí diskretizační sítě
- **$h$ -adaptivita:** zjemnění nebo zdrsňení diskretizační sítě
- **$p$ -adaptivita:** zvyšování polynomiálního stupně aproximační funkce na elementech, ale nemění se jejich velikost
- **$hp$ -adaptivita:** kombinace výše uvedené  $h$ -adaptivity a  $p$ -adaptivity

Tyto strategie (metody) mohou být použity jednotlivě nebo v kombinaci. Lze se domnívat, že  $r$ -adaptivita sama o sobě obvykle není schopna nalézt řešení s přesně stanovenou přesností. Pokud je síť příliš hrubá, může se stát, že je pak nemožné dosáhnout vysokého stupně přesnosti bez přidání dalších elementů nebo změny základů (stupně polynomu).  $R$ -adaptivita je užitečnější při přechodných problémech, kde se elementy pohybují podle nějakého vyvíjejícího se jevu. Zdá se, že  $h$ -adaptivita je nejoblíbenější [53], [54]. Může zvýšit míru konvergence, zejména pokud jsou přítomny singularity. V jistém smyslu je však robustnější  $p$ -adaptivita. Je možné dosáhnout exponenciální konvergenční míry, pokud jsou řešení hladká [55]. Avšak k nejvyšším rychlostem exponenciální míry konvergence řešení dochází při  $p$ -adaptivitě v kombinaci s  $h$ -adaptivitou, když jsou přítomny singularity [55]. Použití  $p$ -adaptivity je nejpřirozenější s hierarchickým základem, poněvadž části tuhosti a hmotnostních matic a vektoru zatížení zůstanou nezměněny při zvyšování polynomiálního stupně základny. [49]

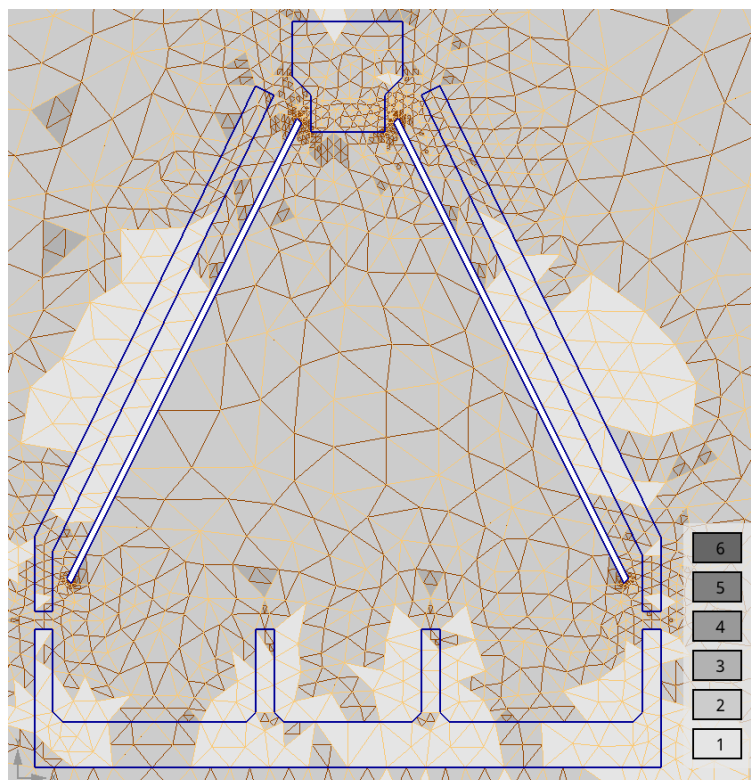


Obrázek 5.6: Ukázka zjemnění diskretizační sítě pomocí  $h$ -adaptivity





Obrázek 5.7: Ukázka zvyšování stupně polynomu pomocí  $p$ -adaptivity

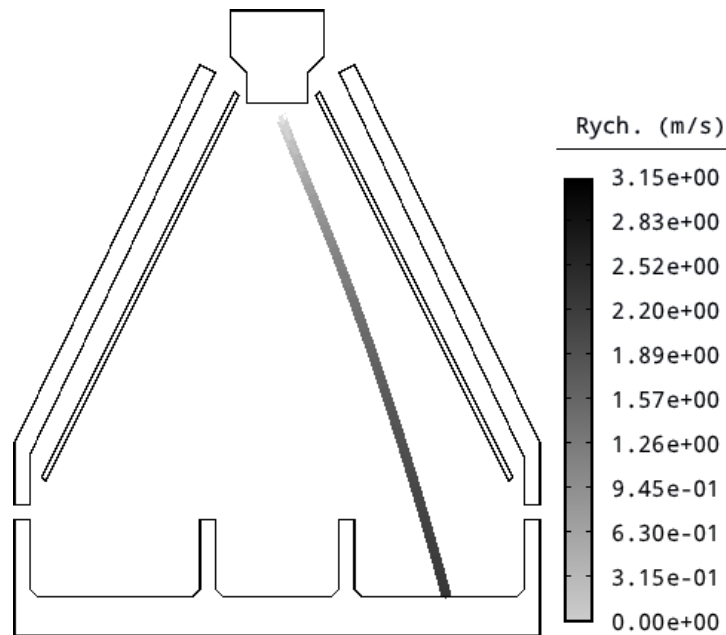


Obrázek 5.8: Ukázka zjemnění diskretizační sítě a zvyšování polynomiálního stupně pomocí  $hp$ -adaptivity

### 5.2.2 Výpočet trajektorie částic

Podstatou této druhé části řešeného numerického modelu je vypočítat trajektorii částic a najít průměrnou hodnotu elektrického náboje, na který musí být částice nabity pro jejich účinné vychylování a korektní separaci do správného kolektoru. Částice jsou reprezentovány plastovým materiálem HDPE (high-density polyethylene). Uspořádání je uvažováno rovinné a úkolem je najít odpovídající velikost elektrického náboje  $Q$ , na který musí být nabity jednotlivé částice. Předpokládá se, že částice jsou kulaté s průměrem  $d$  v rozmezí 3 – 4 mm. Hustota HDPE je  $\rho = 950 \text{ kg/m}^3$ . Koeficient tření pro kouli (vyskytující se v rovnici (5.6)) se předpokládá  $c = 0,47$ . [22]

Obrázek 5.9 ukazuje vypočtené teoretické trajektorie HDPE částic. Na obrázku je zobrazen výpočet trajektorie částic s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,9 \text{ nC}$ . Z obrázku je také zřejmé, že částice padají do kolektoru rychlostí  $v = 3,15 \text{ m/s}$  (mění se rychlost je označena několika odstíny šedé barvy). Na základě provedených simulací a výsledku výpočtu trajektorií s trasováním částic byl ukázán velký potenciál této technologie a zároveň určena potřebná průměrná hodnota elektrického náboje  $Q = -0,9 \text{ nC}$  pro účinné vychylování a korektní separaci částic do správného kolektoru. [22]



Obrázek 5.9: Vypočtené teoretické trajektorie částic s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,9 \text{ nC}$

## Metody Runge-Kutta

V numerické analýze jsou metody Runge-Kutta skupina implicitních a explicitních iteračních metod, mezi něž patří dobře známý postup nazvaný Eulerova metoda, jež je používána v časové diskretizaci pro přibližná řešení obyčejných diferenciálních rovnic. Tyto metody byly vyvinuty kolem roku 1900 německými matematiky C. Runge a M. W. Kutta. [42], [48]

### Metoda Runge-Kutta

Nejvíce známý člen skupiny Runge-Kutta je obecně označován jako RK4, klasická metoda Runge-Kutta nebo jednoduše jen jako metoda Runge-Kutta. [48]

Počáteční hodnoty jsou určeny následujícím způsobem

$$\dot{y} = f(t, y), \quad y(t_0) = y_0, \quad (5.13)$$

kde  $y$  je neznámá skalární či vektorová funkce času  $t$ , která se aproximuje. Funkce  $\dot{y}$  říká, že rychlost, na které se  $y$  mění, je funkcí  $t$  a  $y$  samotného. V počáteční době  $t_0$  odpovídající  $y$  hodnota je  $y_0$ . Funkce  $f$  a data  $t_0$ ,  $y_0$  jsou stanoveny. [48]

Pro krok  $h > 0$  je definováno

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4), \quad (5.14)$$

$$t_{n+1} = t_n + h, \quad (5.15)$$

kde  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , používající

$$k_1 = h f(t_n, y_n), \quad (5.16)$$

$$k_2 = h f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_1\right), \quad (5.17)$$

$$k_3 = h f\left(t_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}k_2\right), \quad (5.18)$$

$$k_4 = h f(t_n + h, y_n + k_3). \quad (5.19)$$

Zde  $y_{n+1}$  je RK4 aproximace  $y(t_{n+1})$  a další hodnota ( $y_{n+1}$ ) je určena současnou hodnotou ( $y_n$ ) plus váženým průměrem čtyř přírůstků, přičemž každý přírůstek je součinem velikosti intervalu,  $h$ , a odhadovaného sklonu specifikovaného funkcí  $f$  na pravé straně diferenciální rovnice. [48]

- $k_1$  je přírůstek založený na sklonu na začátku intervalu pomocí  $y$  (Eulerova metoda)
- $k_2$  je přírůstek založený na sklonu ve středu intervalu pomocí  $y$  a  $k_1$
- $k_3$  je opět přírůstek založený na sklonu v polovině, ale nyní pomocí  $y$  a  $k_2$
- $k_4$  je přírůstek založený na sklonu na konci intervalu pomocí  $y$  a  $k_3$

Při průměrování čtyř přírůstků je větší váha dána přírůstkům ve středu. Pokud  $f$  je nezávislé na  $y$  tak, že diferenciální rovnice je ekvivalentní k jednoduchému integrálu, pak RK4 je Simpsonovo pravidlo. [43], [48]

Metoda RK4 je metoda čtvrtého řádu, což znamená, že lokální chyba metody (chyba způsobená jednou iterací) je v pořadí  $O(h^5)$ , zatímco celková nahromaděná chyba je v pořadí  $O(h^4)$ . [48]

### Explicitní metoda Runge-Kutta

Rodina explicitních metod Runge-Kutta je zobecnění výše uvedené metody RK4. To je dáno

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i, \quad (5.20)$$

kde

$$k_1 = h f(t_n, y_n), \quad (5.21)$$

$$k_2 = h f(t_n + c_2 h, y_n + h(a_{21} k_1)), \quad (5.22)$$

$$k_3 = h f(t_n + c_3 h, y_n + h(a_{31} k_1 + a_{32} k_2)), \quad (5.23)$$

⋮

$$k_s = h f(t_n + c_s h, y_n + h(a_{s1} k_1 + a_{s2} k_2 + \dots + a_{s,s-1} k_{s-1})). \quad (5.24)$$

Pro určení konkrétní metody je třeba zadat celé číslo  $s$  (počet stupňů) a koeficienty  $a_{ij}$  (pro  $1 \leq j < i \leq s$ ),  $b_i$  (pro  $i = 1, 2, \dots, s$ ) a  $c_i$  (pro  $i = 2, 3, \dots, s$ ). Matice  $[a_{ij}]$  se nazývá Runge-Kutta matice, zatímco  $b_i$  a  $c_i$  jsou známy jako váhy a uzly [44]. Tato data jsou obvykle uspořádána v mnemotechnické pomůcce, známé jako Butcherova tabulka (po J. C. Butcherovi) [48]:

Tabulka 5.1: Butcherova tabulka [48]

0					
$c_2$	$a_{21}$				
$c_3$	$a_{31}$	$a_{32}$			
⋮	⋮		⋱		
$c_s$	$a_{s1}$	$a_{s2}$	⋯	$a_{s,s-1}$	
	$b_1$	$b_2$	⋯	$b_{s-1}$	$b_s$

Metoda Runge-Kutta je konzistentní, pokud

$$\sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} = c_i, \quad i = 2, \dots, s. \quad (5.25)$$

Existují také doprovodné požadavky, pokud požadujeme, aby metoda měla určité pořadí  $p$ , což znamená, že lokální chyba zkrácení je  $O(h^{p+1})$ . Ty lze odvodit z definice samotné chyby zkrácení. Například dvoufázová metoda má pořadí 2, jestliže  $b_1 + b_2 = 1$ ,  $b_2 c_2 = 1/2$  a  $a_{21} = c_2$ . [44], [48]

Obecně platí, jestliže explicitní  $s$ -stupňová Runge-Kutta metoda má pořadí  $p$ , pak lze prokázat, že počet stupňů musí splňovat  $s \geq p$  a pokud  $p \geq 5$ , pak  $s \geq p + 1$  [45]. Nicméně není známo, zda jsou tyto hranice striktně dodržovány ve všech případech. Například všechny známé metody pořadí 8 mají alespoň 11 stupňů, i když je možné, že existují i metody s méně stupni. (Hranice výše naznačuje, že by mohla existovat metoda s 9 etapami, ale také by mohlo být, že hranice není jednoduše dodržována.) Toto je vskutku otevřený problém, jaký je přesný minimální počet stupňů  $s$  pro explicitní Runge-Kutta metodu, aby měla pořadí  $p$  v těch případech, kde nebyly objeveny žádné metody, které uspokojují výše uvedené hranice s rovností. Některé známé hodnoty jsou [45], [48]:

Tabulka 5.2: Hranice [45], [48]

$p$	1	2	3	4	5	6	7	8
min $s$	1	2	3	4	6	7	9	11

Prokazatelné hranice výše naznačují, že nemůžeme najít metody pořadí  $p = 1, 2, \dots, 6$ , které vyžadují méně stupňů než metody, které již známe pro tato pořadí. Je však myslitelné, že bychom mohli najít metodu pořadí  $p = 7$ , která má pouze 8 stupňů, zatímco ty jediné známé dnes mají alespoň 9 stupňů, jak je uvedeno v tabulce 5.2. [48]

*Příklad:* Metoda RK4 spadá do tohoto rámce. Jeho Butcherova tabulka je [43], [48]:

Tabulka 5.3: Butcherova tabulka metody RK4 [43], [48]

0				
1/2	1/2			
1/2	0	1/2		
1	0	0	1	
	1/6	1/3	1/3	1/6

### Adaptivní metody Runge-Kutta

Adaptivní metody jsou navrženy tak, aby vytvořily odhad místní chyby zkrácení z jediného kroku Runge-Kutta. To je provedeno dvěma metodami v tabulce, jedna s pořadím  $p$  a jedna s pořadím  $p - 1$ . [48]

Krok nižšího řádu je dán

$$y_{n+1}^* = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i^* k_i, \quad (5.26)$$

kde  $k_i$  jsou stejné jako pro metodu vyššího řádu. Pak chyba je

$$e_{n+1} = y_{n+1} - y_{n+1}^* = h \sum_{i=1}^s (b_i - b_i^*) k_i, \quad (5.27)$$

kteřá je  $O(h^p)$ . Odhad chyby se používá ke kontrole velikosti kroku. Butcherova tabulka pro tento druh metody je rozšířena tak, aby poskytla hodnoty  $b_i^*$ . [48]

Tabulka 5.4: Butcherova tabulka rozšířená o hodnoty  $b_i^*$  [48]

0					
$c_2$	$a_{21}$				
$c_3$	$a_{31}$	$a_{32}$			
$\vdots$	$\vdots$		$\ddots$		
$c_s$	$a_{s1}$	$a_{s2}$	$\dots$	$a_{s,s-1}$	
	$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_{s-1}$	$b_s$
	$b_1^*$	$b_2^*$	$\dots$	$b_{s-1}^*$	$b_s^*$

Jakákoli metoda Runge-Kutta je jednoznačně identifikována její Butcherovo tabulkou. Metoda Runge-Kutta-Fehlberg má dvě metody řádu 4 a 5. Její rozšířená Butcherova tabulka je [47], [48]:

Tabulka 5.5: Butcherova tabulka pro metodu Runge-Kutta-Fehlberg [47], [48]

0						
1/4	1/4					
3/8	3/32	9/32				
12/13	1932/2197	-7200/2197	7296/2197			
1	439/216	-8	3680/513	-845/4104		
1/2	-8/27	2	-3544/2565	1859/4104	-11/40	
	25/216	0	1408/2565	2197/4104	-1/5	0
	16/135	0	6656/12825	28561/56430	-9/50	2/55

První řádek koeficientů ve spodní části tabulky 5.5 udává přesnou metodu čtvrtého řádu a druhý řádek udává přesnou metodu pátého řádu. [48]

### Implicitní metody Runge-Kutta

Všechny metody Runge-Kutta dosud zmíněné jsou explicitními metodami. Explicitní metody Runge-Kutta jsou obecně nevhodné pro řešení tuhých (stiff) rovnic, protože jejich oblast absolutní stability je malá; obzvlášť je-li ohraničena [43]. Tento problém je především důležitý při řešení částečných diferenciálních rovnic. [48]

Nestabilita explicitních metod Runge-Kutta motivuje vývoj implicitních metod. Implicitní metoda Runge-Kutta je vyjádřena v podobě [44], [48]

$$y_{n+1} = y_n + h \sum_{i=1}^s b_i k_i, \quad (5.28)$$

kde

$$k_i = f \left( t_n + c_i h, y_n + h \sum_{j=1}^s a_{ij} k_j \right), \quad i = 1, \dots, s. \quad (5.29)$$

Rozdíl mezi implicitní a explicitní metodou spočívá v tom, že u explicitní metody jde suma přes hodnotu  $j$  jen do hodnoty  $i - 1$ . To se také projevuje v Butcherovo tabulce tím, že matice koeficientů  $a_{ij}$  explicitní metody je snižující se trojúhelníková. U implicitní metody jde suma přes hodnotu  $j$  až k hodnotě  $s$  a matice koeficientů není trojúhelníková, což dává Butcherovo tabulku v této formě. [43], [48]

Tabulka 5.6: Butcherova tabulka pro implicitní metodu Runge-Kutta [43], [48]

$c_1$	$a_{11}$	$a_{12}$	$\dots$	$a_{1s}$
$c_2$	$a_{21}$	$a_{22}$	$\dots$	$a_{2s}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$
$c_s$	$a_{s1}$	$a_{s2}$	$\dots$	$a_{ss}$
	$b_1$	$b_2$	$\dots$	$b_s$
	$b_1^*$	$b_2^*$	$\dots$	$b_s^*$

Důsledkem tohoto rozdílu je, že v každém kroku musí být vyřešen systém algebraických rovnic, což poté značně zvyšuje výpočetní náklady. Pokud nějaká metoda s  $s$  stupni je používána k vyřešení diferenciální rovnice s  $m$  komponenty, pak systém algebraických rovnic má  $ms$  komponenty. To může být v kontrastu s implicitními lineárními víceúrovňovými metodami (jiná velká skupina metod pro obyčejné diferenciální rovnice): implicitní  $s$ -kroková lineární víceúrovňová metoda musí vyřešit systém algebraických rovnic pouze s  $m$  komponenty, takže velikost systému se nezvyšuje tak, jak se zvyšuje počet kroků. [43], [48]

# 6

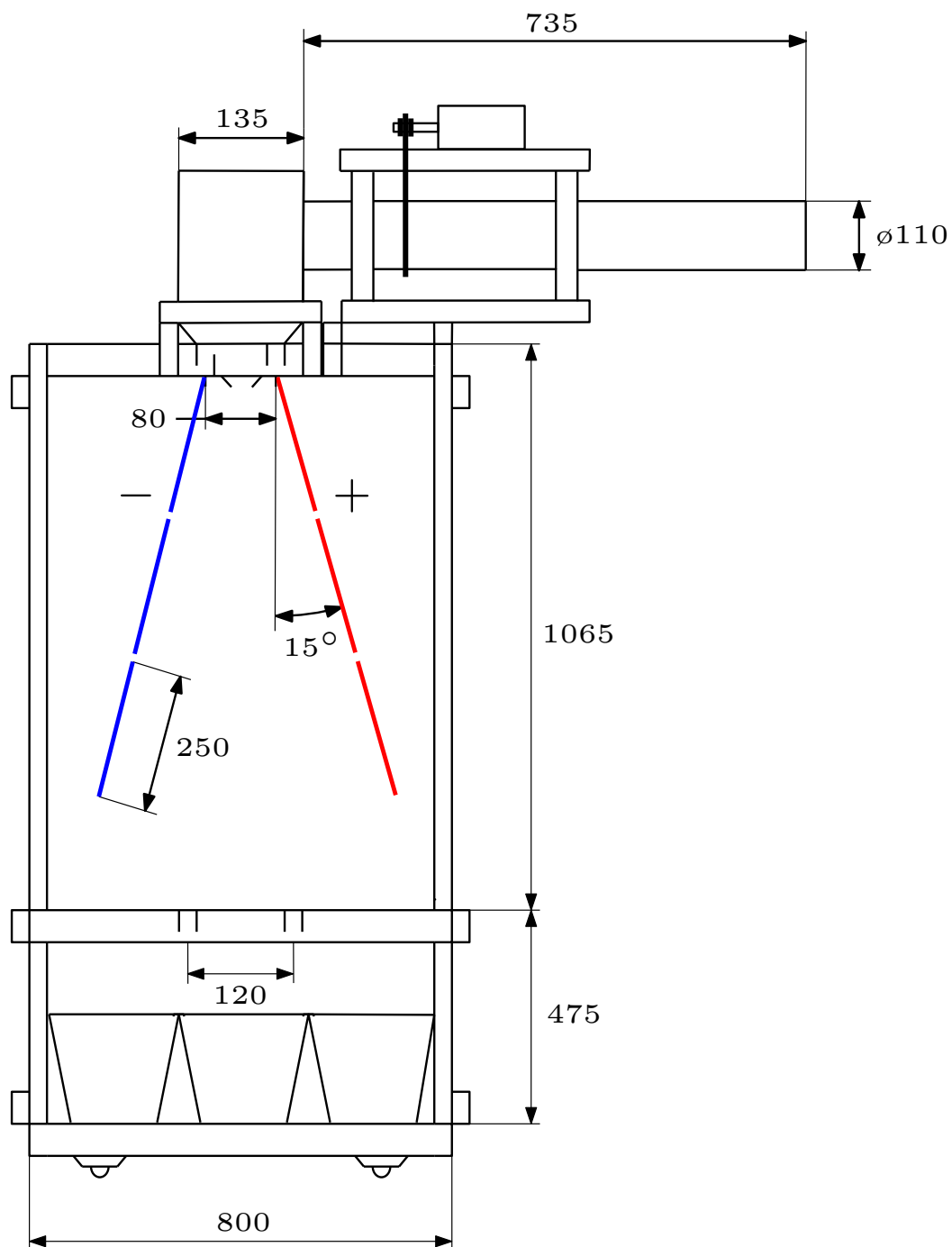
## Jednostupňový elektrostatický separátor

