

**ZÁPADOČESKÁ UNIVERZITA V PLZNI**

**FAKULTA EKONOMICKÁ**

Diplomová práce

**Využití SW Mathematica k analýze kapitálových trhů**

**The use of SW Mathematica for capital market analysis**

Bc. Ladislav Velek

Plzeň 2014

## **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že jsem diplomovou práci na téma

*„Využití SW Mathematica k analýze kapitálových trhů“*

vypracoval samostatně pod odborným dohledem vedoucího diplomové práce za použití pramenů uvedených v příložené bibliografii.

V Plzni, dne 21. dubna 2014

.....

podpis autora

## **Poděkování**

Na tomto místě bych chtěl vyjádřit poděkování vedoucímu mé diplomové práce panu RNDr. Mikuláši Gangurovi, Ph.D. za jeho vstřícný přístup a cenné odborné rady, kterými přispěl k vypracování této diplomové práce.

## OBSAH

Úvod.....	- 7 -
<b>1. Teoretické poznatky z oblasti kapitálových trhů .....</b>	<b>- 9 -</b>
1.1. Finanční trh.....	- 9 -
1.2. Kapitálový trh .....	- 10 -
1.3. Investiční nástroje kapitálového trhu .....	- 12 -
1.3.1. Obligace.....	- 14 -
1.3.2. Akcie .....	- 18 -
1.3.3. Finanční deriváty.....	- 20 -
1.4. Faktory finančních investic.....	- 21 -
<b>2. Možnosti SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu .....</b>	<b>- 23 -</b>
2.1. Vznik a charakteristika SW Mathematica .....	- 23 -
2.2. Oceňování nástrojů kapitálového trhu.....	- 23 -
2.2.1. Oceňování obligací.....	- 23 -
2.2.2. Oceňování finančních derivátů .....	- 26 -
2.3. Finanční a ekonomická data .....	- 28 -
2.4. Finanční vizualizace .....	- 30 -
2.5. Finanční indikátory .....	- 35 -
2.6. Práce s externími daty .....	- 37 -
<b>3. Konstrukce arbitrážního portfolia obligací v SW Mathematica .....</b>	<b>- 39 -</b>
3.1. Model konstrukce arbitrážního portfolia dle kritéria spotových výnosů ....	- 39 -
3.2. Model konstrukce arbitrážního portfolia obligací pomocí LP .....	- 43 -
3.3. Implementace modelu v SW Mathematica.....	- 44 -
<b>4. Aplikace modelu na reálná finanční data .....</b>	<b>- 48 -</b>
4.1. Popis dat a jejich zpracování v SW Mathematica.....	- 48 -
4.2. Aplikace modelu s přípuštěním krátkého prodeje obligací .....	- 50 -
4.2.1. Úprava vstupních dat.....	- 50 -
4.2.2. Provedení optimalizace .....	- 52 -
4.2.3. Verifikace modelu .....	- 57 -
4.2.4. Praktické využití modelu .....	- 60 -

4.3.	Aplikace modelu na existující portfolio obligací .....	- 63 -
4.3.1.	Úprava vstupních dat.....	- 64 -
4.3.2.	Provedení optimalizace .....	- 65 -
4.3.3.	Vícenásobná optimalizace .....	- 66 -
4.3.4.	Verifikace modelu .....	- 69 -
4.3.5.	Praktické využití modelu .....	- 72 -
<b>Závěr</b> .....		<b>- 75 -</b>
<b>Seznam obrázků</b> .....		<b>- 78 -</b>
<b>Seznam tabulek</b> .....		<b>- 80 -</b>
<b>Seznam použitých symbolů a zkratk</b> .....		<b>- 81 -</b>
<b>Seznam použité literatury</b> .....		<b>- 82 -</b>
<b>Seznam příloh</b> .....		<b>- 85 -</b>

## Úvod

Fungující kapitálový trh, který umožňuje přebytkovým ekonomickým subjektům svobodně investovat volný finanční kapitál a deficitním subjektům tento kapitál svobodně poptávat prostřednictvím nástrojů kapitálového trhu, představuje důležitou součást tržní ekonomiky. Obchodované nástroje jsou velmi přitažlivou investiční příležitostí pro jejich vysokou likviditu a vysoký potenciální výnos, který je ovšem spojený také s vysokým rizikem. Tyto charakteristiky jsou hlavním důvodem, proč jednotliví účastníci kapitálového trhu investují značné úsilí k analýze obchodovaných nástrojů, aby v každém okamžiku optimalizovali všechna tři zmíněná kritéria podle svých individuálních preferencí.

K analýze nástrojů kapitálového trhu se využívají specializované softwarové produkty a lze mezi ně zařadit i SW Mathematica, sofistikovaný nástroj určený především pro pokročilé matematické výpočty, který je velmi ceněný a hojně využívaný světovou odbornou veřejností napříč vědními disciplínami, včetně finančnictví.

Základním cílem, který sleduje tato práce, je zhodnocení možností SW Mathematica k analýze nástrojů kapitálového trhu. Na základě hlavního cíle jsou odvozeny následující dílčí cíle práce:

- vysvětlení základních principů fungování kapitálového trhu a vymezení používané terminologie;
- prozkoumání možností SW Mathematica umožňujících analýzu ukazatelů nástrojů kapitálového trhu;
- návrh a implementace modelu pro optimalizaci portfolia obligací z hlediska arbitráže v SW Mathematica;
- analýza vybraných reálných finančních dat prostřednictvím navrženého modelu.

Struktura práce kopíruje uvedené dílčí cíle práce, podle kterých je členěna do jednotlivých kapitol a podkapitol.

V první kapitole jsou definovány vybrané pojmy z oblasti kapitálových trhů. Nejdříve je kapitálový trh vymezen ve vztahu k finančnímu trhu a jsou popsány jeho základní charakteristiky. Dále jsou specifikovány tradiční nástroje kapitálového trhu, kterými jsou obligace, akcie a finanční deriváty.

V úvodu druhé kapitoly je představen softwarový produkt Mathematica společnosti Wolfram, Inc. Poté jsou komplexně zkoumány možnosti SW Mathematica pro analýzu ukazatelů nástrojů kapitálového trhu. Pozornost je věnována zejména možnostem SW Mathematica pro práci s finančními daty, specializovaným funkcím pro analýzu finančních nástrojů, finančním indikátorům a finanční vizualizaci.

Třetí kapitola se zabývá problematikou konstrukce portfolia obligací z hlediska realizace arbitrážního zisku. V této kapitole jsou popsány 2 přístupy ke konstrukci arbitrážního portfolia obligací – model konstrukce podle kritéria spotových výnosů a model s využitím lineárního programování, jenž je následně implementován pomocí optimalizačních funkcí, kterými disponuje SW Mathematica.

Obsahem čtvrté kapitoly je aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže s využitím lineárního programování na vybraná reálná finanční data. Po počátečním popisu dat a návrhu jejich zpracování v SW Mathematica se tato kapitola člení do 2 ucelených částí. V první části je realizována aplikace modelu na tržní data s připuštěním krátkého prodeje obligací. Druhá část se zabývá aplikací modelu na existující portfolio obligací a také možnostmi realizace opakovaného arbitrážního zisku. Obě části zahrnují zpracování dat, aplikaci navrženého modelu, interpretaci získaných výsledků, verifikaci modelu a diskuzi praktického využití.

Závěr práce se věnuje finálnímu zhodnocení možností SW Mathematica k analýze kapitálových trhů, možnostem konstrukce arbitrážního portfolia obligací s využitím SW Mathematica a doporučením pro další analýzu.

## 1. Teoretické poznatky z oblasti kapitálových trhů

Cílem této kapitoly je vymezit základní pojmy z oblasti kapitálového trhu a objasnit principy jeho fungování ve vztahu k vybraným finančním nástrojům, se kterými se lze na kapitálovém trhu setkat.

### 1.1. Finanční trh

Ačkoliv náplní práce je zkoumat kapitálový trh a jeho nástroje, je vhodné pro správné pochopení postavení, které kapitálový trh zaujímá v ekonomice jako celku, nejdříve vymezit pojem finančního trhu, jehož je kapitálový trh podmnožinou.

Finanční trh je vedle trhu zboží a služeb a trhu výrobních faktorů považován za základní součást tržního mechanismu, přičemž všechny tři zmíněné tržní systémy se vzájemně podmiňují, ovlivňují a doplňují. Role finančního trhu spočívá v zajištění neustálého pohybu finančního kapitálu od přebytkových subjektů k deficitním subjektům, které dokážou kapitál využít nejefektivněji (tzn., že jsou ochotny zaplatit nejvyšší rizikově očištěnou cenu za získání finančního kapitálu).[1, s. 10][3, s. 95]

Vymezení struktury finančního trhu není jednoznačnou záležitostí, jelikož zahrnuje trh úvěrů a trh cenných papírů, které fungují na odlišných principech a o jejichž charakteru velmi silně rozhoduje také faktor času. Navíc hranice mezi jednotlivými segmenty finančního trhu jsou v různých zemích odlišné a stále méně zřetelné, viz následující důvody [3, s. 97]:

- konkrétní podoba finančního trhu v jednotlivých zemích je determinována řadou různorodých faktorů (např. historických, politických, právních);
- dochází stále větší měrou k prolínání jednotlivých segmentů finančního trhu, vznikají nové produkty, jejichž charakteristiky nedovolují jednoznačné zařazení;
- dochází ke globalizaci finančních trhů.

Tradičně se používá vymezení finančního trhu z hlediska faktoru času, který stanovuje hranici mezi jeho jednotlivými segmenty na základě doby do splatnosti jednotlivých obchodů a dělí finanční trh na [1, s. 19][3, s. 98]:

- **Peněžní trh**, který zajišťuje pohyb různých forem krátkodobého finančního kapitálu se splatností do jednoho roku;



- **Kapitálový trh**, na kterém se obchoduje finanční kapitál dlouhodobého charakteru se splatností delší než jeden rok;
- **Úvěrový trh**, kde se obchodují krátkodobé a dlouhodobé pohledávky (tento segment často nebývá v odborné literatuře rozlišen, užší vymezení finančního trhu pak rozlišuje jen trh peněžní a kapitálový).

Dalším významným kritériem pro členění finančního trhu, resp. jeho segmentů, je členění na trhy primární a sekundární. Na primárním trhu dochází k prvotnímu prodeji nově emitovaných finančních nástrojů, čímž emitent získává finanční kapitál a zároveň se zavazuje splnit určité podmínky, naopak investor kapitál poskytuje a získává určitá práva. Na sekundárním trhu potom dochází k obchodům s nástroji již dříve emitovanými, z čehož vyplývá, že investoři mohou s finančními nástroji zakoupenými na primárním trhu dále obchodovat, aniž by to ovlivňovalo prvotního emitenta. Význam sekundárního trhu tak spočívá v tom, že umožňuje investorům získat v případě potřeby investovaný kapitál před splatností finančního nástroje (sekundární trh zvyšuje likviditu finančních nástrojů) a v tom, že na základě interakce nabídky a poptávky určuje cenu daného nástroje, která je vodítkem pro stanovení cen na primárním trhu. [3, s. 99]

## 1.2. Kapitálový trh

Kapitálový trh lze vůči finančnímu trhu vymezit jako systém institucí a nástrojů zabezpečující pohyb střednědobého a dlouhodobého finančního kapitálu (tj. kapitálu se splatností delší než 1 rok) mezi ekonomickými subjekty prostřednictvím různých forem investičních finančních nástrojů na základě interakce nabídky a poptávky. [3, s. 101]

Na kapitálovém trhu operují dvě skupiny ekonomických subjektů. První skupina je tvořena investory, kteří v dlouhodobém časovém horizontu disponují volným finančním kapitálem a přicházejí na kapitálový trh proto, aby svůj kapitál prostřednictvím investic do finančních nástrojů zhodnotili. Naopak druhou skupinu tvoří emitenti, kteří mají finančního kapitálu nedostatek a snaží se jej překonat získáním kapitálu od skupiny tvořené investory prostřednictvím emise investičních finančních nástrojů. Základním úkolem kapitálového trhu je potom umožnit spojení těchto dvou skupin a vytvořit bezpečný, transparentní a efektivní přesun finančního kapitálu mezi nimi tak, aby byly naplněny jejich zájmy i zájmy tržní ekonomiky jako celku.[1, s. 12]

V roli investorů vystupují především investiční a penzijní fondy, banky, pojišťovny, domácnosti a i velké nefinanční firmy. Hlavním motivem investorů na kapitálovém trhu je docílit vyššího zhodnocení investovaného kapitálu např. v porovnání s peněžním trhem, neboť s délkou splatnosti investovaného kapitálu obvykle roste i výnos.[3, s.101]

V pozici emitentů, neboli těch, kteří si na kapitálovém trhu půjčují, stojí nejčastěji stát spolu s dalšími institucemi veřejného sektoru, banky či jiné finanční instituce a velké nefinanční podniky. Motivem emitentů je snaha získat dlouhodobý kapitál na realizaci svého investičního rozvoje. [3, s. 101]

Obchody na kapitálovém trhu jsou realizovány dvojitým způsobem, a to prostřednictvím burzy cenných papírů nebo prostřednictvím mimoburzovního trhu.

**Burzovní trh** zajišťuje burza cenných papírů, kterou lze vymezit jako „*zvláštním způsobem organizované přímé či nepřímé (prostřednictvím počítačů) shromáždění osob, které se koná pravidelně v určenou dobu a obchoduje se na ní s cennými papíry podle platných pravidel a burzovních předpisů.*“ [3, s. 288]

S rozvojem tržní ekonomiky se burza cenných papírů stala jednou z nejvýznamnějších institucí tržní ekonomiky. Burza cenných papírů plní následující funkce [3, s. 288]:

- **Obchodní** – burza umožňuje vlastníkům volného finančního kapitálu realizovat investice do cenných papírů (CP) a současně jim zajišťuje transformaci finančních investic v likvidní prostředky;
- **Alokační** – burza má alokační funkci v případě, že jsou prostřednictvím burzy emitovány cenné papíry, tzn. burzovní trh má charakter nejen sekundárního trhu, ale i primárního trhu;
- **Cenotvorná** – vyrovnáváním nabídky a poptávky přispívá burza k oceňování finančního kapitálu;
- **Spekulační** – burzy umožňují burzovním podnikatelům, neboli spekulantům, vykonávat podnikatelskou činnost založenou na odhadování pohybu cen CP ve snaze využít spekulací ve svůj prospěch. Spekulanti neustále nakupují a prodávají, čímž zvyšují obrat trhu a spolu s obratem se zvyšuje i likvidita trhu.

Největší světovou burzou CP, co do hodnoty tržní kapitalizace burzy (tj. celkové tržní hodnoty všech obchodovaných nástrojů), je v současnosti New York Stock Exchange, jejíž tržní kapitalizace k 11. 4. 2014 činila 16 613,0 miliard dolarů. [15] Mezi nejvýznamnější světové burzy se dále řadí London Stock Exchange, Tokyo Stock

Exchange, panevropská burza CP Euronext či největší světový ryze elektronický burzovní trh NASDAQ se sídlem v New Yorku. V ČR zajišťuje burzovní trh Burza cenných papírů Praha a. s.

**Mimoburzovní trh** (*Over-The-Counter, OTC*) může probíhat prostřednictvím určitého subjektu, který obchody organizuje, jedná se potom o organizovaný mimoburzovní trh. Nebo může být uskutečňován přímo mezi bankami a dalšími finančními zprostředkovateli, což je neorganizovaný mimoburzovní trh.

Příkladem organizovaného mimoburzovního trhu v ČR je RM-Systém, elektronický obchodní systém zaměřený na drobnější investory, který umožňuje zaregistrovaným zákazníkům přímý vstup na sekundární trh s CP.

### **1.3. Investiční nástroje kapitálového trhu**

Finanční investiční nástroje kapitálového trhu jsou reprezentovány cennými papíry a finančními deriváty. [3, s. 209]

**Cenné papíry** ztělesňují právní nárok majitele vůči emitentovi, přičemž tento právní nárok je s cenným papírem úzce spojen, tzn. pokud není právní nárok cenným papírem doložen, pak nemůže být uplatněn. [3, s. 209]

Cenné papíry představují klasický nástroj finančního investování a v tradiční podobě se skládají ze dvou částí. Z pláště, který ztělesňuje věřitelská nebo majetková práva, a z kupónového archu s talónem, který slouží k inkasu důchodů prostřednictvím kupónů. Talón opravňuje k vyzvednutí nového kupónového archu po vyčerpání kupónů z původního archu. [3, s. 210]

Cennými papíry kapitálového trhu jsou pohledávky nebo podíly a lze je členit podle různých hledisek. Následující členění CP je zpracováno na základě literatury [3, s. 210].

