

## 2D - modelování reálné tekutiny s volnou hladinou s vlivem povrchového napětí pomocí lattice Boltzmannovy metody

Iveta Študentová<sup>1</sup>

### 1 Úvod

Následující příspěvek se zabývá modelováním pohybu tekutiny s volnou hladinou pomocí lattice Boltzmannovy metody (LBM). Tato poměrně nová metoda slouží k numerickému výpočtu a modelování dynamiky tekutin (CFD).

### 2 Princip lattice Boltzmannovy metody

Lattice Boltzmannova metoda byla odvozena ze dvou rozdílných přístupů, a to z principu buněčných automatů LGCA, viz Succi (2000), které popisují pohyb tekutiny z pohledu jednotlivých částic, a dále pak z diskretizace spojitě Boltzmannovy rovnice, která tekutinu popisuje jako spojitě kontinuum.

Princip metody spočívá v tom, že výpočtová oblast je rozdělena pomocí výpočtové sítě na jednotlivé buňky a chování proudící tekutiny je modelováno pomocí myšlených částic, které se nacházejí v jednotlivých bodech mřížky a pohybují se po ní pouze určitými směry. Pohyb myšlené částice popisuje pravděpodobnostní distribuční funkce, která popisuje pravděpodobnost výskytu částice v daném místě  $\mathbf{x}$  a čase  $t$  pohybující se určitou rychlostí  $\mathbf{e}_\alpha$  ( $\alpha$  popisuje směr rychlosti částice). Průběh chování modelované tekutiny popisuje vývojová rovnice:

$$f_\alpha(\mathbf{x} + \mathbf{e}_\alpha \delta t, t + \delta t) = f_\alpha(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau} [f_\alpha(\mathbf{x}, t) - f_\alpha^{eq}(\mathbf{x}, t)], \quad (1)$$

kde  $\delta t$  je časový krok,  $\tau$  je relaxační parametr a  $f$ , resp.  $f^{eq}$ , označují nerovnovážnou a rovnovážnou distribuční funkci. Nerovnovážná distribuční funkce vyjadřuje malou výchylku distribuční funkce ze svého rovnovážného stavu a relaxační parametr popisuje dobu, za kterou se tato vychýlená funkce vrátí zpět do rovnováhy. Výpočet vývojové rovnice probíhá ve dvou krocích - kolize a propagace. V kolizním kroku dochází ke srážce distribučních funkcí a výpočtu nových, postkolizních distribučních funkcí. V propagačním kroku jsou tyto nové funkce přesouvány do nejbližších sousedních bodů ve výpočtové síti.

### 3 Volná hladina s působením povrchového napětí

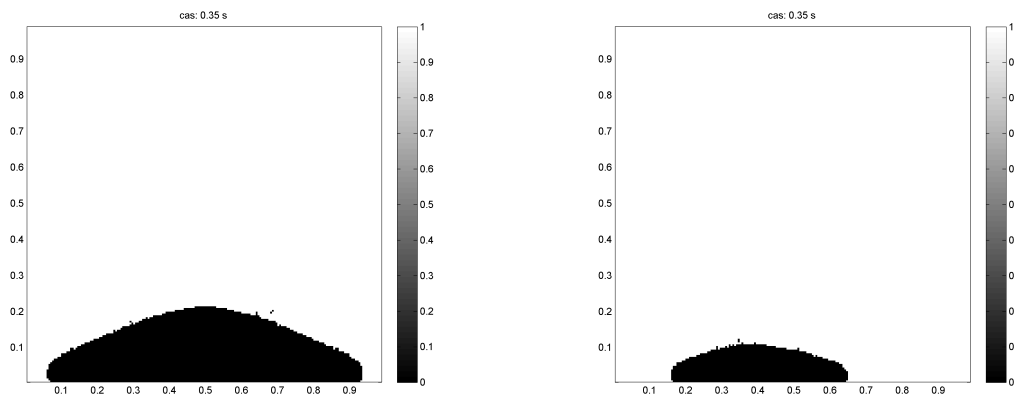
Při modelování proudění s volnou hladinou neboli dvoufázového proudění (kapalina-plyn) je zavedeno rozlišování typu buněk, a to na buňky plné (zcela zaplněné kapalinou), buňky prázdné (obsahující pouze plyn) a buňky na rozhraní, které jsou z části zaplněné kapalinou a z části plynem a tvoří uzavřenou vrstvu mezi kapalinou a plynem. Výpočet se pak zaměřuje pouze na buňky obsahující kapalinu, tedy plné buňky a buňky s rozhraním. Toto lze udělat za předpokladu, že hustota plynu je mnohem menší než hustota kapaliny a tudíž pohyb plynu

<sup>1</sup> studentka navazujícího studijního programu Počítačové modelování v inženýrství, obor Dynamika konstrukcí a mechatronika, e-mail: istudent@students.zcu.cz

kopíruje na rozhraní pohyb kapaliny, Körner et al. (2005). Na rozhraní byla dále aplikována okrajová podmínka vyjadřující působení povrchového napětí na volný povrch kapaliny.

## 4 Numerické výsledky

Numerické výsledky byly získány implementací LB metody ve výpočtovém softwaru MATLAB. Na následujících obrázcích je znázorněn časový průběh pádu kulaté kapky vody o poloměru  $0.2\text{ m}$  na pevné rovné dno, konkrétně v čase  $0.35\text{ s}$ . Výpočet simulace byl proveden jak pro případ tekutiny bez uvažovaného povrchového napětí, tak pro tekutinu s vlivem povrchového napětí.



**Obrázek 1:** Výsledky modelu vypočteného bez uvažování vlivu povrchového napětí. **Obrázek 2:** Výsledky modelu vypočteného s uvažováním povrchového napětí.

## 5 Závěr

Modelování proudění pomocí LBM má široké spektrum využití ať už v průmyslu nebo v lékařství. Metoda je stále více populární, a to především díky její výpočetní efektivitě, jednoduchosti implementace algoritmu a snadné paralelizaci. Díky charakteru metody, kdy je průběh proudění vypočítáván přes kolize částic, lze metodu lehce rozšiřovat o různé fyzikální jevy, jako je přenos tepla či vícefázové proudění vč. pohybu kapek a bublin, pouze úpravou kolizních procesů. Stabilita metody je omezena viskozitou modelované tekutiny. Nižší viskozita znamená menší stabilitu metody, což se řeší aplikací MRT modelu, který byl v této práci použit, turbulentním modelem (např. LES), zmenšením časového kroku či zjemněním výpočtové sítě.

## Literatura

Körner, C., Thies, M., Hofmann, T., Thürey, N. and Rüde, U., 2005. *Lattice boltzmann model for free surface flow for modeling foaming*, *Journal of Statistical Physics* Vol. 121. pp 179-196.

Succi, S., 2001. *The lattice boltzmann equation for fluid dynamics and beyond*. Oxford University Press, Oxford.