### 6.1 Experimentální zařízení a jeho konstrukce

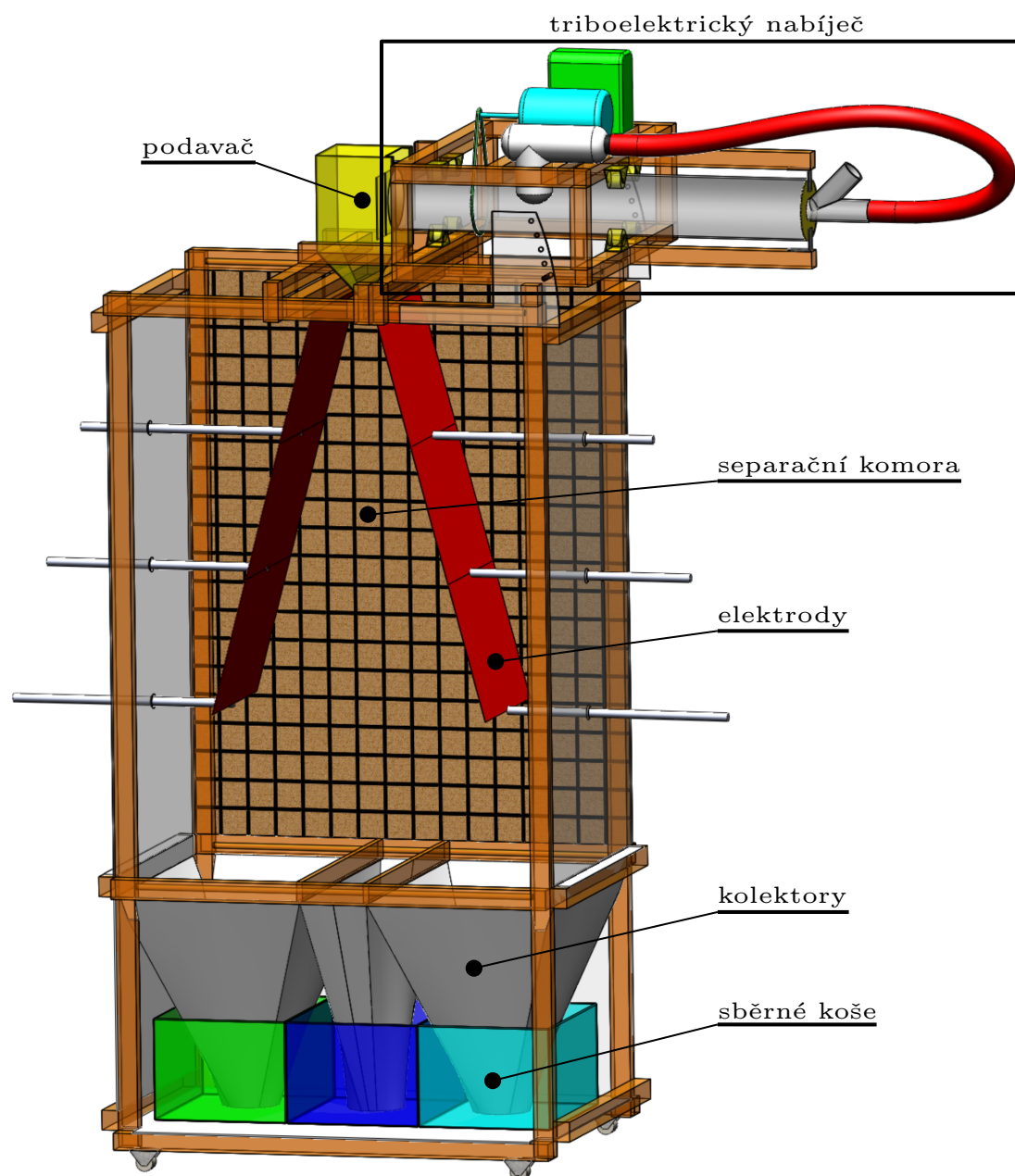
Pro účely této práce byl na základě výše uvedeného řešeného numerického modelu postaven prototyp experimentálního zařízení v laboratoři Katedry teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. Základní princip a funkce jednotlivých prvků tohoto free-fall elektrostatického separátoru byl vysvětlen již výše (viz kapitola 4 a obrázek 4.1). Základní rozměry tohoto experimentálního zařízení jsou znázorněny na obrázku 6.1, jeho podoba a uspořádání jsou pak znázorněny ve formě 3D konstrukčního modelu na obrázku 6.2.

S výjimkou elektrod jsou hlavní konstrukční části vyrobeny z nevodivých materiálů. Každá hliníková elektroda se skládá ze čtyř částí, které mohou být nakloněny pod různými úhly, takto je možné měnit rozložení elektrického pole v komoře s vysokou mírou variability. Na dně separátoru jsou tři kolektory a následně tři sběrné koše. Triboelektrický nabíječ částic se skládá z vysokorychlostního asynchronního pohonu s frekvenčním měničem a polypropylenové nabíjecí trubky, která je spojena s pohonem pomocí plastového hnacího řemenu. Nabíjecí trubka je vysoušena horkovzdušným ventilátorem, který je k ní připojen ohebnou plastovou trubicou (tzv. „husím krkem“). [26], [40]

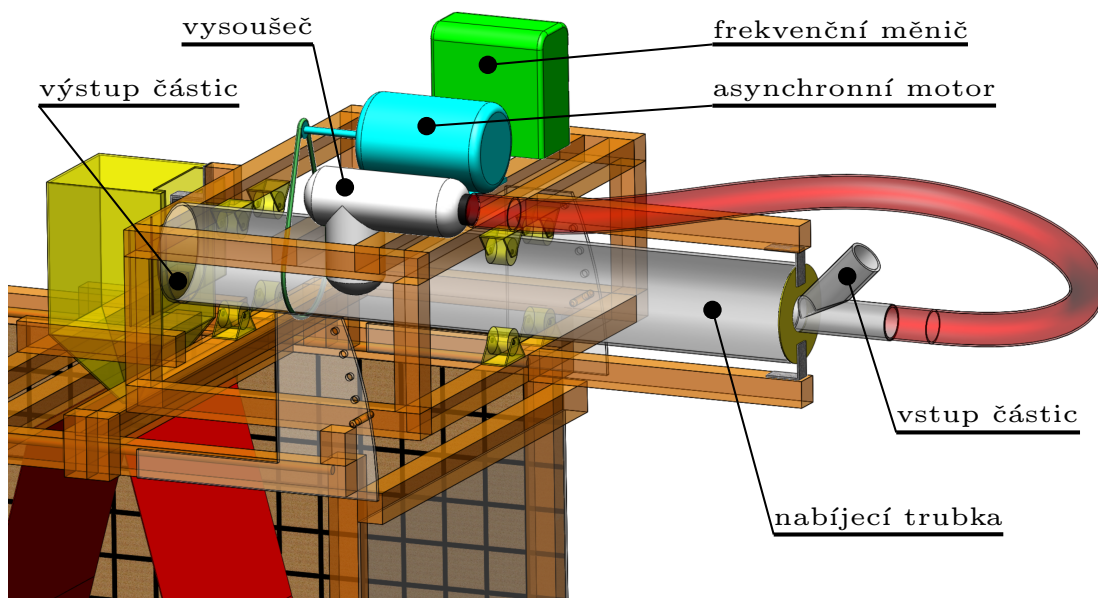




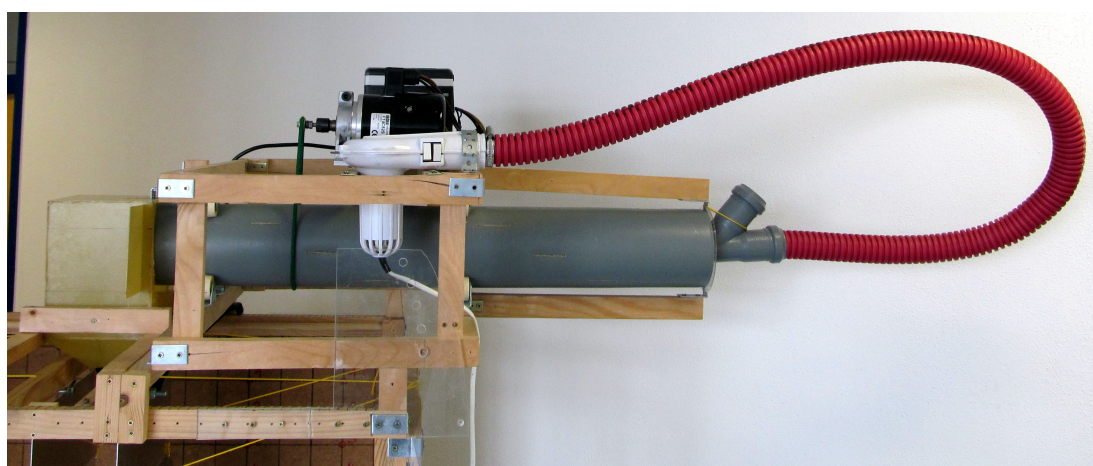
Obrázek 6.1: Základní rozměry experimentálního jednostupňového separátoru [26]



Obrázek 6.2: Uspořádání a 3D model konstrukce experimentálního zařízení jed-  
nostupňového free-fall elektrostatického separátoru



Obrázek 6.3: Detail uspořádání a 3D model konstrukce triboelektrického nabíječe



Obrázek 6.4: Detailní pohled na triboelektrický nabíječ



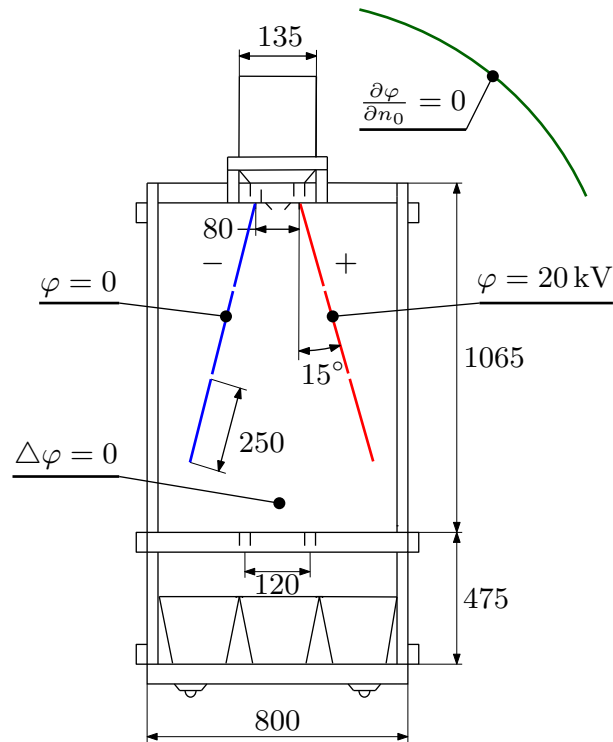
Obrázek 6.5: Pohled na celé experimentální zařízení jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru

## 6.2 Zpětně modifikovaný řešený numerický model

Následně po vytvoření výše uvedeného experimentálního zařízení free-fall elektrostatického separátoru byl zpětně modifikován řešený numerický model z kapitoly 5, který tak nyní má shodné rozměry a ostatní parametry s experimentálním zařízením. Řešení zpětně modifikovaného řešeného numerického modelu bylo opět rozděleno do dvou částí.

### 6.2.1 Model elektrického pole

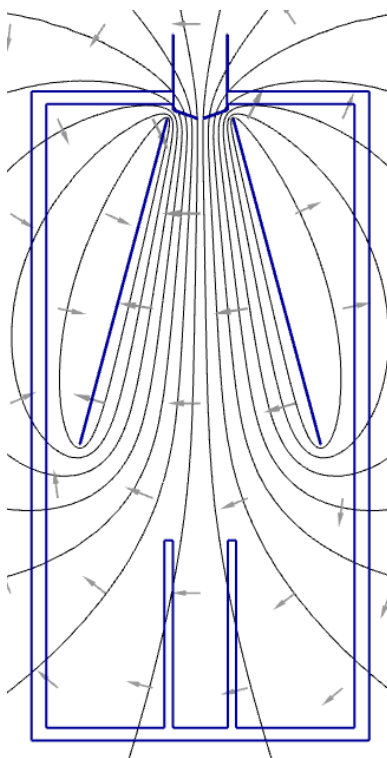
Obrázek 6.6 znázorňuje zpětně modifikovaný řešený numerický model se skutečnými rozměry a parametry experimentálního zařízení a jeho definiční oblast. Okrajové podmínky jsou dány známými hodnotami elektrického potenciálu na elektrodách (tzv. Dirichletovy okrajové podmínky), kdy jedna elektroda je uzemněna ( $\varphi = 0$ ) a na druhé elektrodě je napětí ( $\varphi = 20$  kV). Nulová Neumannova podmínka ( $\frac{\partial \varphi}{\partial n_0} = 0$ ) je pak podél vnější fiktivní definiční hranice umístěna v dostatečné vzdálenosti od zařízení. [22]



Obrázek 6.6: Rozměry a definiční oblast řešeného numerického modelu

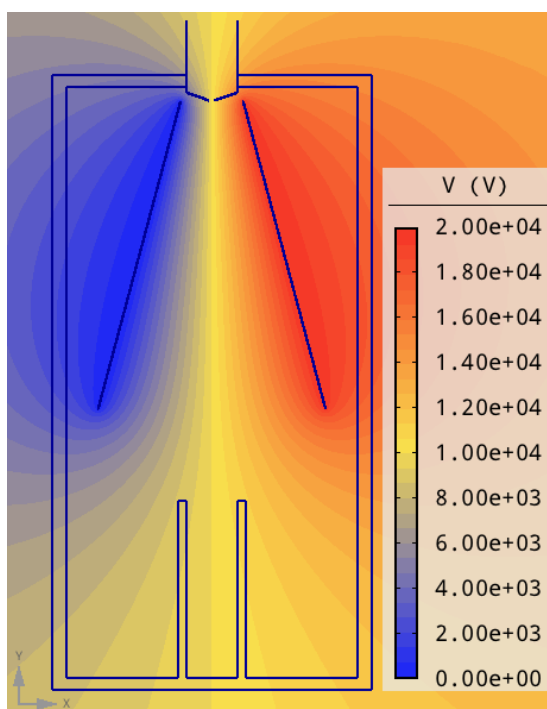


Po vyřešení této první části zpětně modifikovaného řešeného numerického modelu lze vyšetřit elektrostatické pole. V první řadě je v mnoha případech užitečné znázornit rozložení elektrického pole v systému. K tomu lze použít mimo jiné tzv. ekvipotenciální čáry elektrického pole, což jsou místa konstantních hodnot elektrického potenciálu. Pro ilustraci o rozložení elektrostatického pole v daném zařízení, ukazuje obrázek 6.7 ekvipotenciální čáry a vektory elektrostatického pole znázorňující gradient tohoto pole v systému. Z obrázku 6.7 je možno názorně vidět kolmost ekvipotenciálních čar na linie vektorů elektrického pole a také, že k největším změnám v elektrickém potenciálu dochází uvnitř zařízení. [22]

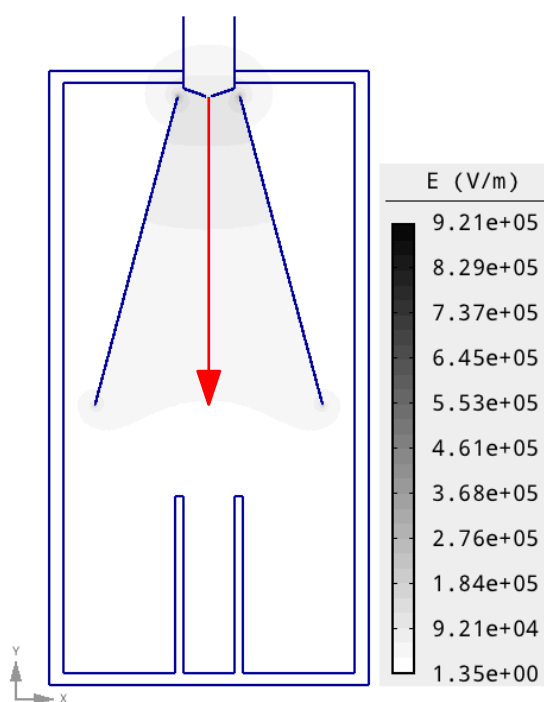


Obrázek 6.7: Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole

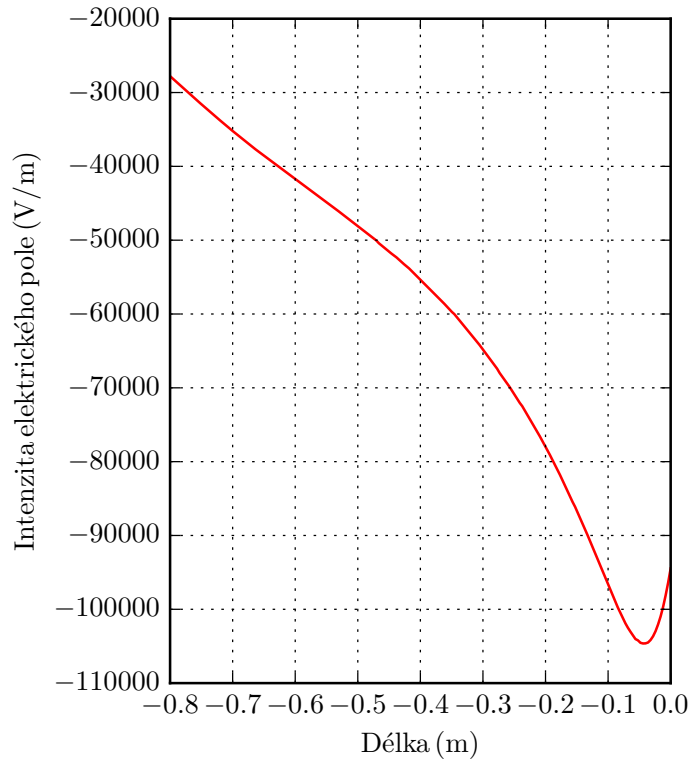
Rozložení skalárního elektrického potenciálu je zobrazeno na obrázku 6.8. Rozložení intenzity elektrického pole je znázorněno na obrázku 6.9, kde je možno vidět, že energie pole je správně soustředěna mezi elektrodami separátoru. Z čehož lze následně předpokládat i korektní vychylování částic. [22]



Obrázek 6.8: Rozložení skalárního elektrického potenciálu



Obrázek 6.9: Rozložení intenzity elektrického pole (červená šipka uprostřed představuje délku úsečky v ose  $y$  vedenou mezi elektrodami separátoru od počátku elektrod až na konec elektrod, na níž je poté níže v obrázku 6.10 vyjádřena závislost horizontální složky intenzity elektrického pole)



Obrázek 6.10: Závislost horizontální složky intenzity elektrického pole na délce úsečky vedené mezi elektrodami jednostupňového separátoru v ose  $y$  od počátku elektrod na konec elektrod (viz červená šipka znázorněná v obrázku 6.9)

Výše uvedený graf (viz obrázek 6.10) znázorňuje závislost horizontální složky intenzity elektrického pole v ose  $y$  elektrodového systému jednostupňového free-fall elektrostatičkého separátoru. Pokud se padající částice nachází v délce 0,4 m, lze z grafu odečíst intenzitu elektrického pole  $E_x = -55000$  V/m.

V tomto případě na částici nesoucí průměrný elektrický náboj  $Q = -0,55$  nC (viz níže uvedený výpočet trajektorie částic) působí tato Coulombova síla

$$F_{e,x} = QE_x = 0,303 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad (6.1)$$

a zároveň také gravitační síla

$$F_{g,y} = mg_0 = 2,305 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad (6.2)$$

kde  $m = 2,35 \cdot 10^{-5}$  kg je hmotnost částice a  $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup> představuje gravitační zrychlení.