Z hlediska práva, které CP ztělesňuje, se rozlišují:

- **Dluhové CP** dokládající zapůjčení peněžních prostředků investorem, který jejich zakoupením získá právo na předem stanovený úrok, jakož i na navrácení zapůjčené částky za předem stanovených podmínek (např. obligace); [9, s. 92]
- **Majetkové CP**, jejichž zakoupení znamená majetkový vstup investora do společnosti, která je vydala (např. akcie).

Podle charakteru důchodů se CP člení:

- **CP s pevným úročením**, kdy je emitent povinen v pravidelných intervalech platit peněžní částky, k nimž se v CP zavázal;
- **CP s proměnlivým úročením**, u nichž se pravidelné platby úroků přizpůsobují aktuální tržní úrokové míře;
- **CP s nulovými platbami**, u kterých je výnos dosažen jako rozdíl mezi emisním a umořovacím kursem;
- **CP s proměnlivým výnosem**, kde jsou platby z nich plynoucí závislé na výsledku hospodaření emitenta.

Z hlediska převoditelnosti se rozlišují tyto druhy CP:

- **CP na doručitele (au porteur)**, za jejichž majitele je považován ten, kdo CP předloží, a proto zaručují nevyšší stupeň převoditelnosti, jelikož převod vlastnictví se uskutečňuje pouhým předáním CP;
- **CP na řad (order papíry)**, na kterých je vyznačeno jméno oprávněné osoby (nebo název firmy) s doložkou na řad a změna majitele se realizuje zvláštním písemným prohlášením;
- **CP na jméno (au nom)**, na nichž je vyznačeno jméno oprávněné osoby (nebo název firmy) a převod vlastnictví se uskutečňuje cesí (postoupením), přičemž je třeba o této skutečnosti uvědomit (popř. získat povolení) emitenta.

**Finanční deriváty** jsou odvozeny od bazických nástrojů (CP, devizy, akciové indexy, drahé kovy) a představují právo či povinnost na nákup nebo prodej určitého bazického instrumentu. Ceny kontraktů finančních derivátů jsou odvozeny od cen bazických instrumentů. Základní druhy finančních derivátů jsou opce, futures, forwardy a swapové obchody. [3, s. 210 - 211]

Následující podkapitoly se věnují třem základním typům investičních nástrojů kapitálového trhu, kterými jsou obligace, akcie a finanční deriváty. [2, s. 5]

### 1.3.1. Obligace

Obligace (dlouhodobé dluhopisy, *Bonds*) se kterými se obchoduje na kapitálovém trhu, jsou dluhové cenné papíry dlouhodobého charakteru, jejichž emisí si emitent (dlužník) opatřuje úvěrový kapitál od investora (věřitele). Svému držiteli poskytují obligace právo na splacení dlužné částky jejím emitentem a popřípadě i další práva plynoucí z emisních podmínek obligace. [2, s. 7] [3, s. 239]

Náležitosti obligace mají zákonem definovanou podobu, v ČR řeší tuto problematiku zákon č. 190/2004 Sb. o dluhopisech. Podle § 6 tohoto zákona musejí obligace splňovat uvedené náležitosti:

- údaje nutné k jednoznačné identifikaci emitenta;
- označení, že jde o dluhopis, popřípadě označení zvláštního druhu dluhopisu;
- identifikační označení dluhopisu;
- jmenovitou hodnotu jako dlužnou částku;
- údaj o tom, kde se lze seznámit s emisními podmínkami;
- výnos dluhopisu nebo způsob jeho určení;
- datum emise;
- způsob a místo splacení dlužné částky a vyplacení výnosu dluhopisu;
- data splatnosti dluhopisu a výnosu dluhopisu;
- číselné označení dluhopisu;
- údaje nutné k jednoznačné identifikaci prvního vlastníka a podpis emitenta.

Na základě zmíněných náležitostí lze odvodit následující parametry, kterými je obligace určena [6]:

- **Nominální hodnota** (*Face value*) – částka uvedená na čelní straně obligace, po celou dobu platnosti obligace je neměnná;
- **Doba do splatnosti** (*Maturity*) – datum, ke kterému bude obligace splacena;
- **Splatná částka** (*Redemption value*) – částka, která má být splacena majiteli obligace k datu splatnosti obligace;
- **Kuponová sazba** (*Coupon rate*) – relativní vyjádření velikosti úroku vůči nominální hodnotě plynoucího majiteli obligace, tzv. kuponu;
- **Interval kupónů** (*Coupon interval*) – časový interval, ve kterém jsou vypláceny kupony (obvykle pololetně nebo ročně).

Pro určení vnitřní (teoretické) hodnoty obligace je třeba ještě znát tržní úrokovou míru. Potom lze vnitřní hodnotu obligace určit jako hodnotu budoucích kuponů a splatné částky diskontovanou tržní úrokovou mírou. Tržní cena obligace se však utváří na základě střetu nabídky a poptávky a je dána kursem obligace jako procento z nominální hodnoty obligace. [3, s. 240]

Majitele obligace však spíše než cena zajímá výnos z obligace, tzv. **výnos do doby splatnosti** (*Yield to maturity, YTM*). Jedná se o výnosové procento vyjadřující průměrný výnos, který získá investor, bude-li obligaci držet až do doby splatnosti. [3, s. 242]

Obligace jsou emitovány různými ekonomickými subjekty za různým účelem a podle charakteru emitenta se obligace liší v rizikovosti a likviditě. Z hlediska emitentů se rozlišují následující typy obligací [3, s. 239 - 240] [9, s. 250]:

- **Obligace veřejného sektoru** jsou emitovány vládou a dalšími orgány veřejné správy, které si jejich prostřednictvím opatřují finanční prostředky především pro financování rozpočtových deficitů a financování investic. Státní dluhopisy jsou vysoce likvidními obligacemi s nejnižším rizikem vůbec (např. britské UK Gilts nebo T-Notes, vydávané vládou USA).
- **Bankovní obligace** jsou emitovány bankami s cílem získat finanční prostředky především pro úvěrování jiných subjektů. Tyto obligace jsou s ohledem na existenci bankovní regulace a dohled centrální banky poměrně bezpečné a likvidní;
- **Obligace korporací** emitované podnikovým sektorem slouží především k financování investičního rozvoje podniků. Obligace tohoto typu jsou všeobecně považovány za nejrizikovější, jelikož jsou závislé na solventnosti společnosti, jež je emitovala. Z uvedeného důvodu jsou nejméně rizikové a nejvíce likvidní obligace emitované velkými renomovanými korporacemi.

Konkrétních typů obligací existuje velké množství, neboť se mohou odlišovat v celé řadě parametrů, následující členění je zpracováno na základě literatury [9, s. 232-241].

Podle doby do splatnosti (životnosti obligace):

- **Věčné obligace (konzole)** – bez stanovené doby splatnosti;
- **Obligace s termínem splatnosti** – mohou se dále rozlišovat na krátkodobé (s dobou do splatnosti 1 až 5 let), střednědobé (5 až 10 let) a dlouhodobé (více než 10 let).

Podle výnosů (kuponů) plynoucích z držení obligace:

- **Kuponové obligace** – poskytují držiteli právo inkasovat v pravidelných intervalech úrokové splátky v podobě tzv. kuponů, přičemž podle způsobu stanovení kuponových plateb se mohou dále rozlišovat:
  - **Obligace s pevným kuponem** (*Straight bonds*), které mají fixní velikost kuponu po celou dobu životnosti;
  - **Obligace s pohyblivým kuponem** (*Floating rate bonds*), u nichž je výše kuponových plateb vázána na referenční úrokové sazbě;
  - další typy speciálních kuponových obligací viz [9, s. 234-235].
- **Bez kuponové obligace** (*Zero Bonds*) – obligace emitované s diskontem, tzn., že jsou na primárním trhu prodávány za nižší cenu, než je jejich nominální hodnota. Počáteční sleva (diskont) u těchto obligací nahrazuje kuponové platby.
- **Svlečené obligace** (*Strip bonds*) – jsou zvláštním typem bezkuponových obligací, u nichž jsou kupony už při své emisi prodávány odděleně od těla obligace.

Podle způsobu splacení jistiny (nominální hodnoty):

- **Obligace s jednorázovým splacením jistiny** – jedná se o obligace s pevně stanoveným termínem splatnosti;
- **Obligace s neumořitelnou jistinou** – věčné obligace bez stanovené doby do splatnosti;
- **Obligace s postupným umořováním jistiny** – na základě přesně stanoveného umořovacího plánu.

Z hlediska zajištění finančních nároků držitele obligace:

- **Nezajištěné obligace** (*Unsecured bonds*) – neobsahují zajišťovací mechanismy, které chrání držitele obligace proti případnému neplnění závazků ze strany emitenta, jedná se o většinu obligací na kapitálovém trhu;
- **Zajištěné obligace** (*Secured bonds*) – mají zabudovány zajišťovací mechanismy:
  - **Obligace s přednostním právem na vyplacení** (*Prior-lien bonds*), jejichž vyplacení má přednost před všemi ostatními obligacemi emitovanými danou společností;
  - **Hypoteční obligace** (*Real estate bonds*) jsou zajištěny hypotékou nebo zástavou nemovitostí;

- **Prioritní obligace** (*Senior bonds*) mají přednostní právo na majetkový podíl při případné likvidaci dlužníka, opakem jsou potom **podřízené obligace** (*Junior bonds*).

Z hlediska zvláštních práv emitenta obligace:

- **Vypověditelné obligace** (*Callable bonds*) – právo emitenta na předčasné odkoupení (splacení) obligace než je uvedené datum splatnosti;
- **Příjmové obligace** (*Income bonds*) – emitent nemusí vyplácet stanovené kupony, o nevyplacené kupony potom roste dluh emitenta;

Z hlediska zvláštních práv držitele obligace:

- **Konvertibilní obligace** (*Convertible bonds*) – právo držitele na výměnu obligací za určitý počet akcií při splnění předem stanovených podmínek;
- **Obligace s hlasovacím právem** (*Voting bonds*) – obligace s právem podílet se na řízení společnosti;
- Dalším typem zvláštních práv může být možnost výměny za jiné obligace, obligace s právem na odprodej emitentovi a další, viz [9, s. 239].

Z hlediska měny denominace a státu emise:

- **Tuzemské obligace** (*Domestic bonds*) – obligace emitované rezidenty na domácím kapitálovém trhu v domácí měně;
- **Zahraniční obligace** (*Foreign bonds*) – obligace emitované nerezidenty na domácím trhu v domácí měně, nejčastěji v zemích s celosvětově uznávanými měnami, kde se pro ně vžily některé standardní názvy:
  - **Yankee bonds** - zahraniční obligace emitované v USA denominované v USD;
  - **Samurai bonds** - zahraniční obligace emitované v Japonsku denominované v JPY;
  - **Bulldog bonds** - zahraniční obligace emitované ve Velké Británii denominované v GBP;
- **Euroobligace** (*Eurobonds*) – obligace denominované v jiné měně, než je měna státu, na jehož trhu jsou emitovány.



### 1.3.2. Akcie

Ve vyspělých tržních ekonomikách jsou akciové společnosti převládající právní formou podnikání s rozhodujícím podílem na průmyslové výrobě, obchodu a finančnictví. Prostřednictvím emise akcií vytvářejí akciové společnosti základní jmění, které představuje soustředění peněz od akcionářů a rozložení podnikatelského rizika na více osob. [3, s. 211]

Samotné akcie jsou obchodovatelné cenné papíry, se kterými jsou spojena práva akcionáře jako společníka podílet se na řízení společnosti, na zisku společnosti, na likvidačním zůstatku při zániku společnosti a na přednostním odběru v případě nově emitovaných akcií. [2, s. 97]

S akciemi se pojí následující základní pojmy [2, s. 97-98]:

- **Nominální hodnota akcie** je podíl na majetku akciové společnosti, proto součet nominálních hodnot všech akcií je roven výši základního jmění. Nicméně nominální hodnota má pouze právní význam, na skutečnou tržní cenu akcie nemá vliv, a proto např. obchodní právo USA umožňuje emisi akcií bez nominální hodnoty.
- **Dividenda** představuje podíl na zisku akciové společnosti a může mít formu peněžní dividendy, akciové dividendy (přednostní odběr nově emitovaných akcií za zvýhodněnou cenu či zdarma) nebo majetkové dividendy (v podobě výrobků a služeb společnosti za zvýhodněnou cenu či zdarma). Výplata dividend není předem zaručena, závisí na rozhodnutí valné hromady akcionářů pro dané období.
- **Tržní cena akcie (kurs akcie)** je cena, za kterou se akcie obchoduje na kapitálovém trhu. Je výsledkem tržní nabídky a poptávky, které ovlivňuje řada faktorů (ekonomických, politických, psychologických a dalších).

V souvislosti s oceňováním akcií se používají následující analytické metody:

- **Fundamentální analýza** – jejím úkolem je posoudit, do jaké míry odpovídá tržní cena akcie její vnitřní hodnotě (tj. jakési spravedlivé ceně), jedná se o analýzu všech kvantitativních a kvalitativních faktorů, které jsou relevantní pro vývoj kursu akcií;
- **Technická analýza** – je založena na analýze publikovaných tržních dat, na jejichž základě odhaduje trendy ve vývoji cen akcií, využívá nástroje analýzy časových řad a různé metody analýzy grafů;

- **Psychologická analýza** – tato metoda vychází z analýzy chování investorské veřejnosti;
- **Teorie efektivních trhů** – pokud se trhy chovají efektivně, okamžitě absorbují všechny kursotvorné informace, tím pádem nelze nalézt nadhodnocené nebo podhodnocené tituly. Speciálně to může znamenat, že změny cen akcií jsou náhodné (tzv. hypotéza náhodné procházky), a proto nelze vývoj cen akcií předvídat.

V porovnání s obligacemi se akciím obecně přisuzuje [2, s. 98]:

- v průměru vyšší výnos;
- vyšší volatilita (rizikové kolísání výnosových měr), toto riziko působí protichůdně vůči výhodě vyššího průměrného výnosu;
- likvidita se odvíjí od typu akcie.

Akciová společnost může vydávat různé typy akcií, přičemž s daným typem akcie jsou spojena specifická práva [2, s. 98]:

- **Obyčejná akcie (kmenová akcie)** je označení pro akcie, s nimiž nejsou spojena žádná zvláštní práva.
- **Preferenční akcie (prioritní akcie)** poskytují určitá práva, která nejsou u obyčejných akcií zaručena. Rozlišuje se pět základních druhů preferenčních akcií:
  - **s pevnou dividendou** – její držitel má přednostní právo na výplatu dividendy před držiteli obyčejných akcií;
  - **kumulativní** – pokud není dividenda vyplacena, akumuluje se k pozdější výplatě;
  - **nekumulativní** – pokud není dividenda vyplacena, potom právo na její pozdější výplatu zaniká;
  - **konvertibilní** - je směnitelná za obyčejné akcie;
  - **s opcí** - spojena s právem společnosti na odkup akcie od jejího držitele.
- **Zakladatelská akcie (zlatá akcie)** zaručuje oproti obyčejné akcií silnější hlasovací právo na valné hromadě (např. v poměru 100:1).
- **Požítková akcie** zaručuje svému držiteli pouze majetková práva, nikoliv práva podílet se na řízení společnosti.
- **Zaměstnanecká akcie** je převoditelná akcie na jméno zaměstnance společnosti.

### 1.3.3. Finanční deriváty

Finanční deriváty jsou nástroje odvozené od jiných (bazických) nástrojů, jejichž cena ovlivňuje cenu derivátu. Deriváty mají charakter termínových obchodů, které jsou na rozdíl od promptních (spotových) obchodů charakterizovány časovou diferencí mezi uzavřením obchodu a jeho plněním, přičemž již v době uzavření termínovaného obchodu mezi prodávajícím a kupujícím jsou sjednány všechny jeho náležitosti. Se sjednáním finančního derivátu se pojí obvykle nižší počáteční investice než je spojena s pořízením bazického instrumentu, což dává derivátům významný pákový efekt. Případné zisky nebo ztráty plynoucí z vlastnictví finančního derivátu jsou tak mnohem vyšší než v případě vlastnictví samotného bazického nástroje. [3, s. 245]

Prostřednictvím finančních derivátů se obchoduje především s tržním rizikem, které je díky derivátům odděleno od podkladového aktiva. Od této skutečnosti se odvíjí využití derivátů [2, s. 158]:

- **Zajištění (hedging)** spočívá v tom, že pomocí derivátů lze fixovat cenu určitého finančního nástroje k sjednanému termínu v budoucnosti, což umožňuje redukovat tržní riziko obchodů s bazickými nástroji. To znamená, že případná ztráta na promptním trhu s bazickými nástroji je vyrovnána ziskem na termínovém trhu s deriváty a naopak.
- **Spekulace (trading)** spočívá ve sjednání termínového obchodu s cílem vydělat na cenovém vývoji, který spekulant předpokládá.
- **Arbitráž** je založena na využití cenových diferencí. V souvislosti s finančními deriváty se jedná především o časovou arbitráž, kdy ceny na termínovém trhu neodpovídají rovnovážným termínovým cenám vyplývajícím ze spotových cen bazických instrumentů. [3, s. 248]

Finanční deriváty lze klasifikovat z mnoha hledisek, např. podle vzájemného postavení účastníků termínového obchodu se rozlišují pevné a opční deriváty.