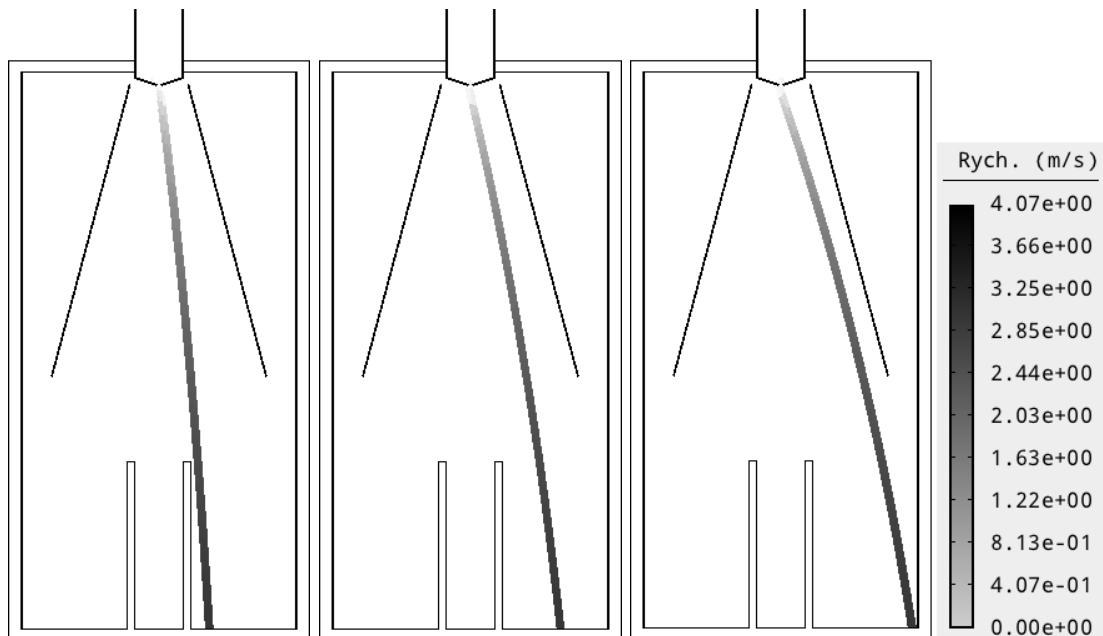
Přičemž při celkové síle působící na částici (viz matematický model v kapitole 5) je uvažován ještě aerodynamický odpor, který však již pouze zpomaluje rychlost padající částice a zde pro tuto pouhou ukázkou správného předpokladu vychylování částic jej lze zanedbat.



## 6.2.2 Výpočet trajektorie částic

Podstatou této druhé části zpětně modifikovaného řešeného numerického modelu je vypočítat trajektorii částic a najít průměrnou hodnotu elektrického náboje, na který musí být částice nabitý pro jejich účinné vychylování a korektní separaci do správného kolektoru. Částice jsou reprezentovány plastovým materiálem HDPE (high-density polyethylene). Uspořádání je uvažováno rovinné a úkolem je najít odpovídající velikost elektrického náboje  $Q$ , na který musí být nabitý jednotlivé částice. Předpokládá se, že částice jsou kulaté s průměrem  $d$  v rozmezí 3 – 4 mm. Hustota HDPE je  $\rho = 950 \text{ kg/m}^3$ . Koeficient tření pro kouli (vyskytující se v rovnici (5.6)) se předpokládá  $c = 0,47$ . [22]

Obrázek 6.11 ukazuje vypočtené teoretické trajektorie HDPE částic. Vlevo na obrázku je zobrazen výpočet trajektorie částic s hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,3 \text{ nC}$ , uprostřed s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,55 \text{ nC}$  a vpravo s druhým hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,8 \text{ nC}$ . Z obrázku je také zřejmé, že částice padají do kolektoru rychlostí  $v = 4,07 \text{ m/s}$  (mění se rychlost je označena několika odstíny šedé barvy). Na základě provedených simulací a těchto výsledků výpočtů trajektorií s trasováním částic byl ukázán velký potenciál této technologie a zároveň určen potřebný rozsah elektrického náboje  $Q = -(0,3 - 0,8) \text{ nC}$  a průměrná hodnota elektrického náboje  $Q = -0,55 \text{ nC}$  pro účinné vychylování a korektní separaci částic do správného kolektoru. [22]



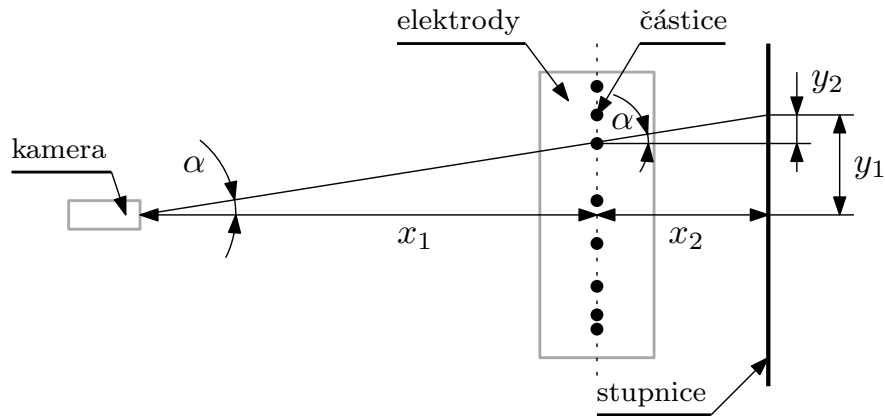
Obrázek 6.11: Vypočtené teoretické trajektorie částic (zleva): s hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,3 \text{ nC}$ , s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,55 \text{ nC}$  a s druhým hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,8 \text{ nC}$

## 6.3 Experimenty uskutečněné na jednostupňovém free-fall elektrostatičkém separátoru

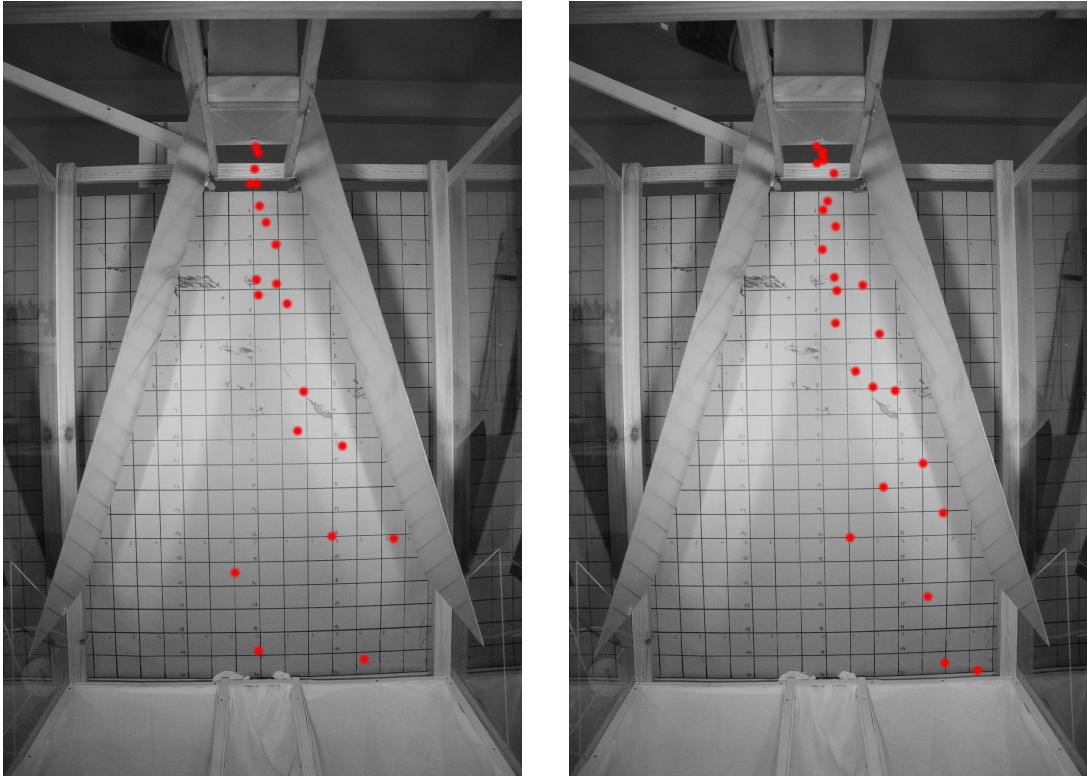
### 6.3.1 Experimentální ověření technologie

Experiment byl proveden s 50g vzorkem HDPE částic. Střední průměr částice byl 3,428 mm a její průměrná hmotnost 25 mg. Částice byly nabíjeny po dobu 120 s v plastové trubce (nabíječi) otáčející se rychlostí 300 ot./min. Mezi elektrodami bylo napětí 20 kV. Úkolem tohoto experimentu je najít trajektorie částic, vyhodnotit účinnost separace a ověřit tak technologii a proces separace na experimentálním zařízení free-fall elektrostatičkého separátoru na základě předem provedených simulací při numerickém modelování problému vychylování částic v elektrostatičkém poli (viz kapitola 6.2). [22]

Během tohoto experimentu byl pohyb nabitých částic v systému elektrod zaznamenán vysokorychlostní kamerou Basler acA2000-340km. Pozice částic byly následně zpracované použitím čtvercové mřížky. Vzdálenost mezi sousedními uzly v mřížce byla 5 cm. Obrázek 6.13 znázorňuje příklad výstupu z kamery s vyznačenými částicemi. Nepřesnosti způsobené statickou pozicí kamery byly korigovány v následném zpracování výsledků na počítači. Systém korekce částic ilustruje obrázek 6.12. [22]



Obrázek 6.12: Korekce kamerového záznamu pro trajektorie částic [22]



Obrázek 6.13: Snímky experimentálního zařízení během experimentu (nabité částice jsou označeny červenými tečkami) [22]

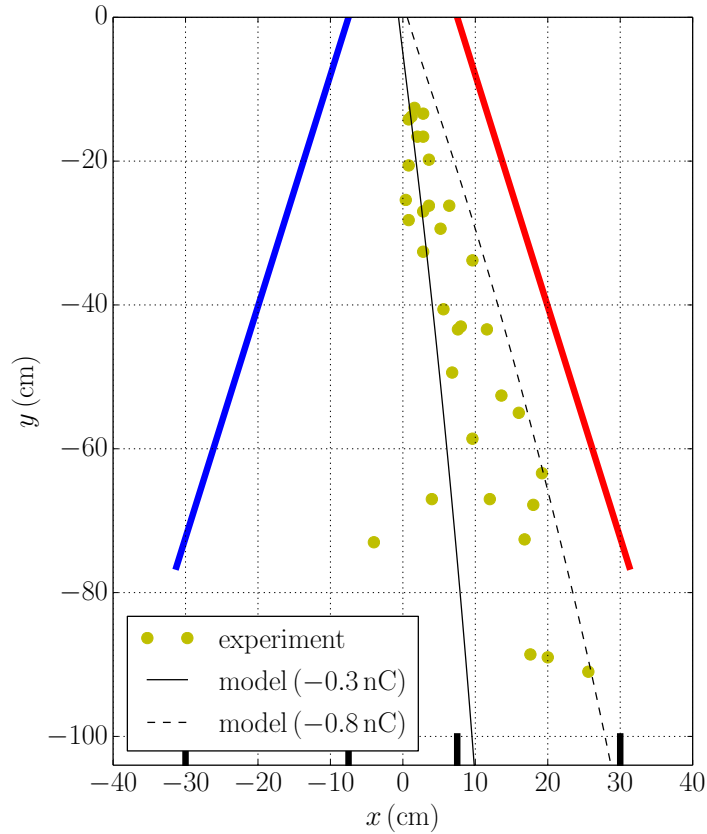
Na konci experimentu bylo vyhodnoceno množství částic, které spadly do jednotlivých košů (kolektorů). Množství částic je uvedeno v tabulce 6.1.

Tabulka 6.1: Množství částic v jednotlivých koších [22]

Sběrné koše	Levý koš	Střední koš	Pravý koš
Hmotnost částic [g]	1	7	42
Účinnost separace [%]	2	14	84

Výsledky ukazují, že 84 % částic bylo úspěšně roztříděno do správných košů.

Obrázek 6.14 ukazuje srovnání výsledků teoreticky vypočtených trajektorií pro hraniční elektrické náboje  $Q = -0,3 \text{ nC}$  a  $Q = -0,8 \text{ nC}$  získané z řešeného numerického modelu (viz obrázek 6.11, kapitola 6.2) a výsledků skutečně naměřených (již zkorigovaných) získaných z experimentu. Plná čára vlevo a přerušovaná čára vpravo ohraničují oblast, ve které se částice musí nacházet pro úspěšný proces elektrostatické separace. Je zřejmé, že částice uvnitř triboelektrického nabíječe musí být nabitý na průměrný elektrický náboj  $Q = -0,55 \text{ nC}$  nebo alespoň v rozsahu o velikosti  $Q = -(0,3 - 0,8) \text{ nC}$ , což vlastně odpovídá výsledkům získaných z řešeného numerického modelu. Tímto porovnáním numericky vypočtených a skutečně naměřených výsledků došlo k ověření a zároveň i potvrzení správné funkčnosti experimentálního zařízení. [22]



Obrázek 6.14: Porovnání vypočtených a naměřených výsledků [22]

Popsaný způsob separace se tedy jeví být jako perspektivní pro recyklaci plastových materiálů. Výsledná účinnost zařízení pro jeden typ částic je 84 %. Následující experiment by měl být rozšířen i na jiné typy plastových částic a zaměřen na separaci již určité plastové směsi. [22]

### 6.3.2 Experimentální separace směsi plastových částic

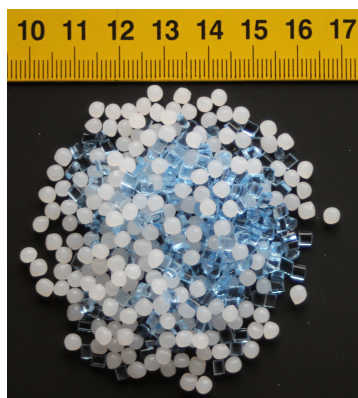
Po experimentu na ověření technologie free-fall elektrostatického separátoru byly provedeny také očekávané experimenty na separaci již určité směsi plastových částic. Vzorky plastů byly reprezentovány HDPE (high-density polyethylene) částicemi a PMMA (polymethyl methacrylate) částicemi. Základní parametry použitých vzorků pro separaci jsou uvedeny v tabulce 6.2. Úkolem experimentu bylo najít trajektorie částic a vyhodnotit účinnost a také čistotu separace pro případ free-fall triboelektrického separátoru. [26]

Tabulka 6.2: Parametry částic použitého plastového vzorku směsi [26]

Materiál	Hustota [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]	Průměrná hmotnost [g]	Střední průměr [mm]
HDPE	950	0,0236	3,62
PMMA	1190	0,0148	2,87

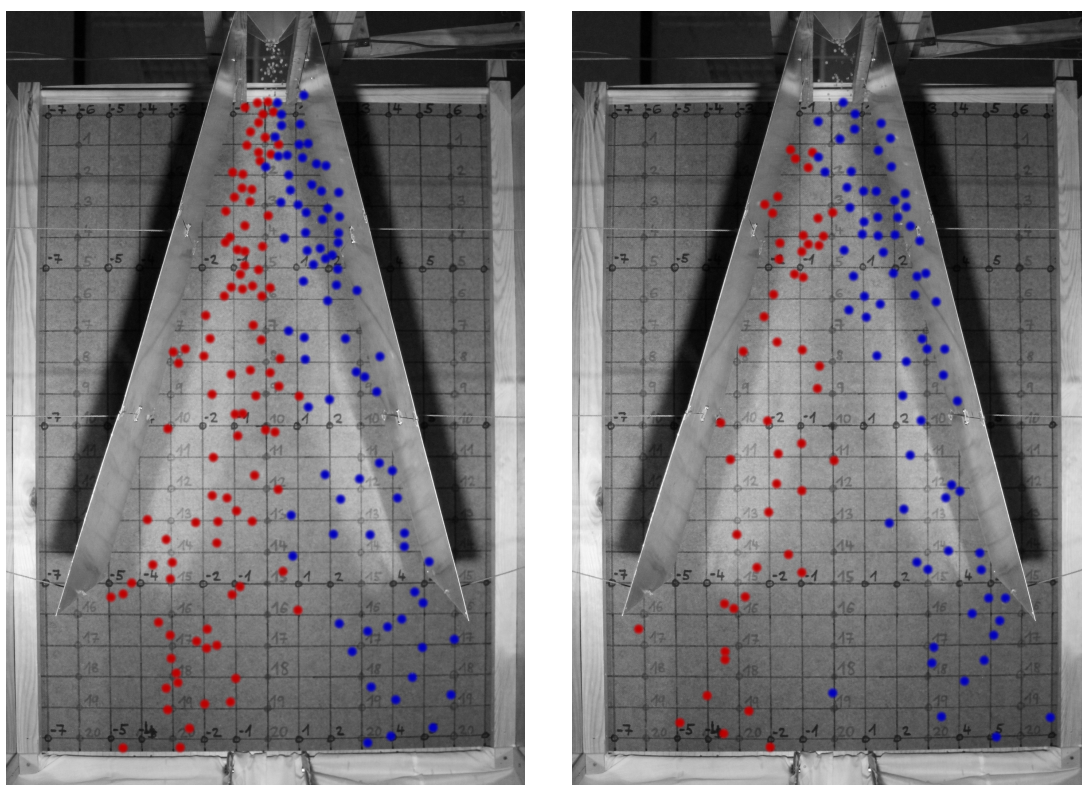
## KAPITOLA 6. JEDNOSTUPŇOVÝ ELEKTROSTATICKÝ SEPARÁTOR

Experiment byl proveden se 100 g směsí skládající se z 50 g HDPE částic a 50 g PMMA částic. Vzorek této směsi plastových částic je na obrázku 6.15. Částice byly nabíjeny po dobu 120 s v nabíjecí trubce otáčející se rychlostí 100 ot./min. Mezi elektrodami bylo napětí 20 kV. [26]



Obrázek 6.15: Vzorek plastových částic HDPE a PMMA [26]

Při experimentu byl pohyb částic v systému elektrod zaznamenáván vysokorychlostní kamerou a pozice částic byly následně zpracovány pomocí čtvercové mřížky. Kamera byla umístěna před experimentálním zařízením a mířila do středu elektrodového systému. Obrázek 6.16 ukazuje příklad naměřených pozic částic. Poziční zkruslení částic bylo korigováno na počítači (viz obrázek výše 6.12). [26]



Obrázek 6.16: Naměřené pozice částic v průběhu experimentu [26]

Při měření byly zaznamenávány teplota a vlhkost okolního prostředí a na konci byly vyhodnoceny výsledná účinnost a čistota separace (viz tabulka 6.3). [26]

Tabulka 6.3: Výsledky separace směsi skládající se z HDPE/PMMA částic [26]

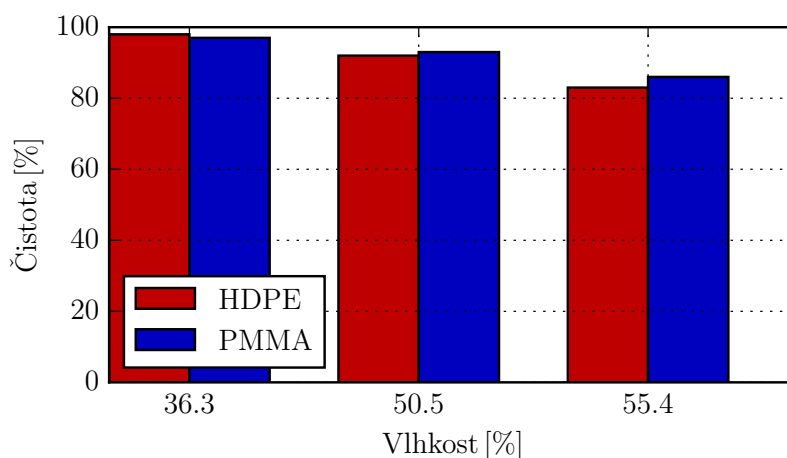
Materiál	Celková hmotnost [g]	Hmotnost HDPE [g]	Hmotnost PMMA [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
HDPE	46,45	45,42	1,03	98	91
PMMA	47,40	1,26	46,14	97	92

Tabulka 6.3 ukazuje, že až okolo 92 % částic úspěšně spadlo do odpovídajících košů. Čistota odseparovaných částic v recyklačních koších je až 98 %. Ve středním koši se nacházelo 6 g směsi. Během experimentu byl 1 g částic ztracen. [26]

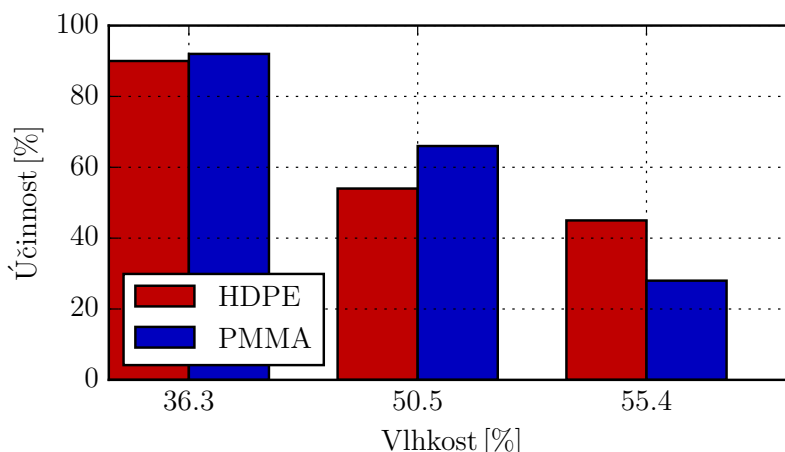
Dále byl také během této experimentální studie zkoumán vliv vlhkosti na vlastní separační proces. Z tohoto důvodu byly teplota a vlhkost okolního prostředí během experimentu monitorovány a vlhkost okolního prostředí uměle navýšena. Výsledky tohoto experimentu jsou pak patrné z tabulky 6.4, kde je názorně vidět, že se zvyšující se vlhkostí silně klesá účinnost separace. Avšak zajímavá je skutečnost, že zvyšující se vlhkost už tak silně neovlivňuje čistotu vlastní separace. Závislost čistoty separace na vlhkosti je znázorněna na obrázku 6.17 a závislost účinnosti separace na vlhkosti je zobrazena na obrázku 6.18.

Tabulka 6.4: Vliv vlhkosti na čistotu a účinnost separace [26]

Teplota [°C]	Vlhkost [%]	Čistota [%]	Účinnost [%]
25,4	36,3	98	92
29,7	50,5	93	60
27,5	55,4	85	36



Obrázek 6.17: Vliv vlhkosti na čistotu separace [26]



Obrázek 6.18: Vliv vlhkosti na účinnost separace [26]

V rámci vyřešení tohoto problému s vlhkostí a stabilizace výsledků separace se během experimentu zkusilo vysoušet nabíjecí trubku. Nabíjecí trubka byla před vlastním nabíjením částic vysušena horkovzdušným ventilátorem po dobu 120 s. Celkové výsledky účinnosti a čistoty následné separace jsou uvedeny v tabulce 6.5.

Tabulka 6.5: Celkové výsledky separace po vysoušení [26]

Teplota [°C]	Vlhkost [%]	Čistota [%]	Účinnost [%]
35,6	37,7	98	86

Pro ověření funkčnosti byla během experimentu provedena také jen separace nesmíchaných částic, tzn. zvlášť jen se 100 g HDPE částic a poté také zvlášť se 100 g PMMA částic. Tabulka 6.6 ukazuje množství částic v jednotlivých koších zvlášť pro experiment se 100 g HDPE částic a zvlášť pro experiment se 100 g PMMA částic. [26]

Tabulka 6.6: Výsledky experimentů s nesmíchanými 100 g HDPE částicemi a 100 g PMMA částicemi [26]

Materiál	Levý koš [g]	Střední koš [g]	Pravý koš [g]
HDPE	74,7	18,8	5,6
PMMA	2,85	6,19	83,61

Na závěr této experimentální studie lze říci, že popsáný způsob separace se jeví perspektivní pro recyklaci plastů. Experiment potvrzuje vysokou účinnost separačního procesu pro relativně velké částice (3 – 4 mm) a také nízké napětí elektrod (20 kV). Výsledná účinnost zařízení pro separaci HDPE a PMMA částic je okolo 90 % a čistota separace je téměř 100 %. [26]

### 6.3.3 Vliv teploty a vlhkosti na účinnost separace

Na základě zjištěné skutečnosti z výše uvedeného experimentu, že vlhkost ovlivňuje vlastní separační proces, byl proveden další experiment opět se 100 g směsi skládající se z 50 g HDPE částic a 50 g PMMA částic. Vždy na konci každé jednotlivé separace byla vyhodnocena účinnost a čistota separovaných částic. Napětí na elektrodách bylo 20 kV. Během experimentu byly zkoušeny různé rychlosti nabíječe (otáčející se trubky) a také různé nabíjecí časy pro nabíjení částic v nabíječi. Tabulka 6.7 ukazuje nejlepší výsledky experimentu, kde účinnost separace se pohybuje přibližně kolem 90 % a čistota separace kolem 97 %. [27], [28]

Tabulka 6.7: Výsledky separace směsi HDPE/PMMA [27], [28]

Parametry nabíječe		Levý koš (HDPE)			
Otáčky [ot./min]	Čas [s]	Hmotnost HDPE [g]	Hmotnost PMMA [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
100	120	45,42	1,03	97,8	90,8
100	180	45,33	0,31	99,3	90,7

Parametry nabíječe		Pravý koš (PMMA)			
Otáčky [ot./min]	Čas [s]	Hmotnost PMMA [g]	Hmotnost HDPE [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
100	120	46,14	1,26	97,3	92,3
100	180	41,41	1,07	97,4	82,8

Během prvních experimentů a testování experimentálního zařízení free-fall elektrostatického separátoru docházelo k chybám ve výsledcích při některých separacích. Jinými slovy, výsledky separace byly dosti neuspokojivé. Bylo zjištěno, že teplota a vlhkost mají velký vliv na výsledky separace. V rámci hledání řešení tohoto problému s vlhkostí a stabilizací výsledků separace se zkoušelo během tohoto experimentu vysoušet vzduch uvnitř nabíjecí trubky a byly také zkoumány závislosti spojené s vysoušením. Proto vždy během tohoto experimentu byla měřena vlhkost a teplota uvnitř nabíjecí trubky. Pro vysoušení nabíjecí trubky byl použit horkovzdušný ventilátor, který měl dva přepínatelné teplotní módy (vlažný a horký vzduch). Obrázek 6.19 a obrázek 6.20 pak znázorňuje závislost teploty  $T$  a vlhkosti  $RH$  na čase pro tyto dva různé přepínatelné teplotní módy vysoušení. Z obrázků je možno vidět, že po vysoušení nabíjecí trubky teplotním módem vlažného vzduchu byla vlhkost snížena na hodnotu přibližně 15 % a teplota zvýšena na přibližně 50 °C. Z obrázků také vyplývá, že stabilní hodnoty, zejména vlhkosti, jsou dosaženy již po době 60 s vlastního vysoušení. Během tohoto experimentu bylo také zjištěno, že teplotní mód horkého vzduchu již nemá téměř žádný vliv na lepší výsledky účinnosti a čistoty separace oproti teplotnímu módu vlažného vzduchu, a také teploty při teplotním módu horkého vzduchu dosahovaly již dosti vysokých hodnot °C. Proto z těchto důvodů byl již v následujících separacích tohoto experimentu využíván vždy jen teplotní mód vlažného vzduchu. Nabíjecí



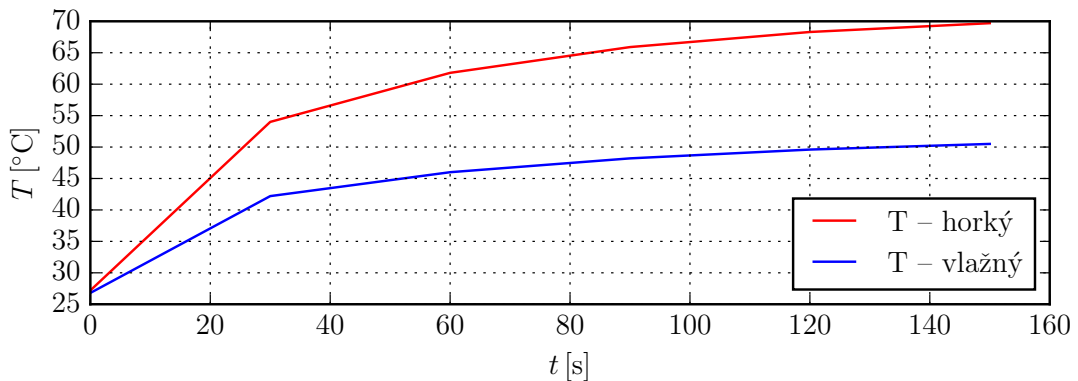
trubka byla před vlastním nabíjením částic vysoušena horkovzdušným ventilátorem vždy jen s teplotním módem vlažného vzduchu, a to po dobu 120 s. Tabulka 6.8 pak ukazuje rozdíly mezi výsledky separace s vysoušením a bez vysoušení nabíjecí trubky. Jak je možno z tabulky vidět, experiment jasně dokazuje, že výsledky separace jsou daleko lepší s vysoušením nabíjecí trubky. Přičemž platí, jak již bylo zmíněno výše v podkapitole 6.3.2, že vlhkost ovlivňuje zejména výsledky účinnosti separace. Vliv vlhkosti na čistotu separace není tak významný. [27], [28]

Tabulka 6.8: Vliv vlhkosti na výsledky separace směsi HDPE/PMMA [27], [28]

Vysoušení	Levý koš (HDPE)			
	Hmotnost HDPE [g]	Hmotnost PMMA [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
Ano	39,73	1,20	97,0	79,5
Ne	26,73	2,19	92,1	53,5

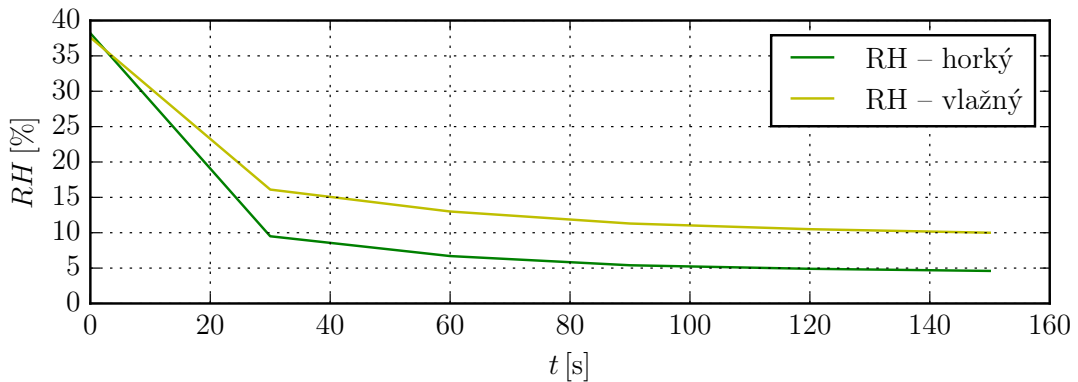
Vysoušení	Pravý koš (PMMA)			
	Hmotnost PMMA [g]	Hmotnost HDPE [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
Ano	45,36	1,10	97,6	90,7
Ne	32,81	2,31	93,4	65,6



Obrázek 6.19: Závislost teploty  $T$  na čase vysoušení [27], [28]

Poslední experiment na ověření technologie a dosud zjištěných skutečností byl proveden se 100 g skutečné průmyslové odpadní směsi ve formě plastových částic (vzorek viz obrázek 6.21), která se skládá z 50 g HDPE částic a 50 g PET částic. Tyto částice byly získány od firmy ECO-F, která se zabývá zpracováním odpadu. Výsledky účinnosti a čistoty separace jsou uvedeny v tabulce 6.9. Z těchto výsledků je patrné, že separace free-fall elektrostatickým separátorem je perspektivní pro recyklaci plastových materiálů. [27], [28]

Tímto celkovým experimentem bylo ověřeno, že teplota a vlhkost v průběhu měření mají vliv na výsledky separace. Proto byl nabíječ částic vysoušen pomocí



Obrázek 6.20: Závislost vlhkosti  $RH$  na čase vysoušení [27], [28]



Obrázek 6.21: Vzorek plastových částic HDPE a PET [27], [28]

Tabulka 6.9: Výsledky separace průmyslové směsi HDPE/PET [27], [28]

Parametry nabíječe		Levý koš (HDPE)			
Otáčky [ot./min]	Čas [s]	Hmotnost HDPE [g]	Hmotnost PET [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
200	120	38,78	1,87	95,4	77,6
Parametry nabíječe		Pravý koš (PET)			
Otáčky [ot./min]	Čas [s]	Hmotnost PET [g]	Hmotnost HDPE [g]	Čistota [%]	Účinnost [%]
200	120	38,17	1,94	95,2	76,3

horkovzdušného ventilátoru a v důsledku tohoto vysoušení byly výsledky separace během experimentu stabilizovány. Ve srovnání s jinými vědeckými články bylo použito nižší napětí mezi elektrodami (20 kV) a snížena doba nabíjení částic (120 s). To je velmi zajímavé, protože už výsledky s tímto jednoduchým experimentálním zařízením ukazují, že vývoj free-fall elektrostatičkého separátoru má smysl a skrývá velký potenciál v plastovém odpadovém hospodářství. [27], [28]

### 6.3.4 Rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a kritická rychlost částic

V tomto experimentu byly analyzovány dva důležité parametry, a to: rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a kritická rychlost částic (tj. rychlost, při níž trajektorie padajících částic nejsou již významně ovlivňovány aplikovaným elektrickým polem). Analýza byla provedena kombinací experimentálních a teoretických postupů a kompletní metodika byla objasněna na konkrétním příkladu.

Správný návrh free-fall elektrostatičkého separátoru není snadný a představuje složitý optimalizační problém. Nebylo publikováno žádné úplné řešení tohoto úkolu, ačkoli jeho dílčí kroky byly v minulosti řešeny. Například publikace [33], [34] zkoumaly trajektorie částic nesoucí dané náboje v těchto zařízeních a jejich dostupné účinnosti. Některé další [35], [36] byly zaměřeny na praktické aspekty separačního procesu a jeho provozních charakteristik. Avšak přetrvávají zde stále významné nedostatky ve výzkumu spojené s následujícími problémy [30], [32]:

- I když je pozice daného plastového materiálu v triboelektrické řadě známa, náboje nesené částicemi předem známy nejsou a závisí na jejich rozměrech, parametrech a vlastnostech nabíječe, ale také teplotě, vlhkosti atd. [26]
- Trajektorie částic (a následně účinnost a čistota separace) závisí na tvaru elektrod a aplikovaném napětí. Z tohoto hlediska má velký význam rozložení jednotlivých kolektorů ve spodní části separátoru. [29]
- Během volného pádu bylo zanedbáváno ovlivňování trajektorií jakékoli částice jinými nabitými částicemi pohybujícími se současně v komoře separátoru. Na druhou stranu, v dostatečně silném elektrickém poli byl tento vliv shledán jako nevýznamný.

Tento experiment je zaměřen na řešení prvních dvou problémů a podrobnou diskusi získaných výsledků.

Řešení výše uvedeného matematického modelu (viz kapitola 5.1) vyžaduje znalost nábojů nesených plastovými částicemi. Bohužel, tuto informaci nelze získat teoreticky, protože tyto náboje závisí na mnoha parametrech uvedených již výše v této kapitole a navíc jejich rozdělení podléhá stochastickým zákonům. Jedinou možností je najít je pomocí experimentu v laboratoři na prototypu elektrostatičkého separátoru, jehož uspořádání je znázorněno v kapitole 6.1. [30], [32]

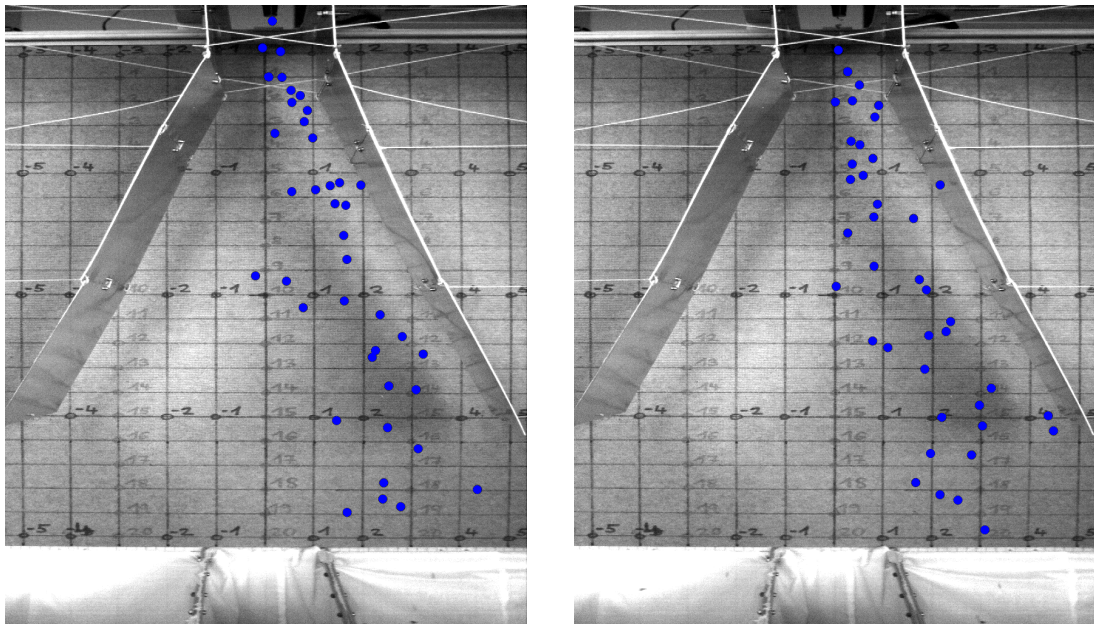
Hlavním cílem experimentu bylo:

- Vybrat vhodný plastový materiál a experimentálně zjistit náboje, které tyto plastové částice získaly v nabíječi.
- Vyhodnotit separační proces z hlediska jeho účinnosti.
- Analyzovat vliv rychlosti částic na výše uvedené parametry a nalézt kritickou výšku komory separátoru (dané nejkratší délkou elektrod, které stále umožňují dosažení těchto parametrů).

Jedním z dnes nejrozšířenějších plastů je polyethyltereftalát (PET) a díky své dostupnosti se stal prvním materiálem vhodným pro experimentální testování. Jeho hustota činí  $\rho = 1380 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  a pro experiment bylo použito 100 g průmyslových PET částic s průměrnou hmotností jedné částice  $m_a = 1,66 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$ . Počet částic byl  $N = 6025$ . Aplikované napětí na elektrodách bylo  $U = 45 \text{ kV}$ . Částice mají libovolný tvar, ale pro naše účely mohou být považovány za pravidelné koule o středním průměru  $d = 2,84 \text{ mm}$ . [30], [32]

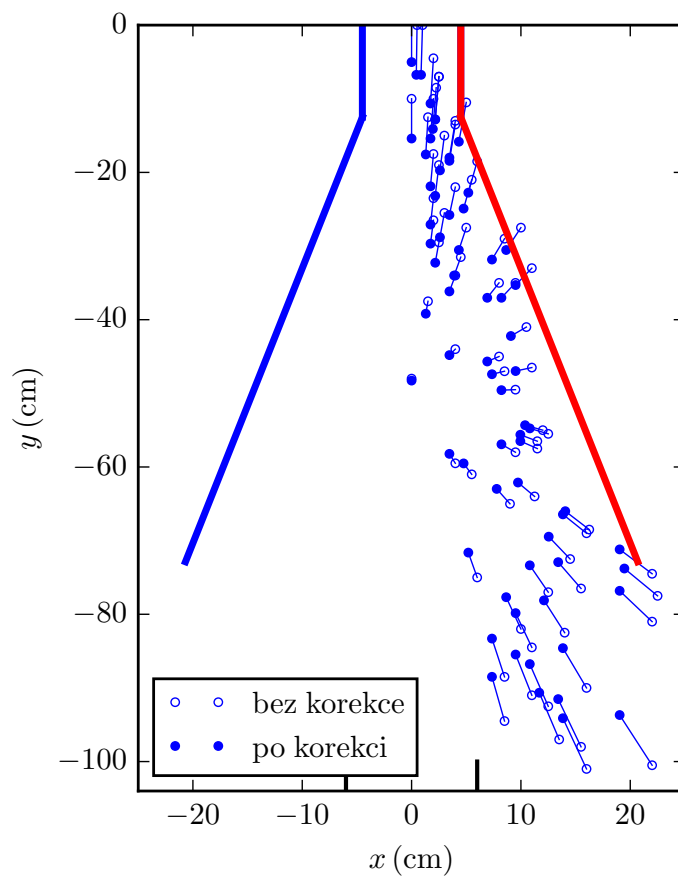
Částice byly nejprve triboelektricky nabíjeny přibližně 120 s přes polypropylenovou trubku (nabíječ), která se otáčela rychlostí přibližně 200 ot./min. Trubka byla poháněna pomocí plastového hnacího řemenu a vysokorychlostního indukčního motoru vybaveného měničem kmitočtu. Během tohoto procesu byly všechny důležité atmosférické vlastnosti, jako je teplota a vlhkost, pozorně sledovány. [30], [32]

Pohyb padajících částic v komoře byl zaznamenán vysokorychlostní kamerou Basler acA2000-340km. Obr. 6.22 znázorňuje typické zachycení polohy částic v komoře ve vybraném časovém okamžiku. [30], [32]



Obrázek 6.22: Náhodně vybrané snímky okamžitých poloh PET částic v komoře experimentálního elektrostatického separátoru [30], [32]

Pozice PET částic v komoře zachycené vysokorychlostní kamerou byly korigovány vzhledem k její poloze (jak je ilustrováno na obrázku 6.12 výše v podkapitole 6.3.1 a dále na obrázku 6.23 v tomto experimentálním měření). Tímto způsobem bylo možné mapovat trajektorie částic s vysokou přesností. Měření byla opakována čtyřikrát v řadě, aby bylo dosaženo statisticky dostatečně významných výsledků. Dále bylo provedeno pro srovnání také měření bez napětí. Tabulka 6.10 obsahuje výsledky: celkovou hmotnost PET částic v jednotlivých koších (v případě 100% účinnosti by měly všechny PET částice spadnout do pravého koše). [30]