**Pevné (podmíněné) deriváty** se vyznačují tím, že oba účastníci termínového obchodu mají povinnost sjednaný obchod splnit. Pevné deriváty se dále člení [2, s. 159]:

- **Forwardy** jsou mimoburzovní individuálně sjednané kontrakty na budoucí prodej či nákup určitého bazického nástroje;

- **Futures** jsou standardizované burzovní kontrakty na budoucí prodej či nákup určitého bazického nástroje;
- **Swapy** obecně představují dohodu o budoucí směně předem stanoveného cash flow mezi dvěma či více subjekty, rozlišují se např. měnové, devizové nebo úrokové swapy a jedná se především o mimoburzovní kontrakty.

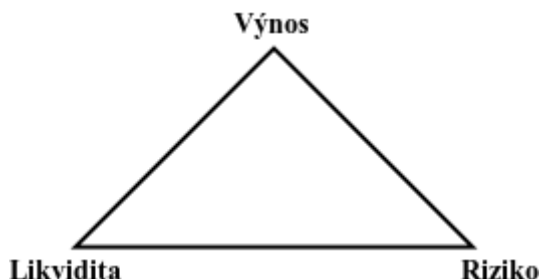
**Opční (nepodmíněné) deriváty** představují termínový obchod, při němž jeden z účastníků získává právo, nikoliv však povinnost, tento obchod k datu splatnosti uskutečnit. Za toto právo musí druhému účastníkovi zaplatit opční prémii. Naproti tomu druhý účastník má povinnost na požádání prvního účastníka sjednaný obchod provést. Rozlišují se následující typy opčních derivátů:

- **Opce** mají jak standardizovanou burzovní, tak individuální mimoburzovní podobu. Kupní opce dávají majiteli právo na koupi bazického nástroje a prodejní opce dávají svému majiteli právo na jeho prodej za předem sjednaných podmínek.
- **Opční listy (warranty)** jsou speciálním druhem CP, s nímž je spojeno určité opční právo.
- **Exotické opce** jsou různorodé opce mající obvykle mimoburzovní podobu se složitějším systémem plnění, jež jsou často navrhovány finančními institucemi podle okamžitých potřeb trhu.
- **Stropy a dna (caps, floors)** zaručují svému majiteli právo na plnění ve formě úrokového rozdílu, pokud příslušná úroková sazba stoupne nad (resp. poklesne pod) pevně sjednanou mez.
- Dalšími typy opčních derivátů mohou být např. opce na futures, opce na swapy, opce na stropy apod.

#### 1.4. Faktory finančních investic

Investiční rozhodování ekonomických subjektů na kapitálovém trhu je charakterizováno třemi základními faktory, kterými jsou rentabilita, riziko a likvidita. Ideální investice by měla vykazovat nejvyšší rentabilitu, nejnižší riziko a nejvyšší likviditu ve vztahu k alternativním investičním příležitostem. V realitě však existuje na fungujícím kapitálovém trhu substituce mezi těmito třemi faktory a každý investor se rozhoduje, který z těchto faktorů bude preferovat vůči ostatním. Tento problém názorně zobrazuje tzv. Magický trojúhelník investování, viz obrázek č. 1. [3, s. 199]

### Obrázek č. 1: Magický trojúhelník investování



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

**Rentabilitou** se rozumí míra zhodnocení kapitálu vloženého do investiční příležitosti. Rentabilita finanční investice je determinována především [3, s. 201] [10, s. 19]:

- peněžními toky plynoucími z finanční investice v průběhu její životnosti (úroky, dividendy);
- změnou substanční hodnoty investice (tzn. diferencí mezi počátečním investičním výdajem a prodejní cenou);
- velikostí tržní úrokové míry v průběhu životnosti investice;
- transakčními náklady, tj. náklady spojené s nákupem a prodejem finanční investice;
- mírou daňového zatížení investičních příjmů.

**Riziko** vyjadřuje nebezpečí, že se investorovi nepodaří dosáhnout očekávaného výnosu z finanční investice. V investiční praxi se lze setkat s mnoha různými druhy rizika, které působí na velikost výnosnosti investice, např. riziko změn úrokové míry, inflační riziko, riziko událostí, měnové riziko, riziko ztráty likvidity, riziko úpadku dlužníka.

**Likvidita** vyjadřuje rychlost, s jakou je možné přeměnit předmět finanční investice na finanční prostředky s minimálními náklady. Likvidita se měří jako velikost transakčních nákladů spojených s přeměnou finanční investice.

Z hlediska důvodů, které vedou investory k realizaci finančních investic, lze rozlišovat přímé investice a portfoliové investice. Přímé investice jsou zaměřené na získání podílu v určité společnosti s cílem participovat na jejím vedení, portfoliové investice se soustředí na optimalizaci investičního portfolia na základě tří zmíněných faktorů.

## **2. Možnosti SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu**

Cílem této kapitoly je prozkoumat možnosti, které nabízí SW Mathematica pro analýzu ukazatelů vybraných nástrojů kapitálového trhu. Průzkum zahrnuje jak funkce zahrnující oceňování finančních nástrojů a finanční indikátory, tak možnosti finanční vizualizace a zpracování finančních dat. Kapitola je vypracována na základě online dokumentace k SW Mathematica, viz [8].

### **2.1. Vznik a charakteristika SW Mathematica**

Mathematica je základní softwarový produkt společnosti Wolfram Research, Inc., která byla založena v roce 1987 britským vědcem Stephenem Wolframem. V roce 1988 společnost vydala první verzi SW Mathematica. Samotná společnost tuto událost hodnotí jako významný pokrok ve využití počítačů: „*It is often said that the release of Mathematica marked the beginning of modern technical computing*“ [5]. Před vznikem SW Mathematica totiž existovaly pouze samostatné systémy pro specifické numerické, algebraické, grafické a jiné operace, kdežto převratný koncept SW Mathematica implementuje všechny do té doby oddělené systémy do jediné platformy. Právě díky své univerzálnosti se SW Mathematica stala významným výpočetním nástrojem napříč vědními disciplínami a v současné době je standardním softwarovým prostředím pro vědecké, technické a algoritnické výpočty a pro vývoj softwarových algoritmů. Poslední verzí SW je Mathematica 9 z roku 2012. [4] [5]

### **2.2. Oceňování nástrojů kapitálového trhu**

V SW Mathematica jsou k dispozici funkce pro oceňování obligací a pro oceňování finančních derivátů.

#### **2.2.1. Oceňování obligací**

Pro oceňování obligací lze využít funkci `FinancialBond` vracející hodnotu obligace na základě zadaných vstupních parametrů, kterými mohou být:

- `FaceValue` (nominální hodnota obligace);
- `Coupon` (kuponová sazba);
- `Maturity` (datum splatnosti, nebo doba do splatnosti);

- `CouponInterval` (doba mezi výplatami kupónů);
- `RedemptionValue` (prodejní cena) – pokud je odlišná od nominální hodnoty;
- `InterestRate` (výnos do splatnosti);
- `Settlement` (datum vypořádání závazků);
- `DayCountBasis` (konvence pro počítání časových intervalů, např. 30/360, 30E/360, Actual/360, apod.).

Pomocí funkce `FinancialBond` je možné počítat následující ukazatele:

- `Value` (cena upravená o naběhlý úrok);
- `FullValue` (neupravená cena);
- `AccruedInterest` (naběhlé úroky při vypořádání);
- `Duration` (durace);
- `Convexity` (konvexnost) – vyjadřuje citlivost durace obligace na změnu úrokové sazby;
- `CouponPeriodDays` (dny výplaty kupónů);
- `CouponToSettlementDays` (počet dní od kuponu do vypořádání);
- `SettlementToCouponDays` (počet dní od vypořádání do dalšího kuponu);
- `NextCouponDate` (datum dalšího kuponu);
- `PreviousCouponDate` (datum předchozího kuponu);
- `RemainingCoupons` (zbývající kupónové platby);
- `AccruedFactor` (podíl kupónové platby představující nahromaděný úrok).

Podrobný popis všech atributů a základní příklady oceňování obligací v SW Mathematica s využitím funkce `FinancialBonds` jsou dostupné v online dokumentaci k SW Mathematica, viz [8]. V řešení příkladu č. 1 je znázorněno možné využití této funkce pro analýzu závislosti ceny obligace na velikosti kuponu a době splatnosti. Řešení příkladu č. 1 v SW Mathematica je k dispozici na přiloženém CD v souboru *Oceňování obligací.nb*.

### **Příklad č. 1**

Analyzujte cenu obligace v době emise s nominální hodnotou 10 000 Kč při tržní úrokové sazbě 10 % v závislosti na různé velikosti kuponové sazby (0 až 15 %) a na různé době do splatnosti (1 až 15 let).

## Řešení příkladu č. 1

K numerickému řešení úlohy pro různé kombinace kuponové sazby a doby do splatnosti lze v SW Mathematica dospět více způsoby, uvedený postup pracuje s využitím konstrukce procedurálního programování `For` a funkce `Table`.

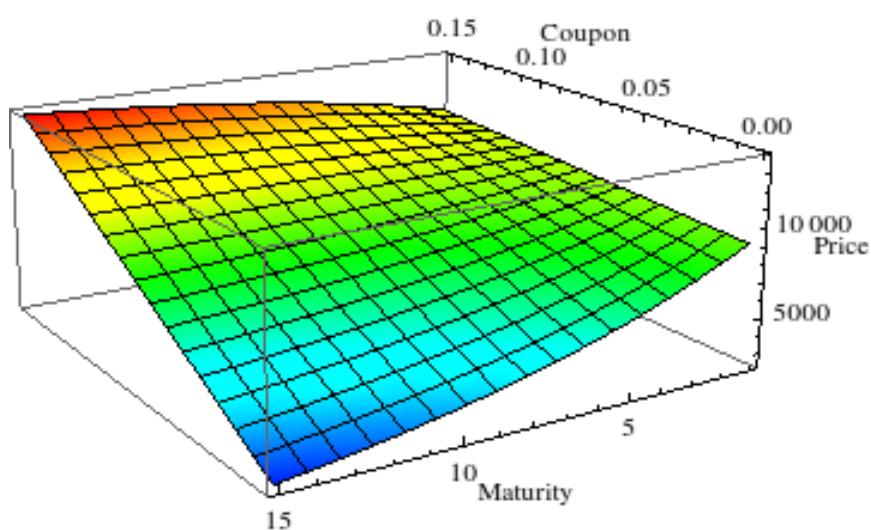
```
For[i = 0, i <= 15, i++, Print[ Table[
  FinancialBond[{"FaceValue" -> 10000, "Coupon" -> i/100,
  "Maturity" -> y, "CouponInterval" -> 1}, {"InterestRate" -> 0.1,
  "Settlement" -> 0}], {y, 1, 15}]]]
```

Výstupem jsou konkrétní hodnoty ceny obligací pro různé kombinace kuponové sazby a doby do splatnosti, viz příloha A. Nicméně pro lepší interpretaci výsledků je vhodnější využít grafického řešení pomocí funkce `Plot3D`.

```
Plot3D[ FinancialBond[{"FaceValue" -> 10000, "Coupon" -> x,
  "Maturity" -> y, "CouponInterval" -> 1}, {"InterestRate" -> 0.1,
  "Settlement" -> 0}]
, {x, 0, 0.15}, {y, 1, 15}, ColorFunction -> Function[{x, y, z},
  Hue[.65 (1 - z)]], AxesLabel -> {Coupon, Maturity, Price}]
```

Výstupem je trojrozměrný graf analyzované závislosti, viz obrázek č. 2.

**Obrázek č. 2: Grafické znázornění závislosti ceny obligace na kuponové sazbě a době do splatnosti**



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*



Z obrázku č. 2 je patrné, že cena obligace se zvyšuje pokud:

- roste velikost kuponové sazby;
- klesá doba do splatnosti obligace, je-li kupon nižší než tržní úroková míra;
- roste doba do splatnosti obligace, je-li kupon vyšší než tržní úroková míra.

### 2.2.2. Oceňování finančních derivátů

Pro oceňování derivátů nabízí SW Mathematica komplexní funkci `FinancialDerivative`, která vrací ocenění finančního derivátu na základě zadaných vstupních parametrů. Z důvodu velkého množství různých druhů finančních derivátů zahrnuje tato funkce širokou škálu možností použití. Mezi podporované typy kontraktů patří všechny základní typy opčních kontraktů zmíněné v kapitole 1.3.3 a mnoho dalších. Kompletní seznam všech dostupných typů kontraktů vypíše příkaz `FinancialDerivative[]`.

Každý derivát má specifické charakteristiky, mezi vstupní parametry společné pro většinu z nich, se kterými pracuje funkce `FinancialDerivative`, patří:

- Realizační cena (`StrikePrice`);
- Doba platnosti nebo datum konce platnosti (`Expiration`).

Doplňující parametry společné pro všechny typy opcí, které lze specifikovat v předpisu funkce `FinancialDerivative`:

- Cena podkladového aktiva (`CurrentPrice`);
- Volatilita podkladového aktiva (`Volatility`);
- Tržní úroková míra (`InterestRate`);
- Vyplacené dividendy za jednotku času (`Dividend`);
- Referenční datum nebo čas (`ReferenceTime`).

Bližší specifikace a základní příklady na oceňování finančních derivátů v SW Mathematica s využitím funkce `FinancialDerivative` jsou dostupné v online dokumentaci k SW Mathematica, viz [8]. Řešení příkladu č. 2 nabízí možné využití této funkce při analýze závislosti ceny opce na velikosti realizační ceny a době platnosti. Řešení příkladu č. 2 v SW Mathematica je k dispozici na přiloženém CD v souboru *Oceňování derivátů.nb*.

## Příklad č. 2

Analyzujte cenu evropské call opce v závislosti na realizační ceně (10 až 150 Kč) a době platnosti (1 až 10 let). Opce má následující charakteristiky: cena podkladového aktiva 50 Kč, volatilita podkladového aktiva 5 %, tržní úroková míra 10 %.

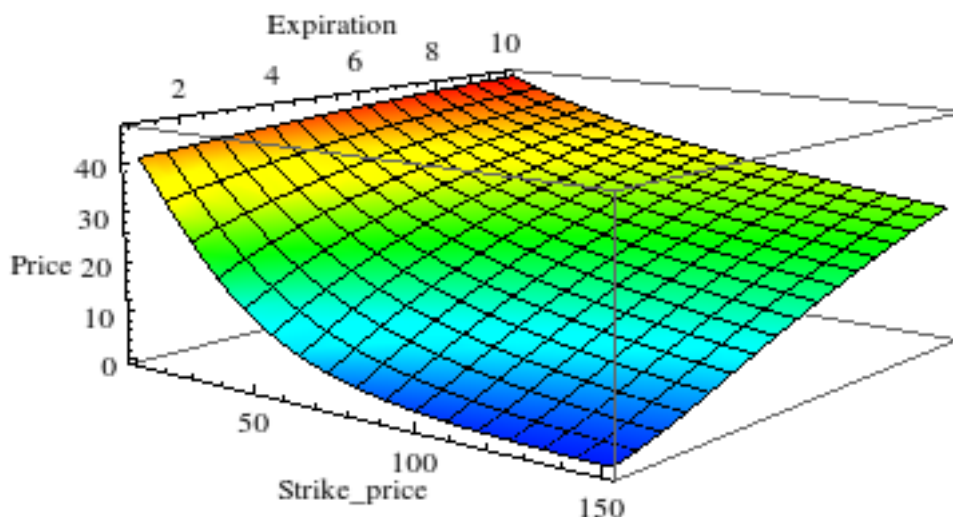
## Řešení příkladu č. 2

Pro lepší názornost a jednodušší interpretaci výsledků je použito grafické řešení s využitím funkce `Plot3D` pro tvorbu trojrozměrného grafu.

```
Plot3D[ FinancialDerivative[ {"European", "Call"},  
 {"StrikePrice" -> x, "Expiration" -> y}, {"InterestRate" -> 0.1,  
 "Volatility" -> 0.5, "CurrentPrice" -> 50, "Dividend" ->  
 0.05}],  
 {x, 0, 150}, {y, 1, 10}, ColorFunction -> Function[{x, y, z},  
 Hue[.65 (1 - z)]], AxesLabel -> {realizační Cena, Doba  
 platnosti, Cena obligace}]
```

Výstupem je trojrozměrný graf analyzované závislosti, viz obrázek č. 3.

**Obrázek č. 3: Grafické znázornění závislosti ceny evropské call opce na realizační ceně a době platnosti**



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Z obrázku č. 3 je zřejmé, že cena opce roste:

- s poklesem realizační ceny;
- s růstem doby platnosti opce.