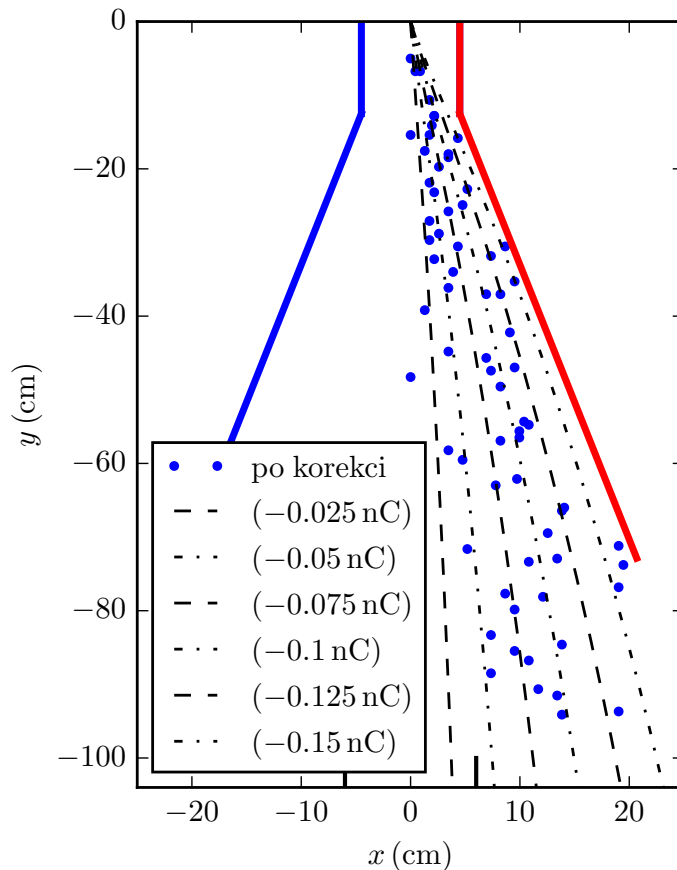
Obrázek 6.23: Vliv korekce na vybrané snímky [30]

Tabulka 6.10: Výsledné množství PET částic v jednotlivých koších [30], [32]

Měření	Levý koš [g]	Střední koš [g]	Pravý koš [g]	Účinnost [%]
1	1,35	15,64	82,53	82,53
2	2,04	17,49	80,33	80,33
3	1,05	9,05	89,9	89,9
4	1,38	11,79	86,83	86,83
Průměrné výsledky	1,46	13,49	86,83	84,9
Bez napětí	3,26	91,09	5,12	—

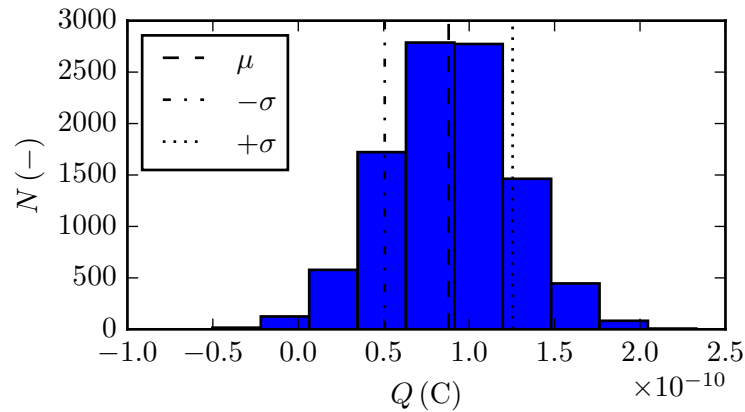
Experiment mapoval trajektorie PET částic v komoře separátoru. Dalším krokem bylo nalezení rozložení jejich nábojů v separovaném vzorku. Toto bylo provedeno nepřímo, numerickým řešením matematického modelu (viz kapitola 5.1) pro různé hodnoty náboje  $Q$  a porovnáním vypočtených trajektorií s naměřenými. Numerické výpočty byly provedeny na katedře vyvíjenou aplikací Agros2D. [29], [30], [32]

Obrázek 6.24 znázorňuje způsob porovnání teoreticky a experimentálně určených trajektorií separovaných částic. Čáry v obrázku představují numericky vypočtené teoretické trajektorie částic pro různé hodnoty jejich elektrických nábojů s krokem  $Q = -0,025$  nC. Tečky v obrázku představují naopak experimentálně naměřené trajektorie částic různých hodnot elektrických nábojů, které byly zachycené vysokorychlostní kamerou během výkonu tohoto experimentu. [30], [32]



Obrázek 6.24: Porovnání experimentů a výpočtů [30], [32]

Porovnání výše uvedených vypočtených a naměřených trajektorií z obrázku 6.24 poskytlo výsledek (viz obrázek 6.25), který ukazuje rozložení elektrických nábojů ve vzorku  $N = 6025$  částic, to je pro další účely přepočítané na  $N = 10000$  částic. [30], [32]



Obrázek 6.25: Rozložení elektrických nábojů v měřeném vzorku [30], [32]

Je zřejmé, že výše uvedené rozdělení může být označeno jako normální rozdělení s mediánem  $\mu = 8,813 \cdot 10^{-11}$  C a směrodatnou odchylkou  $\sigma = 3,671 \cdot 10^{-11}$  C. Účinnost separace následně vypočtená z matematického modelu používající vzorek 10000 PET částic s výše uvedeným rozdělením nábojů pak činí přibližně 87,1%, což se velmi dobře shoduje s naměřenými hodnotami uvedenými v tabulce 6.10 (tj. přibližně 84,9%). [30], [32]

Další vyhodnocovanou kvantitou je rychlost částic. Jak experimenty, tak teorie ukázaly, že po dosažení určité rychlosti částic se jakékoli další vychylování částic elektrickým polem stává bezvýznamné. Podrobnou analýzou výsledků znázorněných na obrázku 6.22 byla zjištěna kritická rychlost  $v_{\text{critical}} = 2,5$  m/s. [30]

Částice dosáhnou této rychlosti přibližně v hloubce  $h = 0,4$  m od počáteční polohy, kdy vystupují z podavače. Tato skutečnost vede k závěru, že elektrody mohou být výrazně zkráceny, což by vedlo ke snížení jejich délky, následně k výšce separační komory a tudíž i celé výšky elektrostatického separátoru. Výpočty provedené pro tuto sníženou výšku elektrostatického separátoru odpovídající kritické rychlosti  $v_{\text{critical}}$  udávají jen mírně sníženou účinnost kolem 86,2%. [30]

Závěrem lze říci, že tímto experimentem na základě numerické analýzy a experimentálního ověření bylo určeno rozdělení elektrických nábojů nesených PET částicemi, které jsou pak vychylovány v elektrostatickém separátoru. Bylo prokázáno (na dostatečném vzorku částic), že rozložení elektrických nábojů vykazuje Gaussův charakter. Následné analýzy založené na měřeních a numerických výpočtech poskytly hodnotu kritické rychlosti částic v separační komoře, což je rychlost, při níž začíná být vychylování částic ovlivněných aplikovaným elektrickým polem zanedbatelné. Stanovení této rychlosti vede ke zkrácení elektrod a tudíž i výšky separační komory a tak i celého elektrostatického separátoru při prakticky stejné účinnosti separace. [30], [32]

Další práce v této oblasti bude věnována vzájemnému působení částic v komoře a návrhu vícestupňového elektrostatického separátoru. První výsledky naznačují potenciál dalšího zvyšování účinnosti separace a její čistoty. [29], [30]

### 6.3.5 Experimentální měření dalších druhů plastů v elektrostatickém separátoru

Tento experiment se zabýval dalšími experimentálními měřeními dalších jednotlivých druhů plastů (jednotlivé průmyslové plastové materiály, které se podařilo během vývoje experimentálního zařízení sehnat) v elektrostatickém separátoru. Elektrostatická separace triboelektricky nabitých plastových částic byla zkoumána a ověřována na experimentálním zařízení. Na základě těchto několika měření pouze vždy jednotlivého druhu plastového materiálu byla vybrána i jedna směs plastových materiálů pro ověření funkčnosti tohoto experimentálního zařízení. Nakonec bylo vykonáno měření zaměřené na separaci směsi částic sestávající z ABS (akrylonitril butadien styren) a TPC (termoplastický kopolyester). Měření a vyhodnocování byly různé parametry procesu. [31], [39]

Hlavním cílem této práce bylo experimentálně zjistit, které plastové materiály jsou v nabíječi elektrostatického separátoru schopné získat buď negativní, nebo pozitivní elektrický náboj a které materiály jsou vychylovány buď k negativní, nebo pozitivní elektrodě separátoru. Na tomto základě bylo možné určit, které materiály lze od sebe separovat a které nikoliv. Dalším cílem práce bylo vybrat jednu kombinaci dvou plastových materiálů (již zmíněná směs ABS a TPC) a vyhodnotit proces separace z hlediska účinnosti a čistoty. [31], [39]

Pro experiment bylo použito všech 15 reálných průmyslových plastových materiálů, které se podařilo během vývoje experimentálního zařízení na elektrostatickou separaci sehnat. V každém případě bylo vždy experimentální měření provedeno se 100 g průmyslových částic každého jednotlivého plastového materiálu. Po těchto měřeních bylo možné určit, které plastové částice se vychylují ke kladné elektrodě a které k záporné. Elektricky kladně nabitě částice jsou přitahovány k záporné elektrodě a naopak elektricky záporně nabitě částice jsou přitahovány ke kladné elektrodě. Všechny jednotlivé plastové materiály se opakovaně měřily celkem třikrát, aby se získaly statisticky dostatečné výsledky. Tabulka 6.11 pak obsahuje průměrné výsledky těchto měření. [31], [39]

Na základě těchto měření bylo zjištěno, které materiály se nabíjejí záporně a které kladně, a také které z nich se nabíjejí jen nepatrně, takže je nelze efektivně používat pro tento způsob separace. Tabulka 6.12 ukazuje, který materiál se nabíjí na kladný a který na záporný elektrický náboj  $Q$ . Z tabulky 6.12 je také zřejmé, jaké plastové materiály lze použít k vytvoření různých typů směsí a které materiály je tedy možné od sebe separovat a které nikoliv. [31], [39]

Napětí na elektrodách bylo  $U = 45$  kV. Částice průmyslových plastových materiálů mají libovolné tvary, ale pro naše účely mohou být považovány za pravidelné koule různých průměrů (viz tabulka 6.11). [31], [39]



## KAPITOLA 6. JEDNOSTUPŇOVÝ ELEKTROSTATICKÝ SEPARÁTOR

Tabulka 6.11: Konečná množství jednotlivých materiálů plastových částic v jednotlivých koších a střední průměry částic [39]

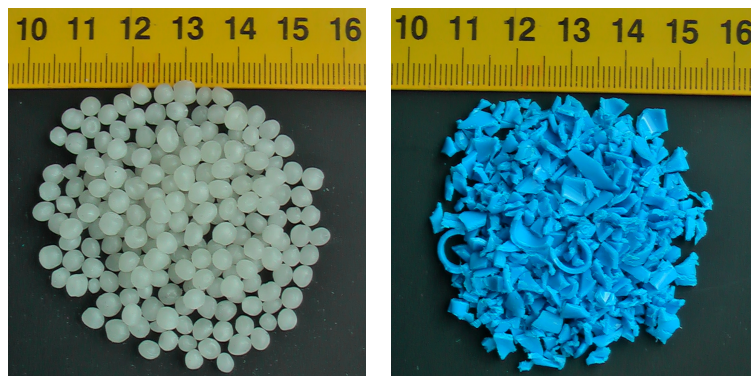
Materiál	Levý koš [g]	Střední koš [g]	Pravý koš [g]	Střední průměr [mm]
PET	0,48	2,71	96,68	2,84
HDPE	71,06	22,88	6,35	3,35
PP	18,8	72,74	8,87	2,86
PE	31,65	53,77	15,21	3,56
PS	59,23	31,99	8,07	3,49
TPC	0,71	3,49	95,98	2,52
ABS	88,61	6,46	4,07	3,4
PVC	69,5	24,55	5,5	3,57
PC/ABS	1,64	2,1	96,31	3,96
PS fridge	3,45	8,61	87,73	2,9
PVC+ABS	51,12	15,74	32,75	3,7 + 4,07
PA6+PA6.6	4,69	5,26	89,79	5,66 + 3,21
PVC window	22,31	58,51	18,53	3,31
POM	9,2	9,11	82,84	2,51
PSHIPS	9,21	77,3	13,19	3,28

Tabulka 6.12: Plastové materiály a jejich polarita elektrických nábojů  $Q$  získaných triboelektrickým nabíjením [31], [39]

-Q	+Q
PET	HDPE
TPC	PS
PC/ABS	ABS
PS fridge	PVC
PA6+PA6.6	PVC+ABS
POM	-

Nejprve byly částice v polypropylenové trubce (tj. nabíječi), otáčející se rychlostí 200 ot./min, nabíjeny přibližně 120 s. Trubka byla poháněna pomocí plastového hnacího řemenu vysokorychlostním indukčním motorem vybaveným měničem kmitočtu. Během tohoto procesu byly pozorně sledovány všechny důležité atmosférické vlastnosti (jako je okolní teplota a vlhkost). [31], [39]

Pro demonstraci, že separátor je schopen pracovat také se směsí, byla vybrána i jedna směs plastových částic a měření bylo uskutečněno s touto směsí. Pro toto experimentální měření elektrostatické separace bylo zvoleno ABS (akrylonitril butadien styren) a TPC (termoplastický kopolyester). Vzorčky těchto plastových materiálů jsou ukázány na obrázku 6.26. [31], [39]



Obrázek 6.26: ABS částice (vlevo) a TPC částice (vpravo) [39]

Směs se skládala ze 100 g těchto dvou typů plastových materiálů (tj. 50 g ABS a 50 g TPC). Tabulka 6.13 obsahuje výsledky separace této směsi. [31], [39]

Tabulka 6.13: Výsledky separace výše uvedené směsi plastových částic [31], [39]

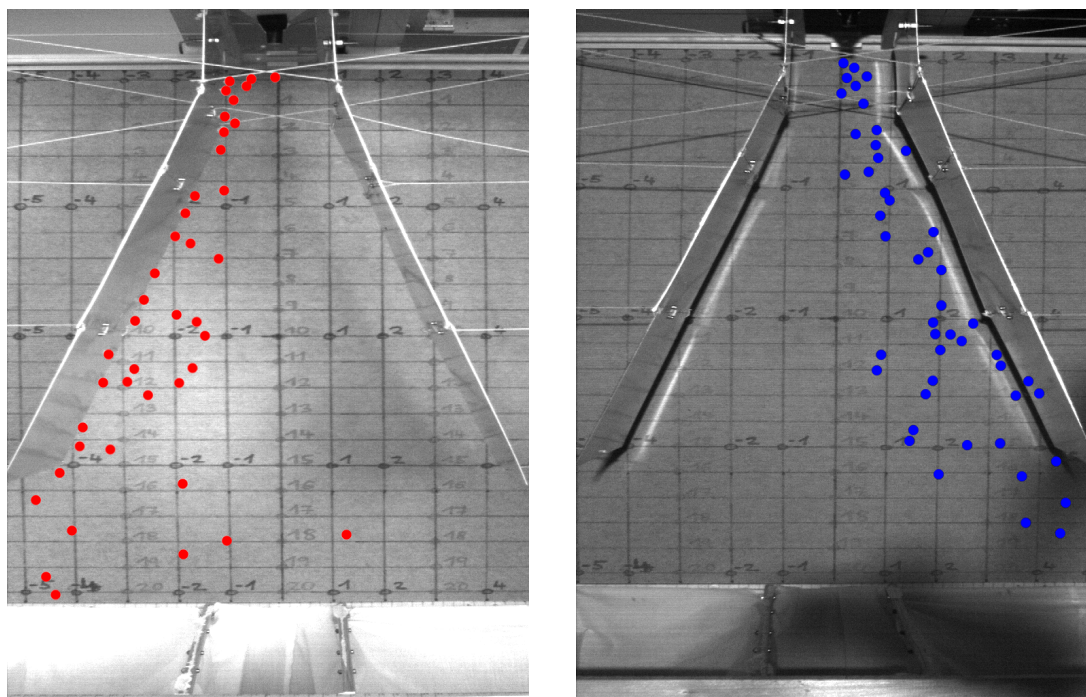
Koš	Celková hmotnost [g]	Hmotnost ABS [g]	Hmotnost TPC [g]	Účinnost [%]	Čistota [%]
Levý	46,47	43,80	2,67	88	94
Pravý	47,87	2,08	45,79	92	96
Celková účinnost [%]		Celková čistota [%]			
90		95			

Výsledky v tabulce 6.13 naznačují, že 88 % částic ABS úspěšně spadlo do levého koše a 92 % částic TPC úspěšně spadlo do pravého koše. Čistota směsi v recyklačních koších byla 94 % pro ABS a 96 % pro TPC. Ve středním koši bylo 5,13 g směsi. Během experimentu se ztratilo 0,53 g separovaných částic. Celková účinnost experimentu byla 90 % a celková čistota experimentu byla 95 %. [39]

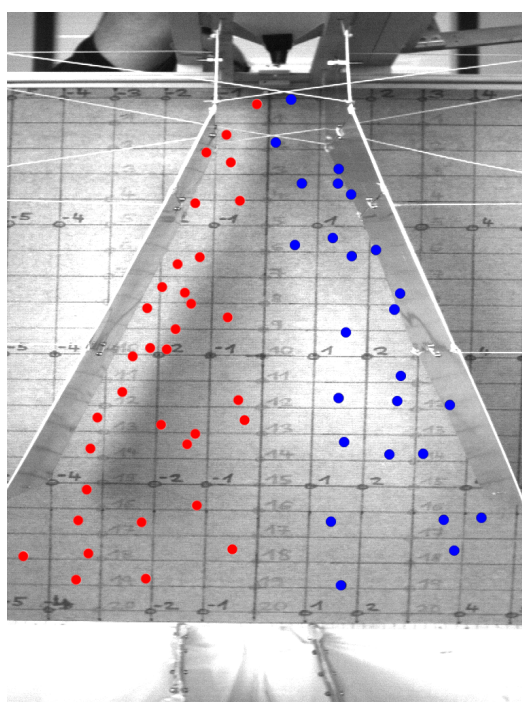
Pohyb částic v separační komoře elektrostatického separátoru byl zaznamenán vysokorychlostní kamerou Basler acA2000-340km. Obrázky 6.27 a 6.28 ukazují typické zachycení polohy částic v komoře ve vybraném časovém okamžiku. [39]

Na závěr experimentu lze říci, že na základě tohoto experimentálního ověření byly nalezeny všechny směry vychylování pro různé typy plastů, které byly testovány v elektrostatickém separátoru. Na základě těchto měření byly rozděleny plastové materiály podle polarity jejich elektrického náboje. Poslední experimentální měření bylo provedeno se směsí plastových vzorků ABS a TPC jako důkaz,

že experimentální zařízení je schopno pracovat správně. První výsledky naznačují potenciál dalšího zvyšování účinnosti a čistoty elektrostatické separace. [31], [39]



Obrázek 6.27: Náhodně vybrané snímky okamžitých poloh ABS částic (snímek vlevo) a TPC částic (snímek vpravo) v komoře [39]



Obrázek 6.28: Náhodně vybraný snímek okamžitých poloh částic směsi ABS a TPC v komoře [39]