### 2.3. Finanční a ekonomická data

Funkce `FinancialData` poskytuje přímý přístup k datům o amerických a jiných akcích, podílových fondů a dalších finančních nástrojů, jakož i k indexům a směnných kursům. Prostřednictvím této funkce je možné se dotazovat na poměrně širokou škálu dat (aktuální data se zpožděním 15 minut a historická data) na různé typy cenných papírů, které SW Mathematica dělí do skupin (`Groups`). Pro zobrazení dostupných skupin finančních dat stačí realizovat následující příkaz.

```
FinancialData["Groups"]
```

Výsledný seznam podporovaných nástrojů kapitálového trhu nezahrnuje např. obligace.

```
{Currencies, Exchanges, ExchangeTradedFunds, Futures, Indices,  
MutualFunds, Sectors, Stocks}
```

Další věc, kterou je třeba znát, jsou vlastnosti dostupných dat, jejichž přehled lze získat zavoláním funkce `FinancialData` s atributem `Properties`.

```
FinancialData["Properties"]
```

Jedná se v podstatě o seznam všech ukazatelů, které jsou k dispozici pro finanční data.

```
{Ask, AskSize, Average200Day, Average50Day, AverageVolume3Month,  
Bid, BidSize, BookValuePerShare, Change, Change200Day,  
Change50Day, ChangeHigh52Week, ChangeLow52Week, CIK, Close,  
Company, CumulativeFractionalChange, CumulativeReturn, CUSIP,  
Dividend, DividendPerShare, DividendYield, EarningsPerShare,  
EBITDA, Exchange, FloatShares, ForwardEarnings, ForwardPERatio,  
FractionalChange, FractionalChange200Day, FractionalChange50Day,  
FractionalChangeHigh52Week, FractionalChangeLow52Week, High,  
High52Week, ISIN, LastTradeSize, LatestTrade, Lookup, Low,  
Low52Week, MarketCap, Name, Open, PEGRatio, PERatio, Price,  
PriceTarget, PriceToBookRatio, PriceToSalesRatio,  
QuarterForwardEarnings, Range, Range52Week, RawClose, RawHigh,  
RawLow, RawOpen, RawRange, Return, Sector, SEDOL, ShortRatio,  
SICCode, StandardName, Symbol, Volatility20Day, Volatility50Day,  
Volume, Website, YearEarningsEstimate, YearPERatioEstimate}
```

Nyní již není problém načíst požadovaná data pro některý z podporovaných finančních nástrojů, např. pro tržní cenu akcií společnosti IBM (symbol "IBM"). Ve výchozím nastavení se jedná o aktuální cenu, ale také je možné požádat o data pro konkrétní datum nebo v rámci určitého časového období.

```
FinancialData["IBM", "Price"]
```

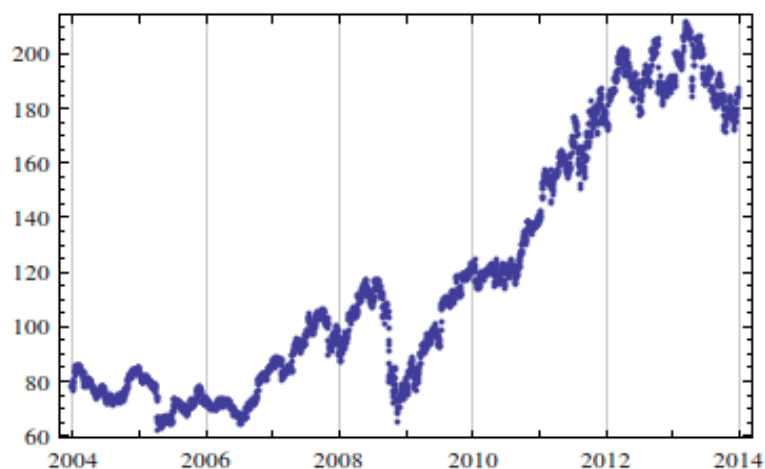
Výsledkem takto definovaného příkazu je cena akcie k danému okamžiku.

V SW Mathematica lze finanční data velmi dobře zpracovat i graficky (více k této problematice viz kapitola 2.4), např. grafické vyjádření časové řady cen akcií společnosti IBM od 1. 1. 2004 do současnosti pomocí funkce `DateListPlot`.

```
DateListPlot[ FinancialData["IBM", "Price", {"Jan 1,2004", "Jan 1,2014"}]]
```

Výsledný graf vyjadřuje obrázek č. 4.

**Obrázek č. 4: Vývoj cen akcií společnosti IBM od 1. 1. 2004 do 1. 1. 2014**



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

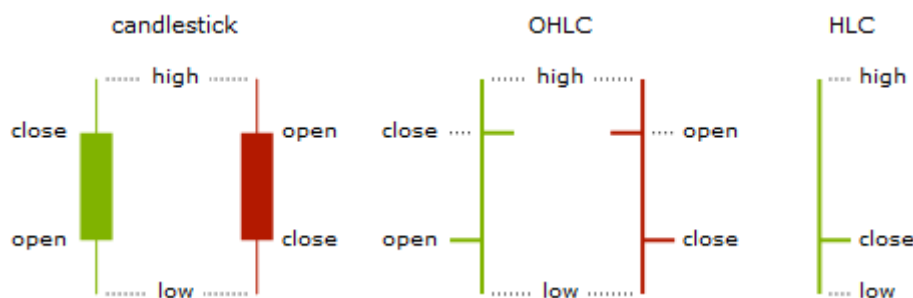
Pro hlubší analýzu získaných finančních dat lze v SW Mathematica použít širokou škálu statistických a matematických funkcí, které se již odvíjí od konkrétních cílů dané analýzy a není účelem této práce všechny tyto funkce obsáhnout. Kompletní výčet a podrobný popis jednotlivých funkcí je volně dostupný v online dokumentaci k SW Mathematica, viz [8].

## 2.4. Finanční vizualizace

Finanční vizualizace v SW Mathematica nabízí širokou škálu možností tvorby grafů, včetně velkého množství ukazatelů, které lze s grafy spojit, a proto se práce v této části věnuje jen velice stručnému nastínění některých základních možností. Podrobný výčet všech možností je dostupný v online dokumentaci k SW Mathematica [8], v kapitole *Financial Visualization*. Řešení všech uvedených příkladů v SW Mathematica je k dispozici na příloženém CD v souboru *Finanční vizualizace.nb*.

První skupinu používaných grafů tvoří tzv. časové grafy, které organizují cenovou aktivitu do úseček odpovídajících zvolenému časovému rámci. Časové grafy mají vždy stejnou strukturu, svislá osa zobrazuje cenu a vodorovná čas v jednotkách odpovídajících časovému rámci. [20] SW Mathematica nabízí dva základní typy časových grafů – svíčkový graf (*Candlestick chart*) a úsečkový graf (*Bar chart*). Oba typy grafů zobrazují to samé - otevírací cenu (*Open*), uzavírací cenu (*Close*), nejnižší cenu (*Low*) a nejvyšší cenu (*High*) v rámci daného časového rámce, liší se pouze v grafickém vyjádření, viz obrázek č. 5. U úsečkového grafu je možné rozlišit typ OHLC (*Open-high-low-close chart*) a typ HLC (*High-low-close chart*), který nezobrazuje otevírací cenu.

**Obrázek č. 5: Interpretace cenové aktivity u jednotlivých typů časových grafů**



*Zdroj: Online dokumentace k SW Mathematica [8]*

Na základě obrázku č. 5 je zřejmá i interpretace zbarvení svíček resp. úseček vyjadřujících velikosti cen v daném časovém rámci – pokud je uzavírací cena vyšší než otevírací cena, jsou zelené a značí růst ceny, v opačném případě mají červenou barvu a symbolizují pokles ceny v daném časovém rámci. Jedná se o výchozí nastavení, které je možné v SW Mathematica v případě potřeby libovolně měnit.

Příklad svíčkového grafu pro vývoj cen akcií firmy IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014, kde časovým rámcem jsou dny, lze v SW Mathematica realizovat velice jednoduše.

```
CandlestickChart[{"IBM", {{2014, 3, 1}, {2014, 4, 1}}}]
```

Výsledný graf zobrazuje obrázek č. 6.

**Obrázek č. 6: Svíčkový graf vývoje cen akcií IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014**



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Na příkladu svíčkového grafu z obrázku č. 6 si lze všimnout hlavní přednosti tohoto typu grafu, kdy jednotlivé svíčky v grafu mohou potenciálně vytvářet charakteristické formace a tvary, kterých se využívá k predikci trendu vývoje cen akcií, více viz [14].

Dalším typem grafu obsaženým v SW Mathematica je obchodní graf (*Trading chart*), který kombinuje časové grafy s finančními indikátory. Ve výchozím nastavení je obchodní graf tvořen svíčkovým grafem a indikátorem objemu obchodů. Typ grafu a použité indikátory lze samozřejmě podle potřeby měnit. Úplný seznam finančních indikátorů dostupných pro použití ve funkcích finanční vizualizace vypíše následující příkaz.

```
FinancialIndicator[All]
```

Na příkladu vývoje cen akcií firmy IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014 lze obchodní graf doplněný např. o indikátor objemu obchodů `Volume` a o Bollingerova pásma `BollingerBands` realizovat uvedeným kódem.

```
TradingChart[{"IBM", {{2014, 3, 1}, {2014, 4, 1}}}, {"Volume",  
"BollingerBands"}]
```

Vzniklý graf ukazuje obrázek č. 7.

Obrázek č. 7: Obchodní graf vývoje cen akcií IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014



Zdroj: vlastní zpracování, 2014

SW Mathematica nabízí dokonce i interaktivní obchodní graf, který umožňuje interaktivně volit mezi základními typy časových grafů, časovým rámcem a použitím finančních indikátorů. Uvedený kód vytvoří tento typ grafu pro příklad vývoje cen akcií firmy IBM mezi 1. 4. 2013 a 1. 4. 2014.

```
InteractiveTradingChart[{"IBM", {{2013, 4, 1}, {2014, 4, 1}}}]
```

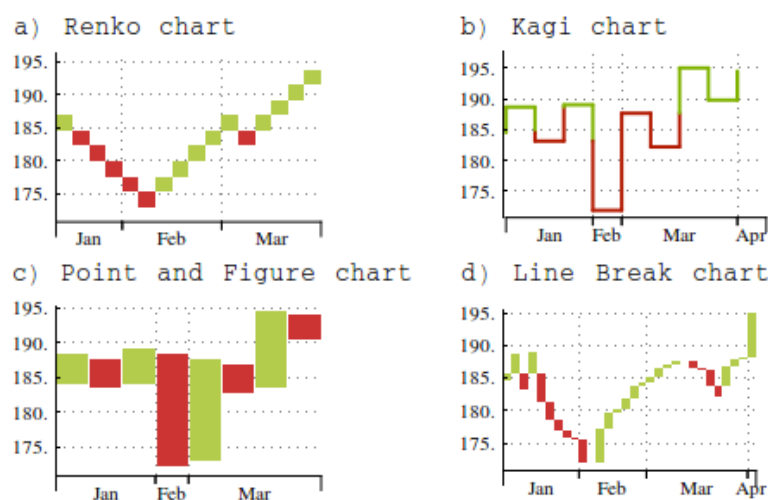
Výsledný graf v jeho výchozí podobě je k dispozici v příloze B.

V SW Mathematica nechybí ani sada grafů sledujících změnu ceny. Jedná se o Renko graf (*Renko chart*), Kagi graf (*Kagi chart*), graf *Point and Figure* a graf *Line break*. Např. aplikaci všech implementovaných cenových grafů na vývoj cen akcií firmy IBM mezi 1. 1. 2014 a 1. 4. 2014 lze SW Mathematica provést následujícím kódem.

```
data = FinancialData["IBM", {{2014, 1, 1}, {2014, 4, 1}}];  
{"a) Renko chart", "b) Kagi chart"},  
{RenkoChart[data], KagiChart[data]},  
{"c) Point and Figure chart", "d) Line Break chart"},  
{PointFigureChart[data], LineBreakChart[data]} // TableForm
```

Výslednou sestavu cenových grafů v jejich výchozím nastavení zobrazuje obrázek č. 8.

**Obrázek č. 8: Renko, Khagi, Point Figure a Line Break graf cen akcií IBM mezi 1. 1. 2014 a 1. 4. 2014**



*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

**Renko graf**, viz obrázek č. 5 a), slouží ke sledování pohybu cen finančních nástrojů prostřednictvím sledu tzv. cihel. Každá cihla vyjadřuje změnu ceny o pevně stanovenou částku (implicitně je v SW Mathematica tato částka dána relativně jako 10 % z rozdílu nejvyšší a nejnižší ceny). Pokud cena roste, kreslí se zelené cihly, pokud klesá, tak červené (čas ani objem nemá vliv). Renko graf velmi dobře ukazuje převládající trend ve vývoji ceny.

**Kagi graf**, viz obrázek č. 5 b), je koncipován jako série svislých a vodorovných přímk. Přímky jsou vypracovány ve sloupci, dokud se cena neobrátil o více než je stanovená částka, potom začne nový sloupec spojený s předchozím sloupcem vodorovnou přímkou. Barva přímk se změní, když cena stoupne nad maximum předchozího sloupce nebo klesne pod minimum z předchozího sloupce. Zelená přímka znamená rostoucí trend ve vývoji ceny a červená přímka pak klesající trend.

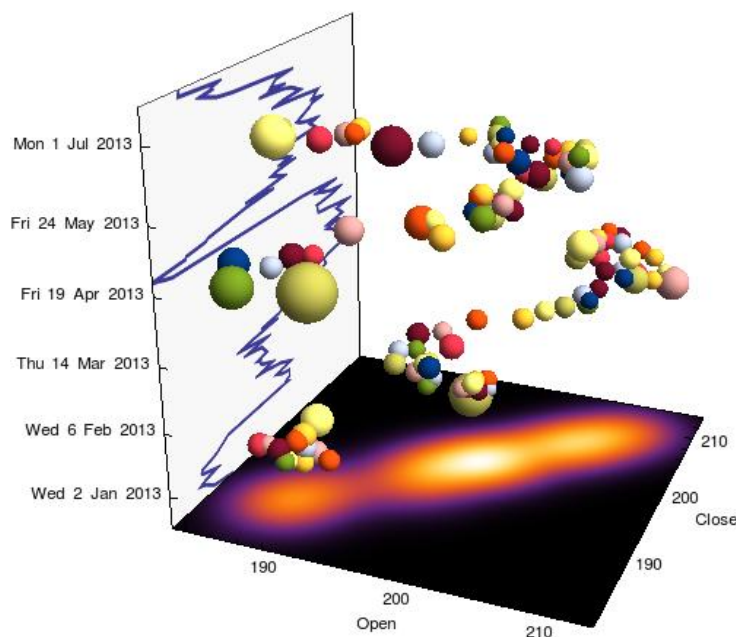
**Graf Point and Figure**, viz obrázek č. 5 c), je koncipován jako série sloupců se střídající se orientací. Změny, které pokračují v trendu, jsou vykresleny jako přírůstky o pevné velikosti. Nový sloupec je vykreslen, když se změní směr o  $n$  jednotek. Zelená barva značí rostoucí trend vývoje ceny, červená klesající trend. Implicitně je v SW Mathematica nastavena změna orientace sloupce v případě 3% změny ceny a tři obrátů ve vývoji ceny.



**Graf *Line Break***, viz obrázek č. 5 d), zobrazuje vývoj ceny jako řadu sloupců. Zelená barva představuje rostoucí ceny a červená klesající ceny. V SW Mathematica je implicitně zpracováván tzv. *Three Line Break Chart*, kdy jsou do porovnání zahrnuty vždy předcházející tři ceny. Pro konstrukci tohoto grafu obecně platí, že pokud předchozích  $n$  uzavíracích cen bylo rostoucích a nová uzavírací cena je vyšší než předchozí uzavírací cena, pak se vykreslí nový zelený sloupec, pokud je nová uzavírací cena nižší než předchozích  $n$  cen, vykreslí se nový červený sloupec, v ostatních případech se nic nevykresluje. Pro snížení cen funguje toto pravidlo obdobně. Není-li posloupnost rostoucích nebo klesajících cen délky  $n$ , vztahuje se toto pravidlo na dvě předchozí ceny.

Kromě uvedených základních funkcí finanční vizualizace pro tvorbu grafů lze v SW Mathematica realizovat i pokročilé 3D grafy finančních dat. Příkladem takového grafu je bublinový graf závislosti objemu obchodů na ceně akcie, který je doplněn o graf vývoje ceny *Close* v závislosti na dnech a o graf hustoty cen *Open* a *Close*, realizovaný pro vývoj cen akcií společnosti IBM za první pololetí roku 2013, viz obrázek č. 9.

**Obrázek č. 9: Bublinový graf závislosti objemu obchodů na ceně akcií IBM v prvním pololetí r. 2013 doplněný o graf vývoje ceny *Close* v závislosti na dnech a o graf hustoty cen *Open* a *Close***



Zdroj: Online dokumentace k SW Mathematica [8], vlastní zpracování, 2014

Postup konstrukce grafu na obrázku č. 9 je rovněž uveden na přiloženém CD v souboru *Finanční vizualizace.nb*, nebo v online dokumentaci k SW Mathematica [8] v příkladu *Customized Financial Data Visualizations*.

## 2.5. Finanční indikátory

SW Mathematica nabízí vestavěnou knihovnu s více než 100 finančními indikátory, které se nejčastěji využívají k analýze cenových pohybů u nástrojů kapitálového trhu, vyhlazení dat, určení trendu na trhu, posouzení důvěry v tržní ceny a určení pravděpodobného rozsahu pro budoucí cenový vývoj. Finanční indikátory v SW Mathematica jsou poměrně flexibilní, používají časové období a parametry vybírané automaticky nebo poskytované explicitně, navíc mohou být interpretovány prostřednictvím interaktivních finančních grafů, kde mohou být libovolně přidávány, odstraňovány, stylizovány a přenastaveny. [8]

SW Mathematica tedy uživateli nabízí dvě základní možnosti použití finančních indikátorů. První možnost je aplikovat finanční indikátory v grafech, kdy jsou hodnoty indikátoru jednoduše vykresleny v grafu. Druhou možností je aplikovat finanční indikátory na data, kdy je výstupem řada numerických hodnot. Obě možnosti jsou vyjádřeny v následujícím textu a jejich realizace v SW Mathematica je k dispozici na přiloženém CD v souboru *Finanční indikátory.nb*.

Mezi základní indikátory patří indikátory, které vracejí časovou řadu skládající se z cen *Open*, *Close*, *High*, *Low*, jejichž funkce mají v SW Mathematica stejnojmenné názvy. Např. graf vývoje cen akcií firmy IBM za první čtvrtletí roku 2014 s indikátory *High* a *Low* lze zkonstruovat s použitím následujícího kódu.

```
TradingChart[{"IBM", {{2014, 1, 1}, {2014, 3, 31}}}, {"High",  
"Low"}]
```

Zkonstruovaný graf ukazuje obrázek č. 10. Ceny *High* zobrazuje modrá křivka, ceny *Low* fialová křivka.

Obrázek č. 10: Vývoj cen akcií IBM za 1. čtvrtletí 2014 s indikátory High a Low



Zdroj: vlastní zpracování, 2014

Pro získání numerických hodnot lze finanční indikátory aplikovat v předpisu funkce `FinancialData`, např. vývoj cen akcií firmy IBM v březnu 2014 podle indikátoru `High`.

```
FinancialData["IBM", "Low", {{2014, 3, 1}, {2014, 3, 31}}]
```

Výstupem je seznam *High* cen pro jednotlivé dny zadaného období.

```
{{{2014, 3, 3}, 182.82}, {{2014, 3, 4}, 185.68}, {{2014, 3, 5},  
186.4}, {{2014, 3, 6}, 186.9}, {{2014, 3, 7}, 187.18}, {{2014,  
3, 10}, 185.85}, {{2014, 3, 11}, 186.04}, {{2014, 3, 12},  
185.89}, {{2014, 3, 13}, 183.71}, {{2014, 3, 14}, 182.21},  
{{2014, 3, 17}, 182.66}, {{2014, 3, 18}, 185.54}, {{2014, 3,  
19}, 183.5}, {{2014, 3, 20}, 184.17}, {{2014, 3, 21}, 186.4},  
{{2014, 3, 24}, 187.37}, {{2014, 3, 25}, 188.7}, {{2014, 3, 26},  
191.96}, {{2014, 3, 27}, 189.32}, {{2014, 3, 28}, 189.11},  
{{2014, 3, 31}, 191.4}}
```

Co se týče dalších typů indikátorů, SW Mathematica zahrnuje indikátory rozdělené do těchto skupin:

- indikátory klouzavého průměru (*Moving Average Indicators*);
- indikátory hybnosti (*Monumentum indicators*);
- indikátory tržní síly (*Market Strength Indicators*);
- indikátory trendu (*Trend Indicators*);

- indikátory volatility (*Volatility Indicators, Band Indicators*);
- statistické indikátory (*Statistical Indicators*).

Podrobný popis všech finančních indikátorů je dostupný v online dokumentaci k SW Mathematica [8], v kapitole *Financial Indicators*.

## 2.6. Práce s externími daty

V případě, že požadovaná data nejsou ve funkci `FinancialData` k dispozici, ale jsou dostupné na webových stránkách nebo v nějakém souboru, je možné k jejich přímému načtení použít funkci `Import`. Příkladem může být import dat z webové stránky Yahoo! Finance. Pro prvotní nalezení všech prvků, které je možné ze zadané stránky importovat, slouží klauzule `Elements`.

```
Import["http://reports.finance.yahoo.com/z1?b=1&so=a&sf=m&tt=1&stt=-&pr=0&cpl=-1&cpu=-1&yl=-1&yu=-1&ytl=-1&yту=-1&mtl=-1&mtu=-1&rl=-1&ru=-1&c1l=-1", "Elements"]
```

Výsledkem je seznam prvků, které může SW Mathematica načíst.

```
{"Data", "FullData", "Hyperlinks", "ImageLinks", "Images", "Plaintext", "Source", "Title", "XMLObject"}
```

Např. import dat o T-Note s nejbližší splatností (k 8. 4. 2014) z webové stránky Yahoo! Finance vyjadřuje následující kód, přičemž dodatek `[[3,2,1;;2]]` specifikuje konkrétní oblast dat, která má být ze zadané url importována.

```
Import["http://reports.finance.yahoo.com/z1?b=1&so=a&sf=m&tt=1&stt=-&pr=0&cpl=-1&cpu=-1&yl=-1&yu=-1&ytl=1&yту=-1&mtl=-1&mtu=-1&rl=-1&ru=-1&c1l=-1", "Data"] [[ 3, 2, 1 ;; 2]]
```

Výstupem příkladu je seznam, jehož první složka obsahuje označení dat, které jsou vyjádřeny ve druhé složce seznamu.

```
{{"Type", "Issue", "Price", "Coupon(%)", "Maturity", "YTM(%)", "Current Yield(%)", "Fitch Ratings", "Callable"}, {"Treas", "T-NOTE 1.875 30-Apr-2014", 100.12, 1.875, "30-Apr-2014", -0.208, 1.872, "AAA", "No"}}
```

Často je potřeba importovaná data nějakým způsobem archivovat, k tomu je možné využít funkci `Export`, která exportuje data do zadaného souboru v zadaném formátu.

Kompletní seznam všech aktuálně podporovaných formátů exportu v SW Mathematica poskytuje příkaz `$ExportFormats`.

```
{"3DS", "ACO", "AIFF", "AU", "AVI", "Base64", "Binary", "Bit",  
"BMP", "Byte", "BYU", "BZIP2", "C", "CDF", "Character16",  
"Character8", "Complex128", "Complex256", "Complex64", "CSV",  
"CUR", "DICOM", "DIF", "DIMACS", "DOT", "DXF", "EMF", "EPS",  
"ExpressionML", "FASTA", "FASTQ", "FCS", "FITS", "FLAC", "FLV",  
"GIF", "Graph6", "Graphlet", "GraphML", "GXL", "GZIP",  
"HarwellBoeing", "HDF", "HDF5", "HTML", "ICNS", "ICO",  
"Integer128", "Integer16", "Integer24", "Integer32",  
"Integer64", "Integer8", "JPEG", "JPEG2000", "JSON", "JVX",  
"KML", "LEDA", "List", "LWO", "MAT", "MathML", "Maya", "MGF",  
"MIDI", "MOL", "MOL2", "MTX", "MX", "NASACDF", "NB", "NetCDF",  
"NEXUS", "NOFF", "OBJ", "OFF", "Package", "Pajek", "PBM", "PCX",  
"PDB", "PDF", "PGM", "PLY", "PNG", "PNM", "POV", "PPM", "PXR",  
"RawBitmap", "Real128", "Real32", "Real64", "RIB", "RTF", "SCT",  
"SDF", "SND", "Sparse6", "STL", "String", "SurferGrid", "SVG",  
"SWF", "Table", "TAR", "TerminatedString", "TeX", "Text", "TGA",  
"TGF", "TIFF", "TSV", "UnsignedInteger128", "UnsignedInteger16",  
"UnsignedInteger24", "UnsignedInteger32", "UnsignedInteger64",  
"UnsignedInteger8", "UUE", "VideoFrames", "VRML", "VTK", "WAV",  
"Wave64", "WDX", "X3D", "XBM", "XHTML", "XHTMLMathML", "XLS",  
"XLSX", "XML", "XYZ", "ZIP", "ZPR"}
```

Příklad exportu dat o T-Note do souboru ve formátu xls.

```
Export["/cesta k souboru/T_Note.xls", TNote]
```

Řešení všech uvedených příkladů v SW Mathematica je k dispozici na příloženém CD v souboru *Import a export dat.nb*.

### 3. Konstrukce arbitrážního portfolia obligací v SW Mathematica

Teorie arbitrážní analýzy je založena na předpokladu, že na eficientních finančních trzích by měl platit zákon jedné ceny (*Law of One Price*). Podle tohoto zákona existuje pro libovolné vzájemně nahraditelné finanční toky právě jedna cena (tzn., že dokonalé finanční substituty se prodávají ve stejném okamžiku za stejnou cenu). Připustí-li se možnost neplatnosti tohoto zákona, znamená to existenci arbitráží, které dovolují investorovi realizovat bezrizikový zisk. [2, s. 64]

V rámci arbitrážní analýzy lze zkonstruovat arbitrážní portfolio obligací (swapové portfolio) tím způsobem, že se finanční toky spojené s vybranou obligací kopírují finančními toky spojenými s ostatními obligacemi na trhu. Pokud zkonstruované portfolio dává okamžitý kladný příjem a veškeré pozdější výdaje s ním spojené jsou nulové, jedná se o arbitrážní portfolio přinášející bezrizikový zisk. [2, s. 64]

Pro konstrukci arbitrážního portfolia obligací je možné využít přístup založený na použití kritéria spotových výnosů [2, s. 66] nebo na použití optimalizačních metod [7, s. 56].

Následuje popis postupu konstrukce arbitrážního portfolia dle jednotlivých přístupů. Kritérium spotových výnosů je popsáno z toho důvodu, že bude sloužit jako prostředek ověření správnosti druhého zmíněného způsobu konstrukce arbitrážního portfolia, tedy modelu založeném na lineárním programování, který je implementován s využitím optimalizačních funkcí SW Mathematica.

#### 3.1. Model konstrukce arbitrážního portfolia dle kritéria spotových výnosů

Tento přístup řeší otázku, jakým způsobem vybrat z dostupných obligací ty nejvhodnější pro konstrukci arbitrážního portfolia tím, že doporučuje použití kritéria spotových výnosů.

Spotovým výnosem neboli spotovou úrokovou mírou  $i_{0,n}$  pro dobu do splatnosti  $n$ , se rozumí tržní úroková míra (podle časového rámce úročení např. roční nebo pololetní) aplikovatelná okamžitě (*on the spot*) na finančním trhu pro úročení a diskontování částek přes následné období délky  $n$ . [2, s. 31]

Pro aplikaci kritéria spotových výnosů na portfolio obligací je vhodné respektovat následující zásady [2, s. 66]:

1. Jestliže lze v rámci nějaké třídy obligací se stejnou dobou do splatnosti nalézt obligace s rozdílnými spotovými výnosy a zároveň jsou k dispozici obligace pro všechny kratší doby do splatnosti, než je doba do splatnosti obligací z dané třídy, pak existuje možnost arbitráže.
2. (a) Vykazuje-li v rámci dané třídy obligací se stejnou dobou do splatnosti kopírovaná obligace vyšší spotový výnos a nižší kuponovou sazbu, nebo naopak nižší spotový výnos a vyšší kuponovou sazbu, pak je nutné koupit obligaci s vyšším a prodat obligaci s nižším spotovým výnosem a zároveň koupit obligace se všemi kratšími dobami do splatnosti.
- (b) Vykazuje-li v rámci dané třídy obligací se stejnou dobou do splatnosti kopírovaná obligace vyšší spotový výnos a vyšší kuponovou sazbu, nebo naopak nižší spotový výnos a nižší kuponovou sazbu, pak je nutné koupit obligaci s vyšším a prodat obligaci s nižším spotovým výnosem a zároveň prodat obligace se všemi kratšími dobami do splatnosti.
3. Uvedené arbitrážní operace je možné provádět tak dlouho, dokud je splněna zásada (1) a transakční náklady nepřevyšují arbitrážní zisk.

Podle kritéria spotových výnosů se nejvhodnější obligace pro konstrukci arbitrážního portfolia nejdříve vybere ze skupiny obligací s nejnižší dobou do splatnosti, přičemž spotový výnos  $j$ -té obligace z tohoto souboru popisuje vztah:

$$P^j = (C_1^j + F^j)(1 + i_{e,0,1}^j)^{-1}, j = 1, 2, \dots, n, \quad (3.1.1)$$

- kde:  $n$  počet obligací v souboru obligací se stejnou dobou do splatnosti;  
 $P^j$  tržní cena  $j$ -té obligace;  
 $C_1^j$  velikost kuponu  $j$ -té obligace;  
 $F^j$  nominální hodnota  $j$ -té obligace;  
 $i_{e,0,1}^j$  spotový výnos z  $j$ -té obligace.

Pro spotový výnos ze vztahu (3.1.1) tedy platí:

$$i_{e,0,1}^j = \frac{C_1^j + F^j}{P^j} - 1. \quad (3.1.2)$$

Podle zásady (2) se pro konstrukci arbitrážního portfolia vybere z dané třídy obligací o stejné době do splatnosti ta obligace, která má největší spotový výnos:

$$i_{e,0,1}^* = \max_j \left\{ \frac{C_1^j + F^j}{P^j} - 1 \right\}. \quad (3.1.3)$$

Výběr obligací pro konstrukci arbitrážního portfolia pokračuje výběrem ze skupiny obligací s dobou do splatnosti vyšší o jednu časovou jednotku, potom je spotový výnos  $j$ -té obligace z tohoto souboru vyjádřen vztahem:

$$P^j = (C_1^j + F^j)(1 + i_{e,0,1}^*)^{-1} + (C_2^j + F^j)(1 + i_{e,0,2}^j)^{-2}. \quad (3.1.4)$$

Na základě vztahu (3.1.4) lze spotový výnos vyjádřit vztahem:

$$i_{e,0,2}^j = \left[ \frac{C_2^j + F^j}{P^j - C_1^j(1 + i_{e,0,1}^*)^{-1}} \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \quad (3.1.5)$$

Podle zásady (2) se pro konstrukci arbitrážního portfolia vybere obligace, která splňuje rovnost:

$$i_{e,0,2}^* = \max_j \left\{ \left[ \frac{C_2^j + F^j}{P^j - C_1^j(1 + i_{e,0,1}^*)^{-1}} \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\} \quad (3.1.6)$$

Obecně se při výběru z použitelného souboru  $n$ -letých obligací vybere ta obligace, která vyhovuje vztahu (3.1.7), kde  $t$  vyjadřuje počet období do splatnosti pro daný soubor obligací.

$$i_{e,0,n}^* = \max_j \left\{ \left[ \frac{C_n^j + F^j}{P^j - \sum_{t=1}^{n-1} C_t^j(1 + i_{e,0,t}^*)^{-1}} \right]^{\frac{1}{n}} - 1 \right\} \quad (3.1.7)$$

### Příklad č. 3

Na trhu jsou k dispozici 3 obligace s nominální hodnotou 1000 Kč a ročními kupony. Dvouletá obligace B<sub>1</sub> má kuponovou sazbu 12 % a tržní cenu 1030 Kč, dvouletá obligace B<sub>2</sub> má kuponovou sazbu 8 % a tržní cenu 970 Kč, jednoletá obligace A má kuponovou sazbu 10 % a tržní cenu 1000 Kč. Zkonstruuje případné arbitrážní portfolio za předpokladu možnosti krátkého prodeje obligací.



### Řešení příkladu č. 3

Prvním krokem ke konstrukci arbitrážního portfolia s využitím kritéria spotových výnosů je určení spotových výnosů pro jednotlivé obligace s použitím vztahů (3.1.2) a (3.1.5.) a následně určení maximálních spotových výnosů podle (3.1.3) a (3.1.6.). Tabulka č. 1 ukazuje výsledné spotové výnosy obligací z příkladu č. 3.