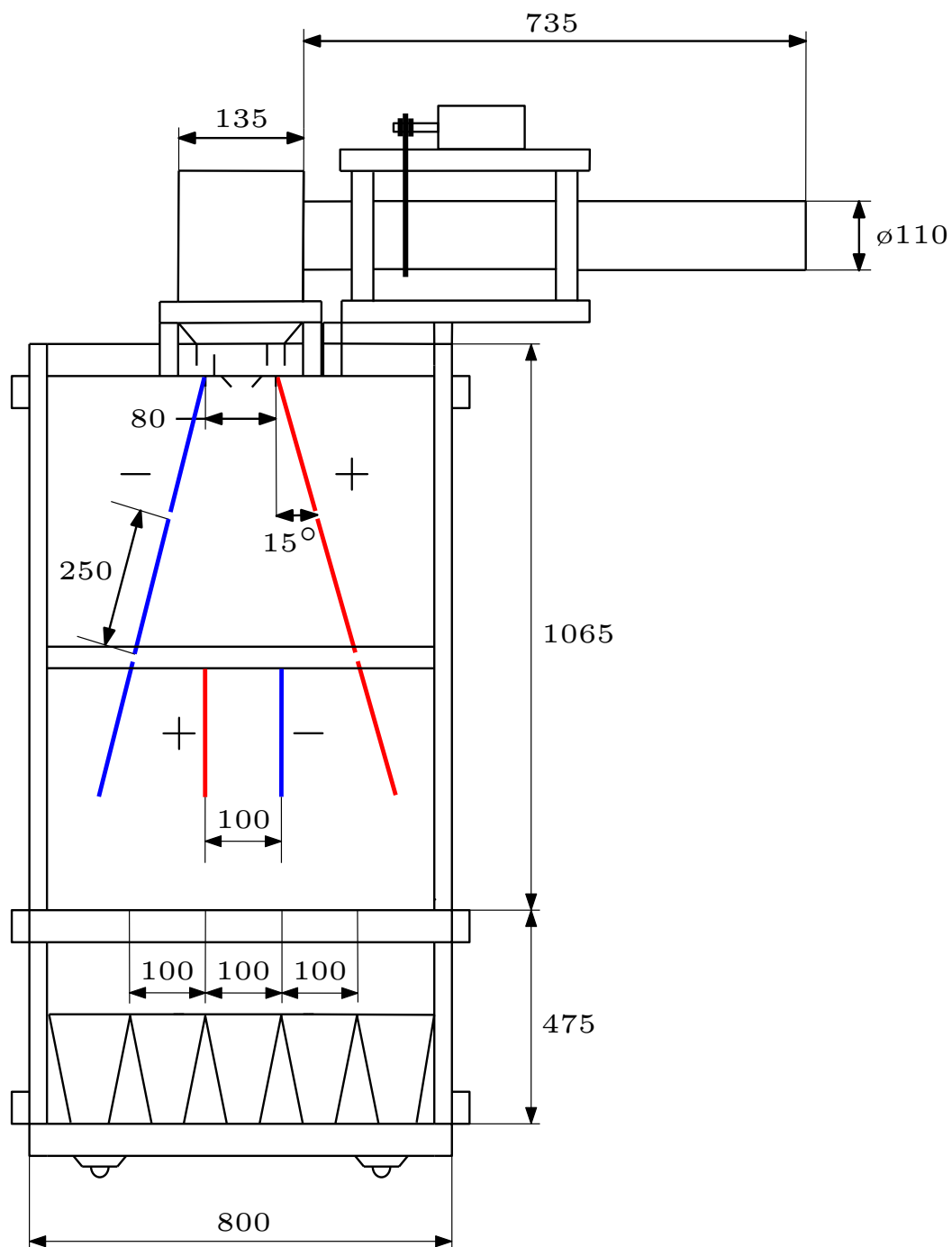
# 7

## Dvoustupňový elektrostatický separátor

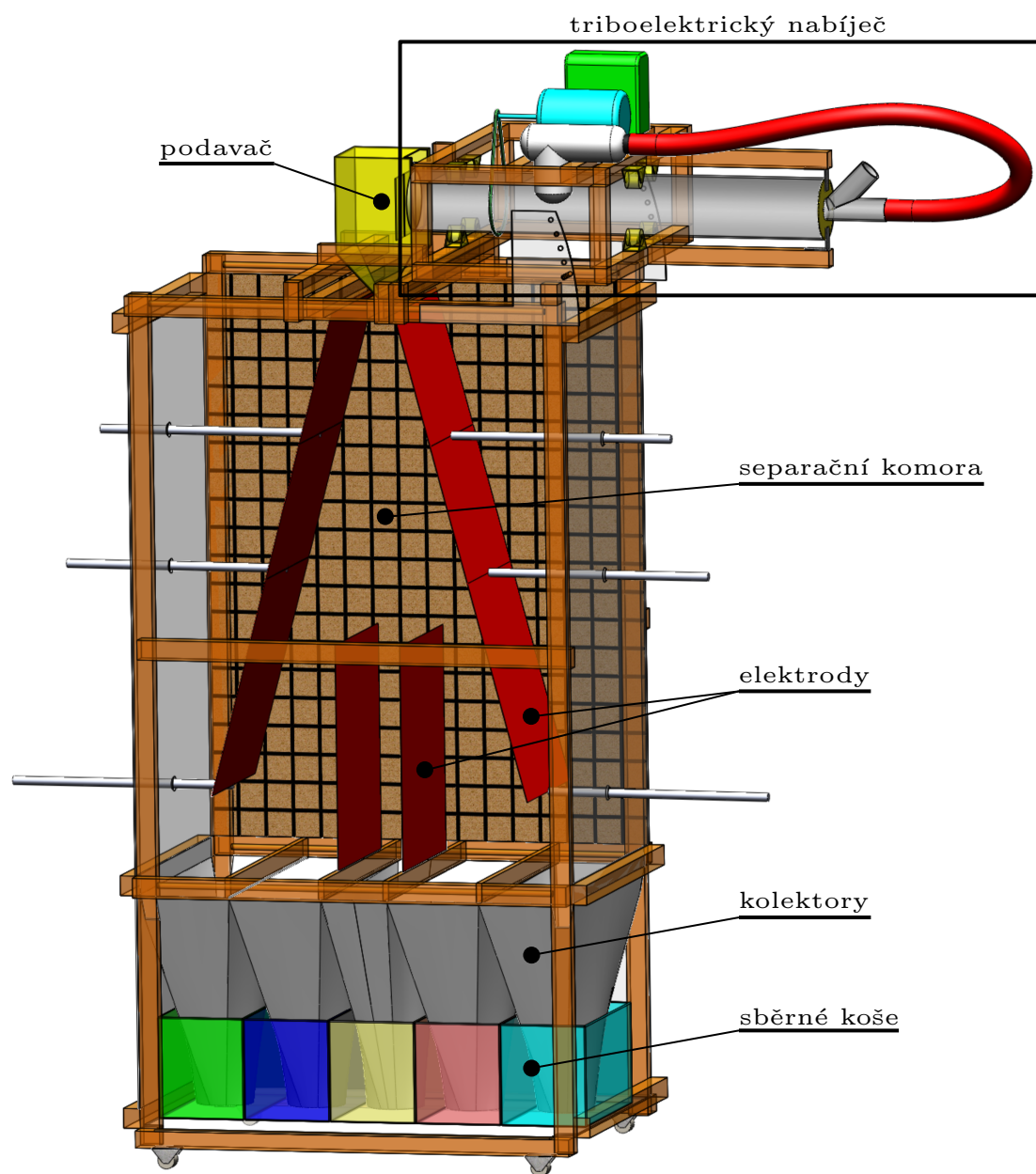
### 7.1 Experimentální zařízení a jeho konstrukce

Pro účely této práce byl v laboratoři KTE FEL ZČU v Plzni v rámci výkonu posledních experimentů ohledně elektrostatické separace přestavěn prototyp experimentálního zařízení s jedním párem elektrod, tj. jednostupňový free-fall elektrostatický separátor z kapitoly 6, na experimentální zařízení s dvěma páry elektrod, tj. dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor. Základní princip a funkce jednotlivých prvků dvoustupňového separátoru byl zachován a nijak se neliší od jednostupňového separátoru, který byl vysvětlen již výše (viz kapitola 4 a obrázek 4.1). Základní rozměry dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru jsou znázorněny na obrázku 7.1, jeho podoba a uspořádání jsou pak znázorněny ve formě 3D konstrukčního modelu na obrázku 7.2.

I zde s výjimkou elektrod jsou hlavní konstrukční části dvoustupňového separátoru vyrobeny z nevodivých materiálů. Největšími rozdíly u dvoustupňového separátoru jsou, že každá hliníková elektroda se skládá z pěti částí a dále, že na dně separátoru se nachází pět kolektorů a následně tedy i pět sběrných košů. Triboelektrický nabíječ částic se vůbec nezměnil a zůstal naprosto stejný (viz kapitola 6, obrázek 6.3 a 6.4). [26], [40]



Obrázek 7.1: Základní rozměry experimentálního dvoustupňového separátoru [40]



Obrázek 7.2: Uspořádání a 3D model konstrukce experimentálního zařízení dvou-  
stupňového free-fall elektrostatického separátoru





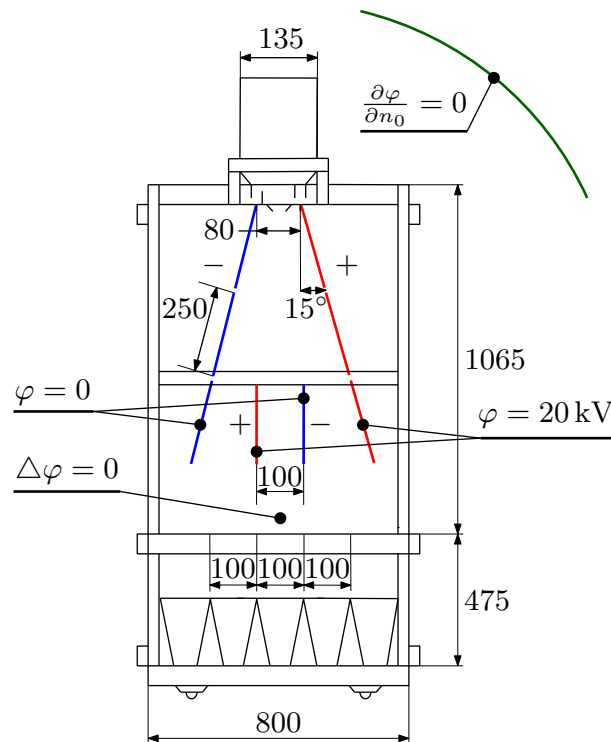
Obrázek 7.3: Pohled na celé experimentální zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru

## 7.2 Numerický model dvoustupňového separátoru

V rámci výkonu posledních experimentů ohledně elektrostatické separace bylo přestavěno výše uvedené experimentální zařízení, tj. jednostupňový free-fall elektrostatický separátor - tzn. s jedním párem elektrod, na dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor - tzn. s dvěma páry elektrod. Z toho důvodu musel být opět modifikován řešený numerický model. Modifikován byl tedy numerický model z kapitoly 6.2 a došlo tak k vytvoření nového numerického modelu dvoustupňového separátoru, který má shodné rozměry a ostatní parametry s experimentálním zařízením dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. Řešení tohoto nového numerického modelu dvoustupňového separátoru bylo opět rozděleno do dvou částí.

### 7.2.1 Model elektrického pole

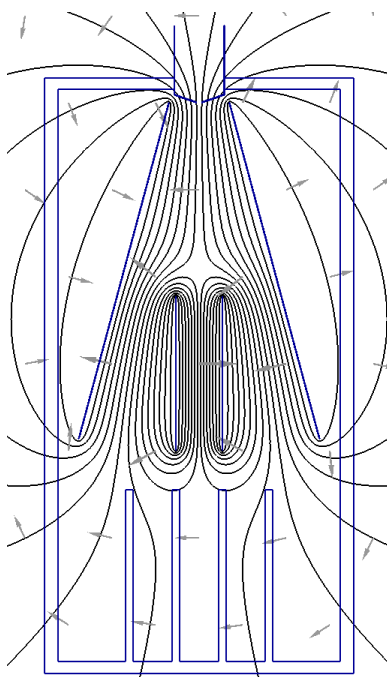
Obrázek 7.4 znázorňuje řešený numerický model dvoustupňového separátoru se skutečnými rozměry a parametry experimentálního zařízení a jeho definiční oblast. Okrajové podmínky jsou dány známými hodnotami elektrického potenciálu na elektrodách (tzv. Dirichletovy okrajové podmínky), kdy jedna elektroda je uzemněna ( $\varphi = 0$ ) a na druhé elektrodě je napětí ( $\varphi = 20$  kV). Nulová Neumannova podmínka ( $\frac{\partial \varphi}{\partial n_0} = 0$ ) je pak podél vnější fiktivní definiční hranice umístěna v dostatečné vzdálenosti od zařízení. [22]



Obrázek 7.4: Rozměry a definiční oblast řešeného numerického modelu dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru

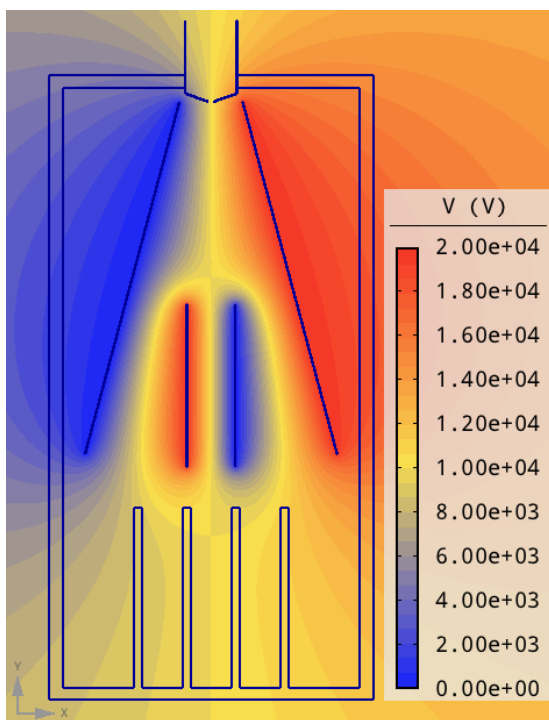


Po vyřešení této první části řešeného numerického modelu dvoustupňového separátoru lze vyšetřit elektrostatické pole. V první řadě je v mnoha případech užitečné znázornit rozložení elektrického pole v systému. K tomu lze použít mimo jiné tzv. ekvipotenciální čáry elektrického pole, což jsou místa konstantních hodnot elektrického potenciálu. Pro ilustraci o rozložení elektrostatického pole v daném zařízení, ukazuje obrázek 7.5 ekvipotenciální čáry a vektory elektrostatického pole znázorňující gradient tohoto pole v systému. Z obrázku 7.5 je možno názorně vidět kolmost ekvipotenciálních čar na linie vektorů elektrického pole a také, že k největším změnám v elektrickém potenciálu dochází uvnitř zařízení. [22]

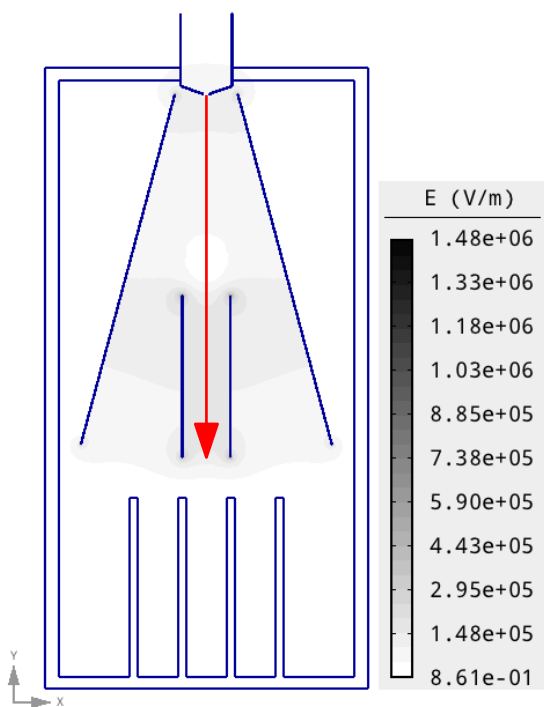


Obrázek 7.5: Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole

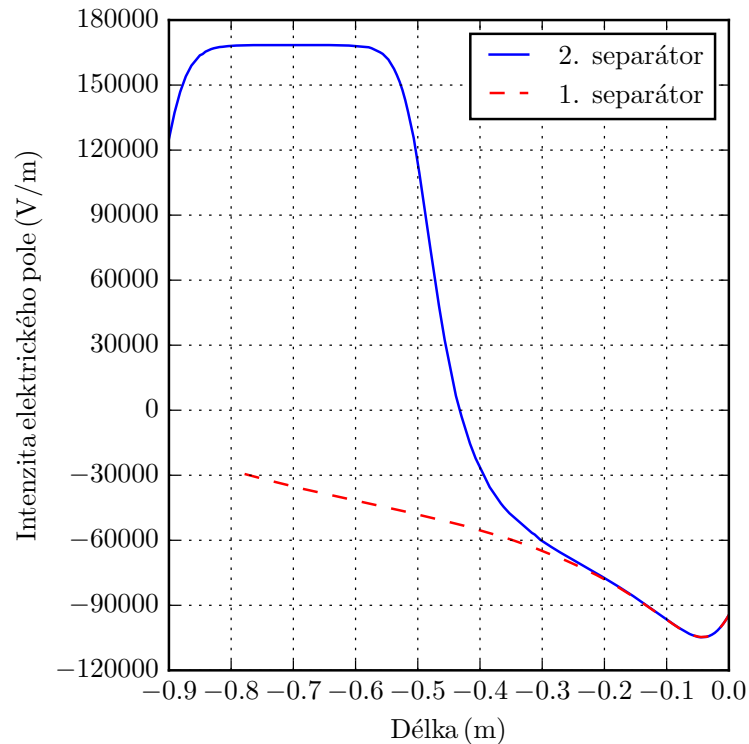
Rozložení skalárního elektrického potenciálu je zobrazeno na obrázku 7.6. Rozložení intenzity elektrického pole je znázorněno na obrázku 7.7, kde je možno vidět, že energie pole je správně soustředěna mezi elektrodami separátoru. Z čehož lze následně předpokládat i korektní vychylování částic. [22]



Obrázek 7.6: Rozložení skalárního elektrického potenciálu



Obrázek 7.7: Rozložení intenzity elektrického pole (červená šipka uprostřed představuje délku úsečky v ose  $y$  vedenou mezi elektrodami separátoru od počátku elektrod až na konec elektrod, na níž je poté níže v obrázku 7.8 vyjádřena závislost horizontální složky intenzity elektrického pole)



Obrázek 7.8: Závislost horizontální složky intenzity elektrického pole na délce úsečky vedené mezi elektrodami dvoustupňového separátoru v ose  $y$  od počátku elektrod na konec elektrod (viz červená šipka znázorněná v obrázku 7.7)

Výše uvedený graf (viz obrázek 7.8) znázorňuje závislost horizontální složky intenzity elektrického pole v ose  $y$  elektrodového systému dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. Pokud se padající částice nachází v délce 0,4 m, lze z grafu odečíst intenzitu elektrického pole  $E_x = -25000$  V/m.

V tomto případě na částici nesoucí průměrný elektrický náboj  $Q = -0,55$  nC (viz níže uvedený výpočet trajektorie částic) působí tato Coulombova síla

$$F_{e,x} = QE_x = 0,138 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad (7.1)$$

a zároveň také gravitační síla

$$F_{g,y} = mg_0 = 2,305 \cdot 10^{-4} \text{ N}, \quad (7.2)$$

kde  $m = 2,35 \cdot 10^{-5}$  kg je hmotnost částice a  $g_0 = 9,81$  m/s<sup>2</sup> představuje gravitační zrychlení.

Přičemž při celkové síle působící na částici (viz matematický model v kapitole 5) je uvažován ještě aerodynamický odpor, který však již pouze zpomaluje rychlost padající částice a zde pro tuto pouhou ukázkou správného předpokladu vychylování částic jej lze zanedbat.

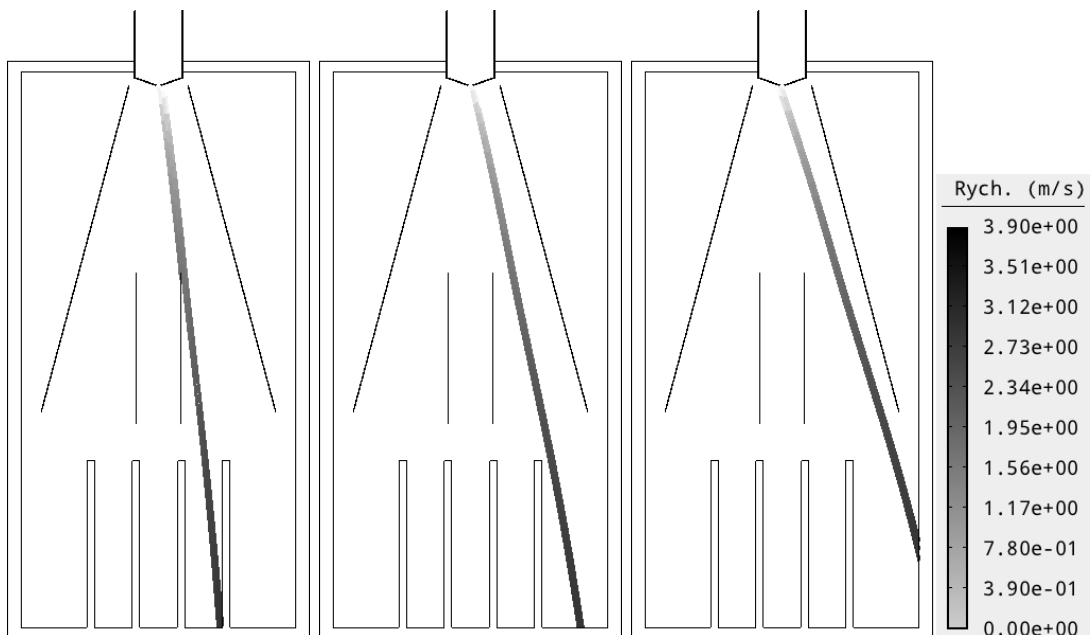
Lze si všimnout, že pro oba separátory ve stejné odečítané délce 0,4 m je síla  $F_{e,x}$  u dvoustupňového separátoru menší než u jednostupňového separátoru (viz

kapitola 6.2). Je to dáno tím, že se tam mění polarita. V horní části grafu (viz obrázek 7.8) je naopak výrazně vyšší intenzita, takže je vše v pořádku.