**Tabulka č. 1: Spotové výnosy obligací z příkladu č. 3**

	$i_{e,0,n}^j$	$i_{e,0,n}^*$
<b>Obligace B<sub>1</sub></b>	10,28 %	<b>10,28 %</b>
<b>Obligace B<sub>2</sub></b>	9,71 %	
<b>Obligace A</b>	10 %	<b>10 %</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Jelikož lze ve třídě dvouletých obligací B<sub>1</sub> a B<sub>2</sub> nalézt rozdílné spotové výnosy, a zároveň jsou k dispozici obligace se všemi kratšími dobami do splatnosti (v tomto případě jednoletá obligace A), pak podle zásady (1) existuje možnost arbitráže. Při konstrukci arbitrážního portfolia bude kopírována např. obligace B<sub>2</sub>, postup výpočtu zobrazuje tabulka č. 2.

**Tabulka č. 2: Konstrukce arbitrážního portfolia obligací z příkladu č. 3**

	$t = 0 (-P)$	$t = 1$	$t = 2$
<b>Obligace B<sub>1</sub></b>	-1030	120	1120
<b>Obligace B<sub>2</sub></b>	-970	80	1080
<b>Obligace A</b>	-1000	1100	0
<b>B<sub>2</sub></b>	-970	80	1080
<b>B<sub>1</sub></b>	-993,21	115,71	1080
<b>B<sub>2</sub> - B<sub>1</sub></b>	23,21	-35,71	0
<b>A</b>	32,47	-35,71	0
<b>(B<sub>2</sub> - B<sub>1</sub>) - A</b>	-9,25	0	0
<b>Arbitrážní portfolio</b>	<b>9,25</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>A + B<sub>2</sub> - B<sub>1</sub></b>			

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Protože obligace B<sub>2</sub> má nižší spotový výnos a současně nižší kuponovou sazbu než obligace B<sub>1</sub>, je nutné podle zásady (2b) koupit obligaci B<sub>1</sub>, prodat obligaci B<sub>2</sub> a zároveň prodat i obligaci A. Numericky jsou tyto transakce popsány v tabulce č. 2 s arbitrážním ziskem 9,25 Kč.

Řešení příkladu č. 3 je k dispozici na příloženém CD v souboru *Metoda spotových výnosů.xlsx*.

### 3.2. Model konstrukce arbitrážního portfolia obligací pomocí LP

Navržený model vychází z modelu uvedeného v [7, s. 56] a z přednášek k předmětu základy kapitálových trhů [6]. Na rozdíl od modelu [7, s. 56] uvedený model dopředu nerozlišuje obligace určené k prodeji a obligace určené k nákupu, což umožňuje nalezení vůbec nejlepšího možného řešení z hlediska arbitráže, pokud vůbec řešení existuje, a za určitých okolností model připouští i možnost prodeje obligací nakrátko (*Short sale*).

Základní model bude pracovat s těmito zjednodušujícími předpoklady:

- (a) Předpoklad přípustnosti krátkého prodeje obligací;
- (b) Předpoklad realizace všech plateb ve stejný den v rámci časového rámce;
- (c) Předpoklad nulových transakčních nákladů;
- (d) Předpoklad nulových daní a poplatků z obchodování;
- (e) Předpoklad přípustnosti neceločíselného řešení;
- (f) Předpoklad neefektivního trhu (tzn. existuje možnost arbitráže).

Na základě uvedených předpokladů lze vyjádřit matematickou formulaci optimalizační úlohy pro konstrukci arbitrážního portfolia následujícím způsobem.

**Účelová funkce:**

$$\sum_i^n P_i x_i \rightarrow \max, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n. \quad (3.2.1)$$

**Omezující podmínky:**

$$\sum_i^n CF_{it} x_i \leq 0, \quad \text{pro } t = 1, 2, \dots, T, i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.2.2)$$

$$|x_i| \leq N_i, \quad \text{pro } i = 1, 2, \dots, n, \quad (3.2.3)$$

- kde:  $i$  označení obligace;  
 $n$  počet obligací;  
 $t$  označení období;  
 $P_i$  cena  $i$ -té obligace;  
 $x_i$  počet kusů  $i$ -té obligace;  
 $CF_{it}$  peněžní toky z  $i$ -té obligace za období  $t$ ;  
 $T$  doba do splatnosti nejpozději splatných obligací;  
 $N_i$  disponibilní počet kusů  $i$ -té obligace.

Kritériem modelu je maximalizace zisku, tj. maximalizace rozdílu mezi příjmy za prodej a výdaji na nákup obligací, přičemž množství obligací určených k nákupu je vyjádřeno záporným počtem kusů a množství obligací určených k prodeji je vyjádřeno kladným počtem kusů, viz (3.2.1). Omezující podmínky (3.2.2) zaručují, že obligace určené k nákupu (se záporným počtem kusů) budou mít v jednotlivých letech stejnou nebo vyšší hodnotu než obligace určené k prodeji, suma peněžních toků v jednotlivých letech tak bude vždy menší nebo rovna nule. Omezující podmínky (3.2.3) umožňují existenci záporných hodnot, které představují nákup obligací.

### 3.3. Implementace modelu v SW Mathematica

Pro lepší názornost bude implementace modelu provedena na testovacím příkladu č. 3 z kapitoly 3.1.

#### Příklad č. 3

Na trhu jsou k dispozici 3 obligace s nominální hodnotou 1000 Kč a ročními kupony. Dvouletá obligace  $B_1$  má kuponovou sazbu 12 % a tržní cenu 1030 Kč, dvouletá obligace  $B_2$  má kuponovou sazbu 8 % a tržní cenu 970 Kč, jednoletá obligace  $A$  má kuponovou sazbu 10 % a tržní cenu 1000 Kč. Zkonstruujte případné arbitrážní portfolio za předpokladu možnosti krátkého prodeje obligací.

#### Řešení příkladu č. 3 pomocí optimalizačních funkcí SW Mathematica

Nejdříve je třeba sestavit matematický model podle (3.2.1), (3.2.2) a (3.2.3).

#### Definice proměnných:

$x_1$  počet kusů obligace  $B_1$ ;

$x_2$  počet kusů obligace  $B_2$ ;

$x_3$  počet kusů obligace  $A$ .

#### Účelová funkce:

$$1030x_1 + 970x_2 + 1000x_3 \rightarrow \max.$$

#### Omezující podmínky:

$$120x_1 + 80x_2 + 1100x_3 \leq 0,$$

$$1120x_1 + 1080x_2 \leq 0,$$

$$-1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1.$$

Účelová funkce vyjadřuje cíl maximalizace zisku plynoucího z konstrukce arbitrážního portfolia. První dvě omezující podmínky zaručují, že obligace určené k nákupu (se záporným počtem kusů) budou mít v jednotlivých letech stejnou nebo vyšší hodnotu než obligace určené k prodeji a poslední omezující podmínka vyjadřuje maximální počet obligací, které je možné koupit (záporné znaménko) nebo prodat (kladné znaménko).

Pro implementaci modelu v SW Mathematica je možné využít funkcí numerické optimalizace, konkrétně funkce `NMaximize`, která vrací globální maximum zadané kritériální funkce s ohledem na definované omezující podmínky `cons`.

```
NMaximize [{f, cons}, {x, y, ...}]
```

Pro příklad č. 3 má předpis této funkce následující podobu.

```
NMaximize [{ 1030 x1 + 970 x2 + 1000 x3, 120 x1 + 80 x2 + 1100
x3 ≤ 0 && 1120 x1 + 1080 x2 ≤ 0 && -1 ≤ x1 ≤ 1 && -1 ≤ x2 ≤ 1 &&
-1 ≤ x3 ≤ 1}, {x1, x2, x3}]
```

Výsledné řešení úlohy v SW Mathematica vyjadřuje následující zápis.

```
{9.25325, {x1 -> -0.964286, x2 -> 1., x3 -> 0.0324675}}
```

Hodnota zisku z takto zkonstruovaného arbitrážního portfolia je 9,25325 Kč. Zisku je dosaženo nákupem 0,964286 kusu obligace  $B_1$  současně s prodejem 1 kusu obligace  $B_2$  a 0,0324675 kusu obligace  $A$ .

Alternativním řešením příkladu je použití funkce `LinearProgramming`, která nabízí jednodušší manipulaci se vstupními daty v podobě vektorů a matic:

```
LinearProgramming [c, m, {{b1, s1}, {b2, s2}, ..., {bi, si}}, {{l1,
u1}, {l2, u2}, ..., {lj, uj}}]
```

Funkce v tomto tvaru hledá vektor  $x$ , který minimalizuje předpis  $c * x$  pro  $x \geq 0$ , kde  $c$  je vektor kritériální funkce, při lineárních omezeních stanovených maticí  $m$  a páry  $\{b_i, s_i\}$ . Každému řádku  $m_i$  matice  $m$  odpovídá omezení:

- $m_i * x \geq b_i$ , pokud  $s_i = 1$ ;
- $m_i * x = b_i$ , pokud  $s_i = 0$ ;
- $m_i * x \leq b_i$ , pokud  $s_i = -1$ .

Páry  $\{l_j, u_j\}$  určují omezení vektoru  $x$  v podobě  $l_j \leq x_j \leq u_j$ . Index  $i = 0, 1, \dots$ , počet řádků matice  $m$  a index  $j = 1, 2, \dots$ , počet prvků vektoru  $c$ .

Pro příklad č. 3 má předpis funkce `LinearProgramming` následující podobu.

```
LinearProgramming [{-1030, -970, -1000}, {{120, 80, 1100},
{1120,1080,0}}, {{0, -1}, {0, -1}}, {{-1, 1},{-1, 1},{-1, 1}}]
```

Hodnoty účelové funkce jsou zadány se záporným znaménkem, protože funkce `LinearProgramming` explicitně hledá globální minimum zadaného kritéria. Optimalizační úloha tedy hledá množství jednotlivých obligací minimalizující ztrátu, což je duální úloha k úloze hledající množství jednotlivých obligací maximalizující zisk. Výsledná množství jsou vyjádřena v poměrovém tvaru.

$$\left\{ -\frac{27}{28}, \quad 1, \quad \frac{5}{154} \right\}$$

Výsledkem jsou tedy tytéž hodnoty pro optimální množství jednotlivých obligací jako u řešení pomocí funkce `NMaximize` s tím rozdílem, že hodnotu případného arbitrážního zisku je nutné dopočítat jako sumu součinu množství jednotlivých obligací a jejich ceny. Zde pro názornost např. pouhým dosazením do účelové funkce.

$$\left\{ -\frac{27}{28} * 1030, \quad 1 * 970, \quad \frac{5}{154} * 1000 \right\}$$

Výsledek je opět v poměrovém tvaru (v případě potřeby lze snadno převést na numerický tvar pomocí funkce `N[expr]`).

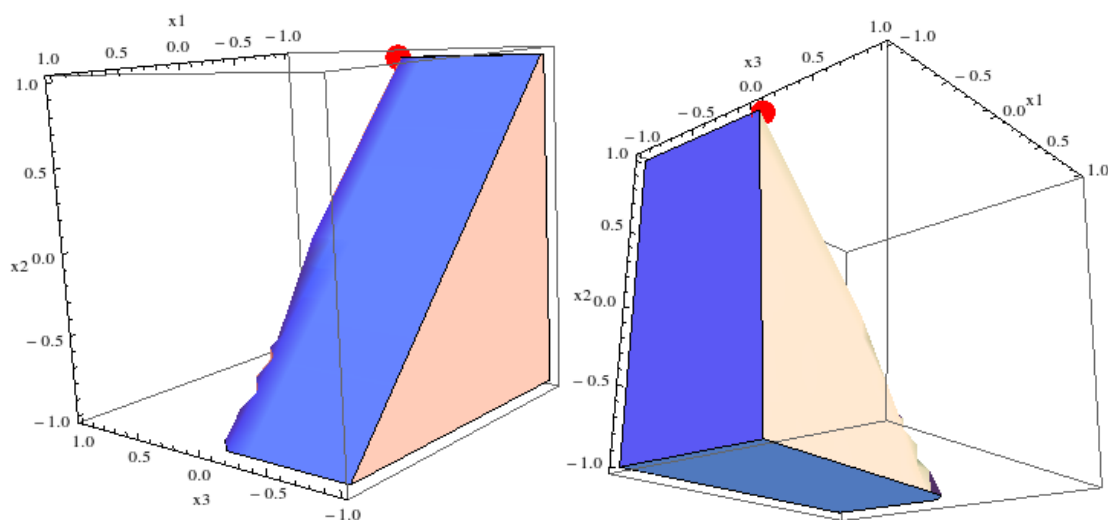
$$\left\{ \frac{1425}{154} \right\}$$

V SW Mathematica je možné řešení příkladu č. 3 vyjádřit také graficky např. pomocí funkce `RegionPlot3D`, která slouží pro tvorbu trojrozměrného grafu na základě zadaných omezujících podmínek, a funkce `Point`, s jejíž pomocí lze zobrazit nalezené optimální řešení jako bod. Možné řešení v SW Mathematica ukazuje následující blok programového kódu:

```
Show[ RegionPlot3D[ 120 x1 + 80 x2 + 1100 x3 ≤ 0 && 1120x1 +
1080 x2 ≤ 0, {x1, -1, 1}, {x2, -1, 1}, {x3, -1, 1}, Mesh ->
None, AxesLabel -> Automatic], Graphics3D[{PointSize[0.05], Red,
Point[{-0.964285, 1, 0.0324675}]}]]
```

Výstupem je grafické znázornění optimalizační úlohy, viz obrázek č. 11.

Obrázek č. 11: Grafické znázornění optimalizační úlohy z příkladu č. 3



Zdroj: vlastní zpracování, 2014

Barevné plochy na obrázku č. 11 zobrazují množinu přípustných řešení optimalizační úlohy a červený bod vyjadřuje nalezené optimální řešení.

Řešení příkladu č. 3 s využitím optimalizačních funkcí SW Mathematica je k dispozici na přiloženém CD v souboru *Testovací příklad 3.nb*.

## **4. Aplikace modelu na reálná finanční data**

V této kapitole je provedena analýza vybraných reálných finančních dat prostřednictvím navrženého modelu konstrukce arbitrážního portfolia obligací s využitím lineárního programování v SW Mathematica.

Po počátečním popisu dat a návrhu jejich zpracování v SW Mathematica se tato kapitola člení do dvou ucelených částí. V první části je realizována aplikace modelu na tržní data s přípustěním krátkého prodeje obligací. Druhá část se zabývá aplikací modelu na existující portfolio obligací a také možností realizace opakovaného arbitrážního zisku. Obě části zahrnují popis zpracování dat, aplikaci navrženého modelu, interpretaci získaných výsledků, verifikaci modelu a diskuzi praktického využití.

### **4.1. Popis dat a jejich zpracování v SW Mathematica**

Kvalitní finanční data jsou stěžejní podmínkou pro tvorbu optimálních investičních rozhodnutí a nejinak tomu je i při konstrukci arbitrážního portfolia obligací. Pojem kvalitní data je myšleno, že přesně reflektují popisovanou skutečnost v okamžiku jejich vzniku. Z hlediska modelu arbitrážního portfolia obligací se jedná o data popisující trh s obligacemi. Tato data lze získat několika způsoby [23]:

- v elektronické podobě přímo ze strany burzy CP, kde jsou k dispozici informace o obchodování obvykle se zpožděním 15 minut, kurzovní lístek, různé statistické přehledy a grafy (např. [17], [18]);
- v elektronické podobě od renomovaných informačních agentur, které poskytují širokou škálu informací z oblasti kapitálového trhu, včetně výsledků obchodování na burze, analytických nástrojů, apod. (např. Financial Times – ft.com, Bloomberg – bloomberg.com, The Wall Street Journal – online.wsj.com );
- od obchodníků s investičními instrumenty, kteří nabízejí informační servis pro investory (např. [19]);
- tradičním zdrojem informací je denní tisk zaměřený na finanční trhy (např. Financial Times Newspaper).

Pro účely této práce jsou použita online data poskytovaná londýnskou burzou CP London Stock Exchange (LSE) [17] a švýcarskou SIX Swiss Exchange [18], která vyhovují požadavkům práce, jelikož obsahují všechny informace potřebné

pro konstrukci arbitrážního portfolia, tj. označení o jakou obligaci se jedná, tržní cenu, datum splatnosti, kuponovou sazbu a datum výplaty kuponu. Jelikož jsou tržní ceny obligací stanoveny kurzem, lze pro konstrukci modelů vycházet z libovolné nominální hodnoty, která se bude u všech modelů předpokládat např. ve výši 100 peněžních jednotek.