### 7.2.2 Výpočet trajektorie částic

Podstatou této druhé části řešeného numerického modelu dvoustupňového separátoru je vypočítat trajektorii částic a najít průměrnou hodnotu elektrického náboje, na který musí být částice nabity pro jejich účinné vychylování a korektní separaci do správného kolektoru. Částice jsou reprezentovány plastovým materiálem HDPE (high-density polyethylene). Uspořádání je uvažováno rovinné a úkolem je najít odpovídající velikost elektrického náboje  $Q$ , na který musí být nabity jednotlivé částice. Předpokládá se, že částice jsou kulaté s průměrem  $d$  v rozmezí 3 – 4 mm. Hustota HDPE je  $\rho = 950 \text{ kg/m}^3$ . Koeficient tření pro kouli (vyskytující se v rovnici (5.6)) se předpokládá  $c = 0,47$ . [22]

Obrázek 7.9 ukazuje vypočtené teoretické trajektorie HDPE částic. Vlevo na obrázku je zobrazen výpočet trajektorie částic s hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,3 \text{ nC}$ , uprostřed s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,55 \text{ nC}$  a vpravo s druhým hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,8 \text{ nC}$ . Z obrázku je také zřejmé, že částice padají do kolektoru rychlostí  $v = 3,90 \text{ m/s}$  (mění se rychlost je označena několika odstíny šedé barvy). Na základě provedených simulací a těchto výsledků výpočtů trajektorií s trasováním částic byl ukázán velký potenciál této technologie a zároveň určen potřebný rozsah elektrického náboje  $Q = -(0,3 - 0,8) \text{ nC}$  a průměrná hodnota elektrického náboje  $Q = -0,55 \text{ nC}$  pro účinné vychylování a korektní separaci částic do správného kolektoru. [22]



Obrázek 7.9: Vypočtené teoretické trajektorie částic (zleva): s hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,3 \text{ nC}$ , s průměrným elektrickým nábojem  $Q = -0,55 \text{ nC}$  a s druhým hraničním elektrickým nábojem  $Q = -0,8 \text{ nC}$

### 7.3 Experimenty uskutečněné na dvoustupňovém free-fall elektrostatickém separátoru

Hlavním cílem této kapitoly byla přestavba původního experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru [26], [39] v laboratoři na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni, který pochází z prvních a jiných předchozích experimentálních měření a výzkumu ve všech předešlých experimentech týkajících se elektrostatické separace, na nový experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor z toho důvodu, aby mohlo dojít k vykonání posledních experimentů zaměřených na elektrostatickou separaci triboelektricky nabitých plastových částic. Ale i dalšího zkoumání, jestli je možno dosáhnout ještě lepších výsledků této separace a také ověření technologie tohoto experimentálního zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. [40]

Základní princip a funkce jednotlivých prvků dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru se nezměnil a byl vysvětlen již výše v kapitole 4. Co se týče konstrukce dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru, tak vychází z původního jednostupňového separátoru a opět kromě hliníkových elektrod jsou všechny části separátoru vyrobeny z elektricky nevodivých materiálů. Základní stavební konstrukce je vyrobena opět ze dřeva. Na triboelektrickém nabíječi částic nedošlo k žádným změnám a zůstal tak v původním stavu. Popis triboelektrického nabíječe, včetně jednotlivých obrázků, lze nalézt výše v kapitole 6. Rozdíly mezi předchozím experimentálním jednostupňovým free-fall elektrostatickým separátorem a novým experimentálním dvoustupňovým free-fall elektrostatickým separátorem jsou pak v systému a uspořádání elektrod, kolektorů a recyklačních košů. Předchozí jednostupňový separátor byl konstruován se čtyřmi hliníkovými segmenty každé elektrody a měl tři kolektory a recyklační koše. Ve srovnání s tím se nový dvoustupňový separátor skládá z pěti hliníkových segmentů každé elektrody a pěti kolektorů a recyklačních košů. Výhodou rozdělení elektrod separátoru na více částí (segmentů) je, že mohou být nakloněny v různých úhlech, což umožňuje změnit rozložení elektrického pole v separační komoře s vysokou mírou variability. Napětí  $U$  mezi elektrodami se může pohybovat v rozsahu 0–50 kV. Všechny zde uvedené rozdíly lze nalézt výše v kapitole 6 na obrázcích 6.1 – 6.5 zobrazující základní rozměry, uspořádání a reálné zařízení jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru a v této kapitole 7 na obrázcích 7.1 – 7.3 zobrazující základní rozměry, uspořádání a reálné zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. [40]

Na základě předchozích experimentů a výsledků měření vyšetřovaných plastových směsí s jednostupňovým free-fall elektrostatickým separátorem byly pro poslední experimenty vybrány tři kombinace dvou plastových materiálů (tj. tři kombinace plastových směsí) a vyhodnocen separační proces z hlediska jeho účinnosti a čistoty pro ověření, zda je možné dosáhnout lepších výsledků při použití dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. Výstupy experimentů jsou dále přenášeny a realizovány v rámci projektu na budování průmyslového elektrostatického separátoru - projekt číslo FV10239, Elektrostatická separace plastů

z průmyslového odpadu pro následnou recyklaci, který je nyní řešen na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni. [40]

Výběr plastových směsí pro experiment s novým experimentálním dvoustupňovým free-fall elektrostatickým separátorem byl založen na výsledcích experimentálních měření s předchozím experimentálním jednostupňovým free-fall elektrostatickým separátorem. Pro experiment byly použity skutečné průmyslové plastové materiály. Byly vybrány tři plastové směsi: polystyren (PS) a polyvinylchlorid (PVC); polyoxymethylen (POM) a akrylonitril-butadien-styren (ABS); polyethyltereftalát (PET) a polyethylen s vysokou hustotou (HDPE). Tyto plastové směsi byly vybrány z tabulky 7.1, která ukazuje průměrné výsledky účinnosti a čistoty separovaných plastových směsí výše uvedeného experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru. První směs PS & PVC je vybrána ze začátku tabulky, druhá směs POM & ABS ze středu tabulky a třetí směs PET & HDPE z konce tabulky. [40]

Tabulka 7.1: Průměrné výsledky účinnosti a čistoty plastových směsí experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru [40]

Materiál	Účinnost [%]	Čistota [%]
PS & PVC	93	98
TPC & ABS	90	95
PC/ABS & ABS	90	97
PET & PVC	89	96
PS & ABS	87	93
PET & ABS	87	94
TPC & PVC	84	93
POM & PVC	83	90
POM & ABS	77	93
PA6+PA6.6 & HDPE	74	87
TPC & HDPE	60	79
PC/ABS & HDPE	55	72
PS & HDPE	46	69
PET & HDPE	32	60

Každé experimentální měření bylo vykonáno vždy se 100 g vzorku plastové směsi částic, přičemž každý jednotlivý plastový materiál byl zastoupen 50 g vzorku částic (tj. například 50 g PS a 50 g PVC). [40]

Nejprve byly plastové částice vysoušeny a nabíjeny přibližně 120 s v polypropylenové trubce (nabíječi), která se otáčela rychlostí 200 ot./min. Trubka byla poháněna hnacím plastovým řemenem pomocí vysokorychlostního asynchronního

## KAPITOLA 7. DVOUSTUPŇOVÝ ELEKTROSTATICKÝ SEPARÁTOR

---

motoru vybaveného měničem kmitočtu. Během tohoto procesu byly pozorně měřeny důležité atmosférické vlastnosti, jako je teplota a vlhkost okolního vzduchu. Během procesu vysoušení byly vždy sledovány i teplota a vlhkost vzduchu uvnitř nabíječe. Teplota a vlhkost v nabíječi byly přibližně 35 °C a 15 %. Napětí na elektrodách bylo  $U = 45$  kV. [40]

Vzorky těchto plastových materiálů pro vybrané směsi jsou ukázány na obrázcích 7.10 – 7.12. [40]



Obrázek 7.10: PS částice (vlevo) a PVC částice (vpravo)



Obrázek 7.11: POM částice (vlevo) a ABS částice (vpravo)



Obrázek 7.12: PET částice (vlevo) a HDPE částice (vpravo)

Měření s těmito vybranými plastovými směsmi se třikrát opakovala, aby se získaly statisticky dostatečně významné výsledky. Tabulka 7.2 pak obsahuje průměrné naměřené výsledky separace těchto směsí. [40]

Tabulka 7.2: Průměrné výsledky účinnosti a čistoty vybraných plastových směsí experimentálního dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru [40]

Materiál	Účinnost [%]	Čistota [%]
PS & PVC	89	99
POM & ABS	77	96
PET & HDPE	40	91

Tabulka 7.2 ukazuje průměrné výsledky účinnosti a čistoty vybraných plastových směsí nového experimentálního dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. [40]

Výsledky první vybrané směsi PS & PVC jsou 89 % účinnost a 99 % čistota. To znamená, že účinnost separace klesla o 4 %, ale čistota vzrostla o 1 % oproti předchozím výsledkům experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru. [40]

Účinnost a čistota druhé vybrané směsi POM & ABS jsou 77 % a 96 %. Účinnost separace plastové směsi zůstala stejná, ale čistota se zvýšila o 3 %. [40]

Účinnost a čistota třetí naposled vybrané směsi PET & HDPE jsou 40 % a 91 %. Výsledky jsou zde nejrozdílnější a tudíž nejvíce významné, jelikož účinnost separace plastové směsi vzrostla o 8 % a čistota separace dokonce vzrostla o značných 31 %. [40]

Závěrem k tomuto experimentu lze shrnout, že elektrostatická separace triboelektricky nabitých plastových částic byla zkoumána a ověřena na experimentálním zařízení. Experimentální jednostupňový free-fall elektrostatický separátor, který pochází z předchozích experimentálních měření a výzkumu, byl přestavěn na experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor. Na základě předchozích výsledků měření s jednostupňovým free-fall elektrostatickým separátorem byly vybrány tři plastové směsi. Účinnost a čistota separačního procesu těchto plastových směsí byla vyhodnocena pro ověření, zda je možné dosáhnout lepších výsledků při použití dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru. Výsledky tabulek 7.1 a 7.2 ukazují, že účinnost první vybrané směsi klesla, ale u druhé vybrané směsi zůstala stejná a u třetí směsi se účinnost zvýšila. Nicméně lepší výsledky byly dosaženy u čistoty separačního procesu, kdy ve všech vybraných plastových směsí čistota vzrostla, zejména ve třetí vybrané směsi. Tyto výsledky experimentu budou dále brány v potaz a zohledněny v projektu výstavby průmyslového elektrostatického separátoru (tj. výše zmíněný projekt číslo FV10239, Elektrostatická separace plastů z průmyslového odpadu pro následnou recyklaci). [40]



# 8

## Zhodnocení a směr dalšího výzkumu

V rámci předložené práce byl diskutován současný stav a problémy odpadového plastového hospodářství a s tím spojená nutnost separace směsí plastových materiálů. V návaznosti na to byly uvedeny současné využitelné technologie a principy elektrostatické separace plastových materiálů a sděleny důvody, proč byl zvolen pro řešení této práce právě free-fall elektrostatický separátor.

Po formulaci problému byl sestaven příslušný obecný matematický model free-fall elektrostatického separátoru, který byl využit k základnímu návrhu numerického modelu pro stavbu experimentálního zařízení a následně byl tento model numericky řešen. Řešený numerický model byl rozdělen do dvou částí. V první části byl metodou konečných prvků řešen model elektrického pole, kde bylo vyšetřeno elektrostatické pole. Ve druhé části řešeného numerického modelu byl adaptivní Runge-Kutta-Fehlberg metodou s časově proměnným krokem řešen výpočet trajektorie částic, kde bylo potřeba určit elektrický náboj částic, který je nezbytný pro jejich účinné vychylování a korektní separaci do správného kolektoru.

Dále byl představen experimentální jednostupňový free-fall elektrostatický separátor plastových materiálů, který byl v rámci této práce vyvinut na základě řešeného numerického modelu a poté využíván k základním experimentům elektrostatické separace v laboratoři na Katedře teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni, a stručně popsáno jeho základní konstrukční uspořádání.

Na tomto experimentálním zařízení byl uskutečněn experiment s cílem ověřit funkčnost elektrostatické separace a technologii jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru, kdy následně výsledky experimentu byly porovnány s výsledky řešeného numerického modelu.

Na zařízení jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru byla pak provedena rovněž i experimentální studie na separaci již určité plastové směsi, kde byla zkoumána účinnost a čistota výsledné elektrostatické separace.

V rámci experimentů se zařízením byly také zkoumány vlivy teploty a vlhkosti na vlastní proces elektrostatické separace a v důsledku toho zkoušeno vysoušení směsi plastových částic před jejich nabíjením a vlastní separací.

Další experimentální výzkum a měření s experimentálním zařízením byl soustředěn na zjištění rozložení elektrického náboje ve vzorku částic a zjištění samotné rychlosti částic, při které již plastové částice nejsou významně vychylovány elektrickým polem, pro budoucí účely optimalizace a případné celkové inovace technického řešení free-fall elektrostatického separátoru.

Další práce výzkumu navázala na získané zkušenosti z prvních experimentů s experimentálním zařízením free-fall elektrostatického separátoru. Cílem bylo na základě zkušeností z předchozích měření vykonat další nová experimentální měření i s jinými autorovi dostupnými druhy plastů (viz tabulka 6.11 v kapitole 6.3.5) za účelem zjištění, které plastové materiály a potenciální směsi je možno od sebe dobře separovat a které naopak vůbec nelze nebo jsou méně vhodné.

Poslední výzkum v této disertační práci se pak týkal přestavby původního experimentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru na nový experimentální dvoustupňový free-fall elektrostatický separátor z toho důvodu, aby mohlo dojít ke zkoumání, zdali je možno dosáhnout ještě lepších celkových výsledků účinnosti a čistoty elektrostatické separace směsi plastových materiálů, ale ovšem také aby došlo k samotnému ověření a popsání technologie tohoto experimentálního zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru.

Ve skutečnosti lze obecně říci, že free-fall elektrostatický separátor a jeho správný návrh není snadný a představuje komplikovaný optimalizační problém [21], [29], [36]. Přesto však celkově proces elektrostatické separace je účinný pro směsi plastových částic s malými rozdíly v hodnotách povrchových potenciálů a specifických hmotnostních hustotách jejich složek. [40]

Velice výhodné u elektrostatické separace je, že i když se provádí při vysokém napětí, tak má velmi nízkou celkovou spotřebu elektrické energie, protože elektrický proud prakticky žádný neprochází. Největší část elektrické energie separátoru je tak spotřebovávána nabíjením a zdrojem napětí. Elektrostatická separace se klasifikuje jako suchá metoda a má jasnou výhodu oproti mokré separaci, protože nevyžaduje tolik energie a chemickou předběžnou úpravu vzorku. [40]

Z celkových výsledků této disertační práce, tj. hlavně z ověření funkčnosti procesu elektrostatické separace a technologie free-fall elektrostatického separátoru a dalších interpretovaných výsledků z provedených experimentů na experimentálním zařízení, je nadmíru patrné, že tato technologie separace směsi plastových materiálů se jeví jako velmi perspektivní a vývoj průmyslově využitelného free-fall elektrostatického separátoru plastových materiálů má určitě svůj význam.

Na základě výzkumu elektrostatické separace prováděného v této práci získala Katedra teoretické elektrotechniky FEL ZČU v Plzni projekt ve spolupráci s firmou Puruplast, a.s., která se zabývá zpracováním a recyklací plastových odpadů a sídlí v Kostelanech nad Moravou u Uherského Hradiště. Tento projekt (číslo FV10239, Elektrostatická separace plastů z průmyslového odpadu pro následnou recyklaci) je podpořen v rámci programu TRIO přímo Ministerstvem průmyslu a obchodu zajišťujícím podporu projektů aplikovaného výzkumu a experimentálního vývoje pro průmyslovou výrobu. Všechny dosud zjištěné a zde uvedené výstupy a výsledky výzkumu této práce se v rámci tohoto projektu využívají a na základě těchto získaných zkušeností se současným experimentálním zařízením a zjištěných možnostech jeho optimalizace pokračuje tento výzkum dál. V současné době v rámci projektu dochází ke stavbě dalšího již sofistikovanějšího a lépe optimalizovaného free-fall elektrostatického separátoru. Cílem projektu je vytvořit finální optimalizovaný numerický model a postavit skutečný již průmyslově využitelný free-fall elektrostatický separátor v prostorách společnosti Puruplast, a.s.

# Literatura

- [1] Publications. *PlasticsEurope* [online]. Brussels: Plastics-Europe AISBL, c2018 [cit. 2018-07-24]. Dostupné z: <https://www.plasticseurope.org/en/resources/publications>
- [2] DODBIBA, G., FUJITA, T. Progress in Separating Plastic Materials for Recycling. *Physical Separation in Science and Engineering*. 2004, 13(3-4), 165-182. DOI: 10.1080/14786470412331326350. ISSN 1478-6478.
- [3] HOPEWELL, J., et al. Plastics recycling: challenges and opportunities. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*. 2009, 364(1526), 2115–2126. DOI: 10.1098/rstb.2008.0311. ISSN 0962-8436.
- [4] Overview - Eurostat. *Eurostat: Your key to European statistics* [online]. Luxembourg: European Commission, Eurostat, 2018 [cit. 2018-07-24]. Dostupné z: <http://ec.europa.eu/eurostat/web/waste>
- [5] Konzultace společnosti Puruplast, a.s., 2014.
- [6] DODBIBA, G., SADAHI, J., et al. Sorting techniques for plastics recycling. *The Chinese Journal Process Engineering*. 2006, 6(2), 186-191.
- [7] TAYLOR, J. B. Dry electrostatic separation of granular materials. In: *Conference Record of the 1988 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. IEEE, 1988, 1741-1759. DOI: 10.1109/IAS.1988.25295.
- [8] IUGA, A., et al. Corona-electrostatic separators for recovery of waste non-ferrous metals. *Journal of Electrostatics*. 1989, 23(1), 235-243.
- [9] SAMUILA, A., et al. Electrostatic technologies for materials recovery in high-intensity electric fields. In: *Simpozionul Impactul AQ-ului comunitar asupra echipamentelor si tehnologiilor de mediu, ICPE/UPB*. 2006, 1-14.
- [10] HUSÁK, M. Triboelektrické nanogenerátory-I. *DPS Elektronika od A do Z: Odborný časopis pro vývoj a výrobu v oboru elektroniky*. Liberec: CADware, 2015, 6(2), 12-19. ISSN 1805-5044.
- [11] INCULET, I. I., et al. Tribo-electrification system for electrostatic separation of plastics. In: *Proceedings of 1994 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*. IEEE, 1994, 1397-1399. ISBN 0-7803-1993-1.
- [12] KWETKUS, B. A. Particle triboelectrification and its use in the electrostatic separation process. *Particulate science and technology*. 1998, 16(1), 55-68. DOI: 10.1080/02726359808906784. ISSN 0272-6351.
- [13] DIAZ, A. F., FELIX-NAVARRO, R. M. A semi-quantitative triboelectric series for polymeric materials: the influence of chemical structure and properties. *Journal of Electrostatics*. 2004, 62(4), 277–290. DOI: 10.1016/j.elstat.2004.05.005. ISSN 03043886.

- [14] TILMATINE, A., MEDLES, K., BENDIMERAD, S. E., BOUKHOLDA, F., DASCALESCU, L. Electrostatic separators of particles: Application to plastic/metal, metal/metal and plastic/plastic mixtures. *Waste Management*. 2009, 29(1), 228-232. DOI: 10.1016/j.wasman.2008.06.008. ISSN 0956053X.
- [15] DASCALESCU, L., et al. Charges and forces on conductive particles in roll-type corona-electrostatic separators. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 1995, 31(5), 947-956. DOI: 10.1109/28.464503. ISSN 00939994.
- [16] DASCALESCU, L., TILMATINE, A., AMAN, F., MIHAILESCU, M. Optimization of electrostatic separation processes using response surface modeling. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2004, 40(1), 53-59. DOI: 10.1109/TIA.2003.821812. ISSN 0093-9994.
- [17] TILMATINE, A., MEDLES, K., YOUNES, M., BENDAOU, A., DASCALESCU, L. Roll-type versus free-fall electrostatic separation of tribocharged plastic particles. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2010, 46(4), 1564-1569. DOI: 10.1109/TIA.2010.2049553. ISSN 0093-9994.
- [18] IUGA, A., et al. Removal of Metallic Particles From Acrylonitrile Butadiene Styrene Wastes Using Electrostatic Separation Methods. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2011, 47(1), 322-330. DOI: 10.1109/TIA.2010.2091188. ISSN 0093-9994.
- [19] DAS, S., et al. Separation of Fine Granular Mixtures in S-Plate-Type Electrostatic Separators. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2007, 43(5), 1137-1143. DOI: 10.1109/TIA.2007.904359. ISSN 0093-9994.
- [20] TILMATINE, A., DASCALESCU, L. Set-point identification of a free-fall triboelectrostatic separation process for plastic particles. *International Journal of Environmental Studies*. 2010, 67(1), 27-40. DOI: 10.1080/00207230902883960. ISSN 0020-7233.
- [21] CALIN, L., MIHALCIOIU, A., DAS, S., NEAMTU, V., DRAGAN, C., DASCALESCU, L., IUGA, A. Controlling Particle Trajectory in Free-Fall Electrostatic Separators. *IEEE Transactions on Industry Applications*. 2008, 44(4), 1038-1044. DOI: 10.1109/TIA.2008.926690. ISSN 0093-9994.
- [22] KACEROVSKÝ, J., ŠTARMAN, V., MACH, F., JANSKA, J. Numerical Modeling of Triboelectrostatic Separator and its Experimental Verification. In: *POSTER 2013*. Praha: Czech Technical University in Prague, 2013, "PE13-1"- "PE13-4". ISBN 978-80-01-05242-6.
- [23] KARBAN, P., et al. *Agros2D - Application for solution of physical fields* [online]. Pilsen: University of West Bohemia in Pilsen, c2018 [cit. 2018-07-24]. Dostupné z: <http://www.agros2d.org/>
- [24] KARBAN, P., MACH, F., KŮS, P., PÁNEK, D., DOLEŽEL, I. Numerical solution of coupled problems using code Agros2D. *Computing*. 2013, 95(S1), 381-408. DOI: 10.1007/s00607-013-0294-4. ISSN 0010-485X.

- [25] ŠOLÍN, P., et al. *Hermes - hp-FEM Group* [online]. Reno: University of Nevada, Reno, c2018 [cit. 2018-07-24]. Dostupné z: <http://www.hpfem.org/hermes/>
- [26] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Experimental Study of Triboelectric Separator for Mixture of Plastic Particles. In: *ISTET 2013: International Symposium on Theoretical Electrical Engineering*. Pilsen: University of West Bohemia, 2013, "I-33"- "I-34". ISBN 978-80-261-0246-5.
- [27] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Impact of Humidity on Efficiency of Triboelectric Separator for Mixture of Plastic. In: *CPEE - AMTEE 2013*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013, IV-4. ISBN 978-80-261-0247-2.
- [28] KACEROVSKÝ, J. Experimental Device Based on Triboelectric Separation for Mixture of Plastic Particles. In: *Elektrotechnika a informatika 2013. Část 1., Elektrotechnika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013, 61-64. ISBN 978-80-261-0233-5.
- [29] MACH, F., ADAM, L., KACEROVSKÝ, J., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Evolutionary algorithm-based multi-criteria optimization of triboelectrostatic separator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2014, 270(9583), 134-142. DOI: 10.1016/j.cam.2014.02.009. ISSN 03770427.
- [30] KACEROVSKÝ, J., MACH, F., NIKOLAYEV, D., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Estimation of Charges and Critical Velocity of Plastic Particles in Triboelectric Separator. In: *10th International Conference ELEKTRO 2014*. Žilina: University of Žilina, Faculty of Electrical Engineering, 2014, 575-579. DOI: 10.1109/ELEKTRO.2014.6848963. ISBN 978-1-4799-3721-9.
- [31] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Experimental electrostatic separator for plastic mixture. In: *Proceedings of the Conference on Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering (AMTEE 2015)*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015, VII-4. ISBN 978-80-261-0527-5.
- [32] KACEROVSKÝ, J. Charge estimation of plastic particles in electrostatic separator. In: *Elektrotechnika a informatika 2015. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015, 67-70. ISBN 978-80-261-0514-5.
- [33] MOESNER, F. M., TOSHIRO, H. Contactless Manipulation of Microparts by Electric Field Traps. In: *Proceedings of the SPIE's International Symposium on Microrobotics and Microsystem Fabrication*. Pittsburgh, USA, 1997, 3202, 168-175. DOI: 10.1117/12.298034.
- [34] YANAR, D. K., KWETKUS, B. A. Electrostatic Separation of Polymer Powders. *Journal of Electrostatics*. 1995, 35(2-3), 257-266. DOI: 10.1016/0304-3886(94)00044-W. ISSN 03043886.

- [35] DAVIES, D. K. Charge Generation on Dielectric Surfaces. *Journal of Physics D: Applied Physics*. 1969, 2(11), 1533-1537. DOI: 10.1088/0022-3727/2/11/307. ISSN 00223727.
- [36] WEI, J., REALFF, M. J. Design and Optimization of Free-Fall Electrostatic Separators for Plastics Recycling. *AIChE Journal*. 2003, 49(12), 3138-3149. DOI: 10.1002/aic.690491214. ISSN 00011541.
- [37] ŠOLÍN, P., SEGETH, K., DOLEŽEL, I. *Higher-Order Finite Element Methods*. Boca Raton, Florida: Chapman & Hall/CRC Press, c2004. ISBN 15-848-8438-X.
- [38] ŠOLÍN, P., ČERVENÝ, J., DOLEŽEL, I. Arbitrary-Level Hanging Nodes and Automatic Adaptivity in the *hp*-FEM. *Mathematics and Computers in Simulation*. 2008, 77(1), 117-132. DOI: 10.1016/j.matcom.2007.02.011. ISSN 03784754.
- [39] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P. Experimental electrostatic separator for charged particles of plastic mixture. In: *11th International Conference Elektro 2016: proceedings*. Piscataway: IEEE, 2016, 523-526. DOI: 10.1109/ELEKTRO.2016.7512131. ISBN 978-1-4673-8698-2.
- [40] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P. Experimental two-stage free-fall electrostatic separator of plastic materials. In: *18th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE): /USB proceedings/*. Pilsen: University of West Bohemia, 2017, 1-4.
- [41] SAEKI, M. Triboelectric Separation of Three-Component Plastic Mixture. *Particulate Science and Technology*. 2008, 26(5), 494-506. DOI: 10.1080/02726350802367936. ISSN 0272-6351.
- [42] DEVRIES, P. L., HASBUN, J. E. *A first course in computational physics*. 2nd ed. Sudbury, Mass.: Jones & Bartlett Pub., c2011. ISBN 07-637-7314-X.
- [43] SÜLI, E., MAYERS, D. F. *An Introduction to Numerical Analysis*. New York: Cambridge University Press, 2003. ISBN 978-052-1810-265.
- [44] ISERLES, A. *A first course in the numerical analysis of differential equations*. New York: Cambridge University Press, 1996. Cambridge texts in applied mathematics. ISBN 978-0-521-55655-2.
- [45] BUTCHER, J. C. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, c2008. ISBN 978-0-470-72335-7.
- [46] REDDY, J. N. *An introduction to the finite element method*. 3rd ed. New York, NY: McGraw-Hill Higher Education, c2006. ISBN 0-07-246685-5.
- [47] HAIRER, E., NØRSETT, S. P., WANNER, G. *Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problems*. 2nd rev. ed 1993. Corr. 3rd printing 2008. Berlin: Springer, 1993. ISBN 978-3-540-56670-0.

- [48] Runge–Kutta methods. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2018 [cit. 2018-07-23]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Runge–Kutta\\_methods](https://en.wikipedia.org/wiki/Runge–Kutta_methods)
- [49] FLAHERTY, J. E. Course Notes - Finite Element Analysis: Chapter 8 - Adaptive Finite Element Techniques. In: *Joseph E. Flaherty - Amos Eaton Professor Emeritus, Rensselaer Polytechnic Institute* [online]. Troy, NY: Department of Computer Science, Rensselaer Polytechnic Institute, [2005] [cit. 2018-07-25]. Dostupné z: <http://www.cs.rpi.edu/flaherje/pdf/fea8.pdf>
- [50] Finite element method. In: *Wikipedia: the free encyclopedia* [online]. San Francisco (CA): Wikimedia Foundation, 2018 [cit. 2018-07-29]. Dostupné z: [https://en.wikipedia.org/wiki/Finite\\_element\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Finite_element_method)
- [51] LOGAN, D. L. *A first course in the finite element method* [online]. 5th ed. Stamford, CT: Cengage Learning, c2012 [cit. 2018-07-29]. ISBN 978-0-495-66825-1. Dostupné z: [http://sv.20file.org/up1/658\\_0.pdf](http://sv.20file.org/up1/658_0.pdf)
- [52] KARBAN, P. *Přednáška - Metoda konečných prvků*. Katedra teoretické elektrotechniky, Elektrotechnická fakulta, Západočeská univerzita v Plzni. 2018.
- [53] BABUŠKA, I., FLAHERTY, J. H., HENSHAW, W. D., et al. *Modeling, Mesh Generation, and Adaptive Numerical Methods for Partial Differential Equations*. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Vol. 75. New York: Springer-Verlag, c1995. ISBN 03-879-4542-3.
- [54] BERN, M. W., FLAHERTY, J. E., LUSKIN, M. *Grid Generation and Adaptive Algorithms*. The IMA Volumes in Mathematics and its Applications, Vol. 113. New York: Springer, c1999. ISBN 978-1-4612-7191-8.
- [55] SCHWAB, CH. *P- And Hp- Finite Element Methods: Theory and Applications in Solid and Fluid Mechanics*. New York: Oxford University Press, c1998. ISBN 978-019-8503-903.
- [56] LAKSHMI NARASIAH, G. *Finite Element Analysis*. Hyderabad: BS Publications, c2008. ISBN 978-81-7800-140-1.
- [57] SADIKU, M. N. O. *Numerical Techniques in Electromagnetics*. 2nd ed. Boca Raton: CRC Press, 2000. ISBN 0-8493-1395-3.
- [58] SZABÓ, B., BABUŠKA, I. *Introduction to Finite Element Analysis: Formulation, Verification and Validation*. Hoboken, N.J.: Wiley, 2011. ISBN 978-0-470-97728-6.
- [59] ŠOLÍN, P. *Partial Differential Equations and the Finite Element Method*. Hoboken, N.J.: Wiley-Interscience, c2006. ISBN 978-0-471-72070-6.
- [60] ŠOLÍN, P., ANDRŠ, D., ČERVENÝ, J., et al. PDE-Independent Adaptive *hp*-FEM Based on Hierarchic Extension of Finite Element Spaces. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2010, 233(12), 3086-3094. DOI: 10.1016/j.cam.2009.05.030. ISSN 03770427.

# Seznam publikovaných prací autora

## Publikace související s tématem disertační práce

- [I] KACEROVSKÝ, J., ŠTARMAN, V., MACH, F., JANSKA, J. Numerical Modeling of Triboelectrostatic Separator and its Experimental Verification. In: *POSTER 2013*. Praha: Czech Technical University in Prague, 2013, "PE13-1"- "PE13-4". ISBN 978-80-01-05242-6.
- [II] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Experimental Study of Triboelectric Separator for Mixture of Plastic Particles. In: *ISTET 2013: International Symposium on Theoretical Electrical Engineering*. Pilsen: University of West Bohemia, 2013, "I-33"- "I-34". ISBN 978-80-261-0246-5.
- [III] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Impact of Humidity on Efficiency of Triboelectric Separator for Mixture of Plastic. In: *CPEE - AMTEE 2013*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013, IV-4. ISBN 978-80-261-0247-2.
- [IV] KACEROVSKÝ, J. Experimental Device Based on Triboelectric Separation for Mixture of Plastic Particles. In: *Elektrotechnika a informatika 2013. Část 1., Elektrotechnika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2013, 61-64. ISBN 978-80-261-0233-5.
- [V] MACH, F., ADAM, L., KACEROVSKÝ, J., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Evolutionary algorithm-based multi-criteria optimization of triboelectrostatic separator. *Journal of Computational and Applied Mathematics*. 2014, 270(9583), 134-142. DOI: 10.1016/j.cam.2014.02.009. ISSN 03770427. **Impact Factor: 0.989.**
- [VI] KACEROVSKÝ, J., MACH, F., NIKOLAYEV, D., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Estimation of Charges and Critical Velocity of Plastic Particles in Triboelectric Separator. In: *10th International Conference ELEKTRO 2014*. Žilina: University of Žilina, Faculty of Electrical Engineering, 2014, 575-579. DOI: 10.1109/ELEKTRO.2014.6848963. ISBN 978-1-4799-3721-9.
- [VII] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Experimental electrostatic separator for plastic mixture. In: *Proceedings of the Conference on Advanced Methods of the Theory of Electrical Engineering (AMTEE 2015)*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015, VII-4. ISBN 978-80-261-0527-5.
- [VIII] KACEROVSKÝ, J. Charge estimation of plastic particles in electrostatic separator. In: *Elektrotechnika a informatika 2015. Elektrotechnika, elektronika, elektroenergetika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2015, 67-70. ISBN 978-80-261-0514-5.



- [IX] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P. Experimental electrostatic separator for charged particles of plastic mixture. In: *11th International Conference Elektro 2016: proceedings*. Piscataway: IEEE, 2016, 523-526. DOI: 10.1109/ELEKTRO.2016.7512131. ISBN 978-1-4673-8698-2.
- [X] KACEROVSKÝ, J., BRABEC, J., MACH, F., KARBAN, P. Experimental two-stage free-fall electrostatic separator of plastic materials. In: *18th International Conference Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE): /USB proceedings/*. Pilsen: University of West Bohemia, 2017, 1-4.

## Ostatní publikace a výstupy

- [I] KACEROVSKÝ, J. Návrh elektroinstalace a elektronického zabezpečovacího systému obytného objektu. In: *Elektrotechnika a informatika 2012. Část 1., Elektrotechnika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2012, 45-48. ISBN 978-80-261-0120-8.
- [II] POLCAR, P., KACEROVSKÝ, J. *Elektromechanický aktuátor s magnetickým obvodem uzavřeným přes ferokapalinu [funkční vzorek]*. 2012.
- [III] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., JANSÁ, J., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Comparison of efficiency of electrostatic micro-actuators for precise positioning. In: *Electrical Engineering*. Poznaň: Poznan university of technology, 2013, 29-34. ISSN 1897-0737.
- [IV] ŠTARMAN, V., KACEROVSKÝ, J., JANSÁ, J., KARBAN, P., DOLEŽEL, I. Electrostatic microactuators for precise positioning and comparison of their parameters. In: *COMPUTER APPLICATIONS IN ELECTRICAL ENGINEERING*. Poznaň: Poznan university of technology, 2013, 122-127. ISBN 978-83-7775-322-4. ISSN 1508-4248.
- [V] KACEROVSKÝ, J., KRPAL, O., MACH, F. Measured and Simulated Distributions of Voltage and Temperature along Stator Coils of Synchronous Generator. In: *CPEE 2014*. Žilina: University of Žilina, Faculty of Electrical Engineering, 2014, 58. ISBN 978-80-554-0910-8.
- [VI] KACEROVSKÝ, J., KRPAL, O., MACH, F. Simulation of Voltage and Temperature Distributions in End Part of Windings of Synchronous Generator. In: *Elektrotechnika a informatika 2014. Část 1., Elektrotechnika*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni, 2014, 57-60. ISBN 978-80-261-0367-7.
- [VII] KACEROVSKÝ, J., KRPAL, O., MACH, F. Measured and simulated distributions of voltage and temperature along stator coils of synchronous generator. *Advances in Electrical and Electronic Engineering*. 2015, 13(5), 453-457. ISSN 1336-1376.

# Seznam obrázků

3.1	Složení komunálního odpadu a plastů [2], [4] . . . . .	5
3.2	Princip bubnového separátoru; na základě [14] . . . . .	10
3.3	Bubnový separátor [14] . . . . .	10
3.4	Princip deskového separátoru; na základě [14] . . . . .	11
3.5	Deskový separátor [14] . . . . .	11
4.1	Základní princip a uspořádání free-fall elektrostatického separátoru	13
5.1	Definiční oblast . . . . .	16
5.2	Znázornění silového působení na jednotlivé částice směsi . . . . .	17
5.3	Rozměry a definiční oblast základního návrhu řešeného numerického modelu . . . . .	20
5.4	Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole . . . . .	21
5.5	Rozložení skalárního elektrického potenciálu . . . . .	21
5.6	Ukázka zjemnění diskretizační sítě pomocí $h$ -adaptivity . . . . .	25
5.7	Ukázka zvyšování stupně polynomu pomocí $p$ -adaptivity . . . . .	26
5.8	Ukázka zjemnění diskretizační sítě a zvyšování polynomiálního stupně pomocí $hp$ -adaptivity . . . . .	26
5.9	Vypočtené teoretické trajektorie částic s průměrným elektrickým nábojem $Q = -0,9$ nC . . . . .	27
6.1	Základní rozměry experimentálního jednostupňového separátoru [26]	34
6.2	Uspořádání a 3D model konstrukce experimentálního zařízení jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru . . . . .	35
6.3	Detail uspořádání a 3D model konstrukce triboelektrického nabíječe	36
6.4	Detailní pohled na triboelektrický nabíječ . . . . .	36
6.5	Pohled na celé experimentální zařízení jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru . . . . .	37
6.6	Rozměry a definiční oblast řešeného numerického modelu . . . . .	38
6.7	Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole . . . . .	39
6.8	Rozložení skalárního elektrického potenciálu . . . . .	40
6.9	Rozložení intenzity elektrického pole (červená šipka uprostřed představuje délku úsečky v ose $y$ vedenou mezi elektrodami separátoru od počátku elektrod až na konec elektrod, na níž je poté níže v obrázku 6.10 vyjádřena závislost horizontální složky intenzity elektrického pole) . . . . .	40
6.10	Závislost horizontální složky intenzity elektrického pole na délce úsečky vedené mezi elektrodami jednostupňového separátoru v ose $y$ od počátku elektrod na konec elektrod (viz červená šipka znázorněná v obrázku 6.9) . . . . .	41

6.11	Vypočtené teoretické trajektorie částic (zleva): s hraničním elektrickým nábojem $Q = -0,3 \text{ nC}$ , s průměrným elektrickým nábojem $Q = -0,55 \text{ nC}$ a s druhým hraničním elektrickým nábojem $Q = -0,8 \text{ nC}$ . . . . .	42
6.12	Korekce kamerového záznamu pro trajektorie částic [22] . . . . .	43
6.13	Snímky experimentálního zařízení během experimentu (nabitě částice jsou označeny červenými tečkami) [22] . . . . .	44
6.14	Porovnání vypočtených a naměřených výsledků [22] . . . . .	45
6.15	Vzorek plastových částic HDPE a PMMA [26] . . . . .	46
6.16	Naměřené pozice částic v průběhu experimentu [26] . . . . .	46
6.17	Vliv vlhkosti na čistotu separace [26] . . . . .	47
6.18	Vliv vlhkosti na účinnost separace [26] . . . . .	48
6.19	Závislost teploty $T$ na čase vysoušení [27], [28] . . . . .	50
6.20	Závislost vlhkosti $RH$ na čase vysoušení [27], [28] . . . . .	51
6.21	Vzorek plastových částic HDPE a PET [27], [28] . . . . .	51
6.22	Náhodně vybrané snímky okamžitých poloh PET částic v komoře experimentálního elektrostatického separátoru [30], [32] . . . . .	53
6.23	Vliv korekce na vybrané snímky [30] . . . . .	54
6.24	Porovnání experimentů a výpočtů [30], [32] . . . . .	55
6.25	Rozložení elektrických nábojů v měřeném vzorku [30], [32] . . . . .	56
6.26	ABS částice (vlevo) a TPC částice (vpravo) [39] . . . . .	59
6.27	Náhodně vybrané snímky okamžitých poloh ABS částic (snímek vlevo) a TPC částic (snímek vpravo) v komoře [39] . . . . .	60
6.28	Náhodně vybraný snímek okamžitých poloh částic směsi ABS a TPC v komoře [39] . . . . .	60
7.1	Základní rozměry experimentálního dvoustupňového separátoru [40] . . . . .	62
7.2	Uspořádání a 3D model konstrukce experimentálního dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru . . . . .	63
7.3	Pohled na celé experimentální zařízení dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru . . . . .	64
7.4	Rozměry a definiční oblast řešeného numerického modelu dvoustupňového free-fall elektrostatického separátoru . . . . .	65
7.5	Ekvipotenciální čáry a vektory elektrického pole . . . . .	66
7.6	Rozložení skalárního elektrického potenciálu . . . . .	67
7.7	Rozložení intenzity elektrického pole (červená šipka uprostřed představuje délku úsečky v ose $y$ vedenou mezi elektrodami separátoru od počátku elektrod až na konec elektrod, na níž je poté níže v obrázku 7.8 vyjádřena závislost horizontální složky intenzity elektrického pole) . . . . .	67
7.8	Závislost horizontální složky intenzity elektrického pole na délce úsečky vedené mezi elektrodami dvoustupňového separátoru v ose $y$ od počátku elektrod na konec elektrod (viz červená šipka znázorněná v obrázku 7.7) . . . . .	68

## SEZNAM OBRÁZKŮ

---

7.9	Vypočtené teoretické trajektorie částic (zleva): s hraničním elektrickým nábojem $Q = -0,3 \text{ nC}$ , s průměrným elektrickým nábojem $Q = -0,55 \text{ nC}$ a s druhým hraničním elektrickým nábojem $Q = -0,8 \text{ nC}$ . . . . .	69
7.10	PS částice (vlevo) a PVC částice (vpravo) . . . . .	72
7.11	POM částice (vlevo) a ABS částice (vpravo) . . . . .	72
7.12	PET částice (vlevo) a HDPE částice (vpravo) . . . . .	72

# Seznam tabulek

3.1	Průměrné ceny drti jednotlivých plastů po vyseparování [5] . . . . .	7
5.1	Butcherova tabulka [48] . . . . .	29
5.2	Hranice [45], [48] . . . . .	30
5.3	Butcherova tabulka metody RK4 [43], [48] . . . . .	30
5.4	Butcherova tabulka rozšířená o hodnoty $b_i^*$ [48] . . . . .	31
5.5	Butcherova tabulka pro metodu Runge-Kutta-Fehlberg [47], [48] .	31
5.6	Butcherova tabulka pro implicitní metodu Runge-Kutta [43], [48] .	32
6.1	Množství částic v jednotlivých koších [22] . . . . .	44
6.2	Parametry částic použitého plastového vzorku směsi [26] . . . . .	45
6.3	Výsledky separace směsi skládající se z HDPE/PMMA částic [26]	47
6.4	Vliv vlhkosti na čistotu a účinnost separace [26] . . . . .	47
6.5	Celkové výsledky separace po vysoušení [26] . . . . .	48
6.6	Výsledky experimentů s nesmíchanými 100 g HDPE částicemi a 100 g PMMA částicemi [26] . . . . .	48
6.7	Výsledky separace směsi HDPE/PMMA [27], [28] . . . . .	49
6.8	Vliv vlhkosti na výsledky separace směsi HDPE/PMMA [27], [28]	50
6.9	Výsledky separace průmyslové směsi HDPE/PET [27], [28] . . . . .	51
6.10	Výsledné množství PET částic v jednotlivých koších [30], [32] . .	54
6.11	Konečná množství jednotlivých materiálů plastových částic v jed- notlivých koších a střední průměry částic [39] . . . . .	58
6.12	Plastové materiály a jejich polarizace elektrických nábojů $Q$ získa- ných triboelektrickým nabíjením [31], [39] . . . . .	58
6.13	Výsledky separace výše uvedené směsi plastových částic [31], [39]	59
7.1	Průměrné výsledky účinnosti a čistoty plastových směsí experi- mentálního jednostupňového free-fall elektrostatického separátoru [40] . . . . .	71
7.2	Průměrné výsledky účinnosti a čistoty vybraných plastových směsí experimentálního dvoustupňového free-fall elektrostatického sepa- rátoru [40] . . . . .	73