K načtení online dat i dat ze souboru lze v SW Mathematica využít funkci `Import` a do jejího předpisu zadat odkaz na url s obsahem požadovaných zdrojových dat, resp. absolutní cestu k souboru na disku, a definovat datové prvky a oblast dat, která má být importována. Seznam podporovaných formátů importu v SW Mathematica vypisuje příkaz `$ImportFormats`. Seznam datových prvků dostupných pro import ze zadaného zdroje vypisuje příkaz `Elements`, např. datové prvky dostupné pro import z LSE [17].

```
Import["http://www.londonstockexchange.com/exchange/prices-and-  
markets/retail-bonds/retail-bonds-search.html ", "Elements"]
```

Výstupem je seznam dostupných datových prvků ze zadaného url odkazu.

```
{"Data", "FullData", "Hyperlinks", "ImageLinks", "Images",  
"Plaintext", "Source", "Title", "XMLObject"}
```

Na základě dostupných datových prvků je navržen možný způsob použití funkce `Import` pro finanční data z LSE [17].

```
Import[" http://www.londonstockexchange.com/exchange/prices-and-  
markets/retail-bonds/retail-bonds-search.html ", "Data"][[2, 2]];
```

Zpracovávaná finanční data je často nutné převést do jiného formátu např. z důvodů:

- archivace importovaných finančních dat nebo modelem nalezených řešení, aby se v případě potřeby dalo dohledat, co přesně bylo vstupem modelu resp. jeho výstupem;
- interpretace nebo zpracování dat v jiných SW.

K tomu slouží funkce `Export`, jejíž předpis obsahuje absolutní cestu k adresáři, kam mají být data exportována, název a typ souboru, který má být z exportovaných dat vytvořen, a samozřejmě i samotná data, která mají být exportována. Seznam podporovaných formátů exportu v SW Mathematica vypisuje příkaz `$ExportFormats`. Příkladem je export finančních dat obligací do souboru ve formátu xls.

```
Export ["Absolutní cesta k adresáři/Bonds.xls", Bonds];
```



## 4.2. Aplikace modelu s přípuštěním krátkého prodeje obligací

V této kapitole je popsána aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na finanční data z LSE [17] s přípuštěním krátkého prodeje obligací, tzn., že model nevychází z žádného již existujícího portfolia obligací, ale pouze na základě dostupných obligací na trhu hledá takové portfolio obligací, které umožní realizovat arbitrážní zisk.

Jako testovací vstupní data jsou použity vládní obligace Spojeného království Velké Británie a Severního Irska (UK Gilts) se splatností do pěti let a s půlročními kupony, obchodované na LSE dne 18. 3. 2014, viz příloha C. Realizace modelu v SW Mathematica je dostupná na přiloženém CD v souboru *Testovací příklad UK Gilts.nb*.

### 4.2.1. Úprava vstupních dat

Prvním krokem je samotný import dat ze zdroje [17]. Funkce `Prepend` doplňuje na první místo v seznamu `UKGilts` aktuální datum a čas, ve kterém byl import dat proveden, aby bylo v případě potřeby možné zpětně určit přesný okamžik vzniku dat. Časový okamžik vzniku dat je generován funkcí `DateList[]`.

```
UKGilts = Prepend[Import[
  "http://www.londonstockexchange.com/exchange/prices-and-
  markets/retail-bonds/advanced-search/advancedsearch.html",
  "Data"][[2, 2]], DateList[]];
```

Výsledkem importu jsou data skládající se z více úrovní vnořených seznamů, proto je vhodné data před dalším zpracováním upravit do jednoúrovňového seznamu. Zde je k tomuto účelu využita vedlejší vlastnost funkce `Prepend`, která kromě toho, že zařadí vybraná data na začátek seznamu, také zařadí data na stejnou úroveň (dojde k vyhlazení podseznamů)

```
UKGilts = Prepend[Prepend[UKGilts[[3]], UKGilts[[2]]],
  UKGilts[[1]]];
```

Pro konstrukci arbitrážního portfolia obligací jsou důležité jen některé údaje o obligacích obsažených v portfoliu, a to tržní cena, kuponová sazba, datum splatnosti a datum posledního kuponu. Pro tyto položky je rozumné vytvořit samostatné seznamy separací požadovaných dat ze všech importovaných dat.

Pro tržní ceny se jedná pouze o jednoduchou operaci vytvoření nového seznamu `price`.

```
price = UKGilts[[2 ;;, 4]];
```

V případě separace kuponových sazeb již není provedení tak jednoduché, jelikož tyto sazby jsou pro testovaná data obsaženy v textu s názvem obligace, např. {UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15}. Funkce `StringCases` zajistí, že z řetězce znaků bude podle vzoru `DigitCharakter` vybrán podřetězec obsahující pouze číselné znaky 0 až 9. Tento podřetězec je nutné převést pomocí příkazu `ToExpression` na vstupní hodnotu (převést číselné znaky na skutečná čísla). Funkce `Drop` odstraní poslední dva číselné znaky, které v názvu obligace symbolizují rok splatnosti obligace. Obsahem konstrukce `For` je převod kuponových sazeb tvořených více než jednou číslicí na jednu hodnotu tím způsobem, že k první číslici je přičten poměr druhé a třetí číslice. Poslední řádek slouží pro převod poměrového tvaru na desetinný tvar prostřednictvím funkce `N`, funkce `Flatten` vyhladí vnořené seznamy do jednoúrovňového seznamu.

```
coupon = Drop[ToExpression[StringCases[UKGilts[[2 ;;, 2]],
DigitCharacter]], None, -2];
For[i = 1, i <= Length[coupon], i++,
  If[Length[coupon][[i]] > 1 && coupon[[i, 3]] != 0,
    coupon[[i]] = coupon[[i, 1]] + coupon[[i, 2]]/coupon[[i,
3]]];
coupon = N[Flatten@coupon];
```

Doby splatnosti je rovněž vhodné pro všechny obligace upravit z podoby {07/09/2014} pomocí funkce `DateList` na standardizovanou formu {2014, 9, 7, 0, 0, 0.}, neboli {rok, měsíc, den, hodina, minuta, sekunda}. Prostřednictvím funkce `Map` je funkce `DateList` aplikována na každý prvek v seznamu.

```
maturity = UKGilts[[2 ;;, 3]];
maturity = Map[DateList[{maturity[[#]], {"Day", "/", "Month",
"/", "Year"}}] &, Range[Length[maturity]]]0
```

#### 4.2.2. Provedení optimalizace

Pro provedení optimalizace je třeba pomocí upravených dat sestavit předpis optimalizační funkce v SW Mathematica. V kapitole 3.3 jsou popsány dva možné způsoby, jak optimalizaci podle modelu uvedeného v kapitole 3.2 v SW Mathematica provést – pomocí funkce `NMaximize` nebo pomocí funkce `LinearProgramming`. Pro reálná data je z důvodu jednoduší manipulace se vstupními daty v podobě vektorů a matic vhodnější použít funkci `LinearProgramming`.

K tomu je nutné zpracovat účelovou funkci a omezující podmínky do odpovídajícího tvaru. Co se týče účelové funkce, není potřeba žádných dalších výpočtů, je určena vektorem tržních cen obligací, které jsou již zpracovány v seznamu `price`. Jelikož funkce `LinearProgramming` explicitně hledá globální minimum kriteriální funkce, je nutné počítat se zápornými tržními hodnotami, čehož je dosaženo pouhým vynásobením seznamu `price` hodnotou `-1`, to je vyjádřeno v kódu SW Mathematica jako `-price`. Vektor účelové funkce potom má pro testovaná data následující podobu.

```
{-102.11, -101.95, -106.18, -112.84, -102.43, -337.94, -107.67,  
-101.98, -125.1, -98.97, -113.57, -98.32, -112.75}
```

Dalším krokem je vyjádření omezujících podmínek modelu (3.2.2.), které jsou určeny peněžními toky v jednotlivých letech životnosti portfolia obligací. Nejdříve je třeba stanovit počet omezujících podmínek na základě dob do splatnosti jednotlivých obligací v portfoliu. S cílem usnadnění manipulace s dobami do splatnosti se nabízí možnost tyto doby upravit ve vztahu k období, k němuž se sledují peněžní toky, tj. v případě UK Gilts se jedná o pololetí (pololetní výplaty kuponů). Jinak řečeno, doba splatnosti bude určena pouze pololetím roku, ve kterém ke splacení obligace dojde (např. převod z tvaru `{2014, 9, 7, 0, 0, 0.}` na tvar `{2014, 2}`, kde 2014 je rok splatnosti a 2 znamená, že ke splacení dojde ve druhém pololetí daného roku).

Toho je dosaženo zavedením nové proměnné `time`, do které jsou zkopírovány vždy roky splatnosti daného titulu ze seznamu `maturity` a pololetí splatnosti je určeno na základě čísla vyjadřující měsíc splatnosti, čili prostřednictvím podmínky `If` – pokud je číslo vyjadřující měsíc splatnosti menší nebo rovno 6, je obligace splatná v prvním pololetí daného roku, pokud uvedená podmínka neplatí, je splatná v druhém pololetí daného roku.

```

time = Table[0, {Length[maturity]}, {2}];
For[i = 1, i ≤ Length[maturity], i++,
{time[[i,1]] = maturity[[i,1]],
If[maturity[[i,2]] ≤ 6, time[[i,2]] = 1, time[[i,2]] = 2}}];

```

Po této úpravě lze celkový počet omezujících podmínek (3.2.2.) určit poměrně jednoduše použitím funkce `DeleteDuplicates`, která odstraní všechny duplicitní položky z libovolného seznamu. Její aplikací na upravený seznam s dobami splatnosti `time` bude počet zbylých hodnot roven počtu omezujících podmínek, spočteného funkcí `Length`. Na základě zmíněných operací je možné připravit pomocí funkce `Table` tabulku `conditions`, do níž se omezující podmínky budou zaznamenávat (parametr 0 je počáteční nastavení obsahu jednotlivých řádků tabulky, druhý parametr je deklarovaný počet řádků tabulky).

```

conditions = Table[0, {Length>DeleteDuplicates>time}}];

```

Nyní lze přistoupit ke generování omezujících podmínek (3.2.2). Definice vstupních parametrů obsahuje následující položky:

- rok a pololetí splatnosti nejdříve splatných obligací `year` (v seznamu `time` jsou splatnosti uspořádány od nejkratší po nejdelší);
- pomocný seznam pro peněžní toky v jednotlivých letech `yield`;
- proměnnou `c` odkazující na aktuální řádek matice (tabulky) pro generování omezující podmínky v tabulce `conditions` (odkazovaný řádek obsahuje peněžní toky v daném období, v tomto případě pololetí);
- proměnnou `t` označující pořadí aktuálního období splatnosti, pro které se generují peněžní toky v seznamu `time`.

```

year = time[[1]];
yield = coupon;
c = 1;
t = 1;

```

Nyní je možné přistoupit k samotnému generování omezujících podmínek v jednotlivých letech životnosti portfolia obligací. Zde je využita konstrukce `While`, která provádí definované operace, dokud platí, že aktuální rok je menší nebo roven maximálnímu roku splatnosti v daném portfoliu obligací. Těmito operacemi jsou:

- nastavení pomocné proměnné `i` na hodnotu 1;
- vnořená konstrukce `While`, která ověřuje, zda je daná obligace splatná v aktuálním období, pro které jsou zpracovávány peněžní toky, a pokud ano, tak k výplatě kuponu přičte nominální hodnotu obligace, tzn. peněžní tok z obligace v období splatnosti je součet nominální hodnoty obligace a velikosti kuponu;
- vložení peněžních toků `yield` za dané období do příslušného řádku `c` matice omezujících podmínek `conditions`;
- navýšení proměnné `c` o 1 (peněžní toky pro následující období se budou generovat na další řádek matice omezujících podmínek);
- konstrukce `For`, která v případě, že v aktuálním období, pro které se počítají peněžní toky z portfolia obligací, je obligace splacena, tzn. její peněžní toky jsou větší nebo rovny nominální hodnotě obligace, nastaví peněžní toky z této obligace pro další období na hodnotu 0 (tzn. po svém splacení již obligace neposkytuje žádný příjem);
- podmínka `If` ověřující zda následující období splatnosti obligací určené pro zpracování přecházejícími operacemi není větší než doba splatnosti nejdéle splatných obligací, pokud ano, nastaví rok `i` pololetí na hodnoty 9999, které neprojdou podmínkou `While` cyklu a celý cyklus bude ukončen;

```

While[year[[1]] <= Max[time[[All, 1]]],
  i = 1;
  While[i <= Length[yield],
    If[time[[i, 1]] == year[[1]] &&
      time[[i, 2]] == year[[2]], {yield =
      ReplacePart[yield, i -> 100 + yield[[i]]], t++}];
    i++];
  conditions[[c]] = yield; c++;
  For[i = 1, i <= Length[yield], i++,
    If[yield[[i]] >= 100,
      yield = ReplacePart[yield, i -> 0]
    ];
  If[t <= Length[time], year = time[[t]], year = {9999,
  9999}];
];

```

Výsledkem je matice omezujících podmínek `conditions` pro testovací data UK Gilts ve tvaru zobrazeném na obrázku č. 12.

**Obrázek č. 12: CF v jednotlivých pololetích životnosti UK Gilts z testovaných dat**

105.	2.75	4.75	8.	2.	2.5	4.	1.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	102.75	4.75	8.	2.	2.5	4.	1.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	0	104.75	108.	2.	2.5	4.	1.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	0	0	0	102.	2.5	4.	1.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	0	0	0	0	102.5	104.	1.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	0	0	0	0	0	0	101.75	8.75	1.	5.	1.25	4.5
0	0	0	0	0	0	0	0	108.75	101.	5.	1.25	4.5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	105.	1.25	4.5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	101.25	4.5
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	104.5

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Pro získané omezující podmínky je třeba doplnit nerovnosti `inequalities`, tzn. informaci, že každý řádek matice omezujících podmínek `conditions` je menší nebo roven 0. Pro potřeby funkce `LinearProgramming` to lze realizovat maticí, kde každý řádek je tvořen hodnotou omezení (zde 0) a v případě nerovnosti zleva ve tvaru  $\leq 0$  je nutné doplnit řádek matice o hodnotu -1. Počet řádků matice musí být stejný jako počet omezujících podmínek, získaný funkcí `Length`.

```
inequalities = Table[{0, -1}, {Length[conditions]}];
```

Obsah matice `inequalities` pro testovaná data má následující podobu.

```
{{0, -1}, {0, -1}, {0, -1}, {0, -1}, {0, -1}, {0, -1}, {0, -1},  
{0, -1}, {0, -1}, {0, -1}}
```

Dále je nutné uvažovat omezení disponibilního množství obligací (3.2.3) `quantities`. Bude-li dostupný např. jen 1 kus obligace pro nákup i pro prodej, potom bude mít omezení opět tvar matice, kde bude maximální množství obligace v případě prodeje určeno hodnotou -1 a v případě nákupu 1. Počet těchto omezení musí být roven počtu hodnot v účelové funkci, který lze opět jednoduše získat funkcí `Length`.

```
quantities = Table[{-1, 1}, {Length[price]}]
```

Příklad výsledného obsahu matice `quantities` pro testovaná data.

```
{{-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1},  
{-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}, {-1, 1}}
```

Závěrečná optimalizace účelové funkce při daných omezujících podmínkách je pouhým dosazením vypočtených vektorů a matic do předpisu funkce `LinearProgramming`.

```
LP = LinearProgramming[-price, conditions, inequalities,  
quantities]
```

Výstupem funkce `LinearProgramming` jsou optimální množství jednotlivých obligací při daných omezeních z hlediska maximálního arbitrážního zisku.

```
{0.0966925, 0.101527, 1., -0.895681, 0.0801647, 1., -0.918232,
0.0700387, -0.928736, 1., 0., 0., 0.}
```

Celkový arbitrážní zisk je součtem součinu optimálního množství obligace a její tržní ceny pro všechny obligace z arbitrážního portfolia.

```
Total[LP*price]
```

Výsledný arbitrážní zisk zkonstruovaného portfolia obligací bude mít hodnotu 262,548 GBP.

Výsledky modelu je vhodné pro lepší interpretaci vyjádřit ve formě tabulky. Možný tvar tabulky ukazuje obrázek č. 13, kde v prvním sloupci jsou jména obligací, ve druhém jsou modelem vypočítané optimální množství nakoupených resp. prodaných kusů každé obligace, ve třetím jsou ceny obligací a ve čtvrtém sloupci je celkový peněžní tok z každé obligace v současnosti. Postup konstrukce tabulky v SW Mathematica je obsažen v příloze D.

**Obrázek č. 13: Interpretace výsledků modelu pro příklad 1 pomocí tabulky**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	-0.928736	125.1	-116.185
UNITED KINGDOM 8% 15	-0.895681	112.84	-101.069
UNITED KINGDOM 4% 16	-0.918232	107.67	-98.866
UNITED KINGDOM 1 1/4% 18	0.	98.32	0.
UNITED KINGDOM 4 1/2% 19	0.	112.75	0.
UNITED KINGDOM TR 5% 18	0.	113.57	0.
UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	0.0700387	101.98	7.14255
UNITED KINGDOM TR 2% 16	0.0801647	102.43	8.21127
UNITED KINGDOM TR.5% 14	0.0966925	102.11	9.87327
UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	0.101527	101.95	10.3507
UNITED KINGDOM 1% 2017	1.	98.97	98.97
UNITED KINGDOM TR.4 3/4% 15	1.	106.18	106.18
UNITED KINGDOM 2 1/2% IL 16	1.	337.94	337.94
<b>TOTAL</b>	-	-	<b>262.548</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Obrázek č. 14 zobrazuje, jak se při konstrukci arbitrážního portfolia vynulují peněžní toky v jednotlivých pololetích životnosti portfolia tím způsobem, že lze v současnosti realizovat arbitrážní zisk, aniž by to mělo vliv na budoucí peněžní toky plynoucí z držení daného portfolia obligací. Postup konstrukce tabulky v SW Mathematica obsahuje příloha E.

**Obrázek č. 14: CF v jednotlivých letech životnosti arbitrážního portfolia obligací**

NAME	NOW	2014 <sub>2</sub>	2015 <sub>1</sub>	2015 <sub>2</sub>	2016 <sub>1</sub>	2016 <sub>2</sub>	2017 <sub>1</sub>	2017 <sub>2</sub>	2018 <sub>1</sub>	2018 <sub>2</sub>	2019 <sub>1</sub>
UNITED KINGDOM 4 1/2% 19	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 1 1/4% 18	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR 5% 18	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 1% 2017	98.97	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	101.	0.	0.
UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	-116.185	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-101.	0.	0.
UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	7.14255	0.122568	0.122568	0.122568	0.122568	0.122568	0.122568	7.12644	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 4% 16	-98.866	-3.67293	-3.67293	-3.67293	-3.67293	-3.67293	-95.4961	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 2 1/2% IL 16	337.94	2.5	2.5	2.5	2.5	102.5	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR 2% 16	8.21127	0.160329	0.160329	0.160329	8.1768	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 8% 15	-101.069	-7.16545	-7.16545	-96.7335	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR.4 3/4% 15	106.18	4.75	4.75	104.75	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	10.3507	0.2792	10.4319	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR.5% 14	9.87327	10.1527	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0.
<b>TOTAL</b>	<b>262.548</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

### 4.2.3. Verifikace modelu

Pro verifikaci modelu zkonstruovaného v kapitole 4.3.2 je možné využít model konstrukce arbitrážního portfolia obligací podle kritéria spotových výnosů popsaný v kapitole 3.2. Předpokladem verifikace porovnáním obou metod konstrukce arbitrážního portfolia je, že by mělo být u obou metod dosaženo stejného výsledku.

Výpočty v rámci verifikace modelu podle kritéria spotových výnosů jsou dostupné na příloženém CD v souboru *Metoda spotových výnosů.xlsx* a výpočty provedené pomocí implementovaného modelu v SW Mathematica v souboru *Testovací příklad UK Gilts – verifikace.nb*.

Pro použití kritéria spotových výnosů je nutné nejdříve spočítat spotové výnosy pro jednotlivé obligace a určit největší spotový výnos v dané třídě obligací se stejnou dobou splatnosti (zde se rozumí se splatností ve stejném pololetí) podle vzorců uvedených v kapitole 3.1. Spotové výnosy pro jednotlivé UK Gilts zobrazuje tabulka č. 3.



**Tabulka č. 3: Spotové výnosy pro testovací data UK Gilts**

Obligace	Name	Maturity Date	Price	Spotový výnos	
A	UNITED KINGDOM TR.5% 14	07/09/2014	102,11	<b>i0,1*</b>	<b>0,028</b>
B	UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	22/01/2015	101,95	<b>i0,2*</b>	<b>0,017</b>
C <sub>1</sub>	UNITED KINGDOM TR.4 3/4% 15	07/09/2015	106,18	i0,3	0,026
C <sub>2</sub>	UNITED KINGDOM 8% 15	07/12/2015	112,84	<b>i0,3*</b>	<b>0,035</b>
D	UNITED KINGDOM TR 2% 16	22/01/2016	102,43	<b>i0,4*</b>	<b>0,018</b>
E <sub>1</sub>	UNITED KINGDOM 2 1/2% IL 16	26/07/2016	337,94	i0,5	-0,208
E <sub>2</sub>	UNITED KINGDOM 4% 16	07/09/2016	107,67	<b>i0,5*</b>	<b>0,024</b>
F	UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	22/01/2017	101,98	<b>i0,6*</b>	<b>0,014</b>
G <sub>1</sub>	UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	25/08/2017	125,1	<b>i0,7*</b>	<b>0,052</b>
G <sub>2</sub>	UNITED KINGDOM 1% 2017	07/09/2017	98,97	i0,7	0,011
H	UNITED KINGDOM TR 5% 18	07/03/2018	113,57	i0,8	0,020
I	UNITED KINGDOM 1 1/4% 18	22/07/2018	98,32	i0,9	0,016
J	UNITED KINGDOM 4 1/2% 19	07/03/2019	112,75	i0,10	0,072

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Pro obligace vybrané z dostupného portfolia obligací podle kritéria spotových výnosů jsou určeny peněžní toky v každém období životnosti portfolia, viz tabulka č. 4.

**Tabulka č. 4: CF testovacích UK Gilts vybraných podle kritéria spotových výnosů v jednotlivých obdobích životnosti obligací**

	$t = 0 (-P)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$
<b>Obligace G1</b>	-125,1	8,75	8,75	8,75	8,75	8,75	8,75	108,75
<b>Obligace G2</b>	-98,97	1	1	1	1	1	1	101
<b>Obligace F</b>	-101,98	1,75	1,75	1,75	1,75	1,75	101,75	0
<b>Obligace E2</b>	-107,67	4	4	4	4	104	0	0
<b>Obligace D</b>	-102,43	2	2	2	102	0	0	0
<b>Obligace C</b>	-112,84	8	8	108	0	0	0	0
<b>Obligace B1</b>	-101,95	2,75	102,75	0	0	0	0	0
<b>Obligace A</b>	-102,11	105	0	0	0	0	0	0

*Zdroj: Vlastní zpracování, 2014*

Při konstrukci arbitrážního portfolia bude kopírována obligace G<sub>2</sub>, jelikož disponibilní množství obligací je omezeno jedním kusem a pokud by byla kopírována obligace G<sub>1</sub> s vyššími CF, došlo by při tomto postupu výpočtu u obligace G<sub>2</sub> k překročení disponibilního množství ( $108,75/101 = 1,077$ ).

Jelikož obligace G<sub>2</sub> má nižší spotový výnos a současně nižší kuponovou sazbu než obligace G<sub>1</sub>, je nutné podle zásady (2b) uvedené v kapitole 3.1 koupit obligaci G<sub>2</sub>, prodat obligaci G<sub>1</sub> a zároveň prodat všechny obligace se všemi kratšími dobami

do splatnosti. Numericky jsou tyto transakce popsány v tabulce č. 5 s arbitrážním ziskem 22,692 GBP.

**Tabulka č. 5: Konstrukce arbitrážního portfolia pro testovací data UK Gilts**

	$t = 0(-P)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$	$t = 6$	$t = 7$
<b>Obligace G<sub>2</sub></b>	-98,97	1	1	1	1	1	1	101
<b>Obligace G<sub>1</sub></b>	-116,185	8,126	8,126	8,126	8,126	8,126	8,126	101
<b>G<sub>2</sub> - G<sub>1</sub></b>	17,215	-7,126	-7,126	-7,126	-7,126	-7,126	-7,126	0
<b>Obligace F</b>	7,143	-0,123	-0,123	-0,123	-0,123	-0,123	-7,126	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F</b>	10,072	-7,004	-7,004	-7,004	-7,004	-7,004	0	0
<b>Obligace E<sub>2</sub></b>	7,251	-0,269	-0,269	-0,269	-0,269	-7,004	0	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F -E<sub>2</sub></b>	2,821	-6,734	-6,734	-6,734	-6,734	0	0	0
<b>Obligace D</b>	6,763	-0,132	-0,132	-0,132	-6,734	0	0	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F -E<sub>2</sub>-D</b>	-3,942	-6,602	-6,602	-6,602	0	0	0	0
<b>Obligace C</b>	6,898	-0,489	-0,489	-6,602	0	0	0	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F -E<sub>2</sub>-D -C</b>	-10,840	-6,113	-6,113	0	0	0	0	0
<b>Obligace B</b>	6,066	-0,164	-6,113	0	0	0	0	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F -E<sub>2</sub>-D -C -B</b>	-16,906	-5,950	0	0	0	0	0	0
<b>Obligace A</b>	5,786	-5,950	0	0	0	0	0	0
<b>G<sub>2</sub>-G<sub>1</sub>-F -E<sub>2</sub>-D -C -B -A</b>	-22,692	0	0	0	0	0	0	0
<b>-G<sub>2</sub>+G<sub>1</sub>+F +E<sub>2</sub>+D +C +B +A</b>	<b>22,692</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Dosažený arbitrážní zisk podle kritéria spotových výnosů ve výši 22,692 GBP je výrazně nižší než zisk získaný modelem založeném na lineárním programování 262,548 GBP. Pro ověření správnosti výsledků získaných pomocí modelu v SW Mathematica tedy bude nutné přistoupit k úpravě portfolia obligací, které je vstupem modelu tím způsobem, že se bude skládat pouze z obligací vybraných kritériem spotových výnosů. Výstup modelu zobrazuje obrázek č. 15.

**Obrázek č. 15: CF v jednotlivých obdobích životnosti arbitrážního portfolia testovacích UK Gilts**

NAME	NOW	2014 <sub>2</sub>	2015 <sub>1</sub>	2015 <sub>2</sub>	2016 <sub>1</sub>	2016 <sub>2</sub>	2017 <sub>1</sub>	2017 <sub>2</sub>
UNITED KINGDOM 1 $\frac{3}{4}$ % 2017	98.97	1.	1.	1.	1.	1.	1.	101.
UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	-116.185	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-8.12644	-101.
UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	7.14255	0.122568	0.122568	0.122568	0.122568	0.122568	7.12644	0.
UNITED KINGDOM 4% 16	7.25102	0.26938	0.26938	0.26938	0.26938	7.00387	0.	0.
UNITED KINGDOM TR 2% 16	6.76288	0.132049	0.132049	0.132049	6.73449	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM 8% 15	6.89833	0.48907	0.48907	6.60244	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	6.06577	0.163618	6.11337	0.	0.	0.	0.	0.
UNITED KINGDOM TR.5% 14	5.78599	5.94975	0.	0.	0.	0.	0.	0.
<b>TOTAL</b>	<b>22.6917</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Z obrázku č. 15 je patrné, že po úpravě vstupních dat modelu založeném na LP se výsledky obou metodik konstrukce arbitrážního portfolia shodují, z toho je možné vyvodit závěr, že model zkonstruovaný v SW Mathematica skutečně poskytuje správné výsledky.

Z porovnání obou modelů vyplývá také zjištění, že model konstrukce arbitrážního portfolia pomocí LP našel pro kompletní portfolio testovaných obligací výrazně lepší řešení, než model založený na kritériu spotových výnosů. Porovnání obou metodik není náplní této práce, ovšem může být podnětem pro další zkoumání. Případné zjištění příčin vedoucích k vyšším hodnotám arbitrážního zisku u modelu s LP totiž může pomoci pro nalezení optimálního výběru takového portfolia obligací ze všech obligací dostupných na trhu, které přinese maximální možný zisk v případě arbitráže.

#### **4.2.4. Praktické využití modelu**

Co se týče praktického využití modelu konstrukce arbitrážního portfolia obligací pomocí LP s připuštěním krátkého prodeje obligací, je třeba prověřit vstupní předpoklady modelu a jejich platnost na reálném finančním trhu.

##### **(a) Předpoklad krátkého prodeje obligací**

Již uplatnění předpokladu možnosti krátkého prodeje obligací při konstrukci arbitrážního portfolia je na reálném finančním trhu velmi komplikované. Obecně platí, že obligace nelze prodat nakrátko přímo přes makléře stejným způsobem jako akcie, přesto existuje několik způsobů, jak tuto operaci provést, např. pomocí put opce nebo futures kontraktu. [13] Avšak v případě využití alternativních možností krátkého prodeje při konstrukci arbitrážního portfolia spočívá největší problém v kopírování budoucích peněžních toků z obligace v podobě pravidelných výplat kuponů, nehledě na nárůst nákladů spojených s pořízením uvedených nástrojů.

Komplikace spojené s prodejem obligací nakrátko mohou pomoci řešit tzv. ETF fondy (*Exchange Traded Funds*). Jedná se o fondy obchodované na burze, resp. jimi vydané akcie. Cena ETF se odvíjí od podkladového aktiva, kterým mohou být vedle akcií, měn nebo komodit i obligace. [11] Vzhledem k tomu, že je možné akcie vydané těmito fondy obchodovat na burze, nabízí ETF účinný způsob, jak realizovat krátké obchody s obligacemi.

Problémem, který přináší uvažování o použití ETF při konstrukci arbitrážního portfolia, je, že dluhopisové ETF obvykle nezahrnují jen jednu obligaci, ale celý balík obligací, zároveň je určitou výhodou, že se ETF většinou specializují v určitých třídách obligací, jako například podle emitenta (podnikové nebo vládní obligace) a podle doby splatnosti obligací (např. desetileté obligace). [12]

Z hlediska zajištění budoucích peněžních toků lze na kapitálovém trhu nalézt takové ETF, které zaručují pravidelnou výplatu dividend. Nicméně tyto dividendy nedosahují tak vysokých hodnot jako kupony u obligací a je otázka, zda je reálně možné realizovat arbitrážní zisk s pomocí ETF fondů. Tato otázka budiž námětem pro další zkoumání, práce se bude dále ubírat cestou hledání arbitráže na základě již existujícího portfolia obligací, viz kapitola 4.3.

#### **(b) Předpoklad realizace všech plateb ve stejný den**

Z hlediska použití modelu v reálném světě může být problémem zjednodušující předpoklad realizace kuponových plateb vždy ve stejný den. Výplata kuponů totiž u většiny obligací neprobíhá ve stejný den, ale v průběhu určitého období, které odpovídá době mezi výplatami kuponů (pro testovací data je tímto obdobím půlrok). Otázkou pro případnou další analýzu může být, do jaké míry tento časový nesoulad výplaty kuponů jednotlivých obligací může ovlivnit nalezení arbitrážního portfolia.

#### **(c) Předpoklad nulových transakčních nákladů**

Předpoklad nulových transakčních nákladů je nereálný a je potřeba tyto náklady do modelu konstrukce arbitrážního portfolia obligací zahrnout. Pro CP obchodované na LSE je dostupný ceník obchodních služeb viz [20], podle kterého je cena provedení příkazu resp. objednávky pro obligace 0.9 GBP. To znamená, že pro testovací portfolio obligací činí velikost poplatků za zadání příkazů do systému 9 GBP (nákup nebo prodej 10 různých obligací).

Nalezený arbitrážní zisk pro vzorový příklad při zadaných omezeních je 262,548 GBP, který je dostatečně vysoký na to, aby jeho existenci neovlivnilo ani zahrnutí transakčních nákladů o velikosti 9 GBP, načež bude výše zisku 253,548 GBP.

#### **(d) Předpoklad nulových daní a jiných poplatků**

Stanovení velikosti zdanění příjmů z obchodování s CP je poměrně komplikované, jelikož se odvíjí od celé řady faktorů, např. od příslušných právních předpisů toho státu, kde je daňový poplatník rezidentem, od délky doby, která uplynula mezi nabytím a prodejem cenného papíru, od ročního úhrnu příjmů z obchodování s CP či od toho, zda se jedná o fyzickou nebo právnickou osobu. Zdanění budoucích kuponů není třeba uvažovat, s ohledem na jejich přesné kopírování a na předpoklad výplaty kuponů ve stejný den to nemá na případnou arbitráž vliv.

V případě daňového rezidenta ČR se jeho daňová povinnost řídí zákonem č. 586/1992 Sb., o daních z příjmů. [22] S ohledem na množství faktorů, které mají na velikost zdanění vliv, může nastat několik scénářů, kdy velikost zdanění u jednotlivých obchodů s obligacemi činí 0 nebo 15 %. Pokud nastane nejhorší možná varianta, tj. 15 % zdanění u všech obchodů, neovlivní to existenci arbitrážního zisku, jelikož 15 % z jakékoliv kladné hodnoty je stále kladná hodnota.

#### **(e) Předpoklad přípustnosti neceločíselného řešení**

Předpoklad přípustnosti neceločíselného řešení, který pracuje s možností dělitelnosti obligací na libovolně malé části, je samozřejmě nereálný, jednotlivé obligace není možné dále dělit na menší části.

Nalezení celočíselného řešení je možné například již prostým zaokrouhlením nalezených neceločíselných hodnot, což ale nezaručuje zachování kladné hodnoty arbitrážního zisku ani nalezení nejlepšího možného celočíselného řešení, proto je třeba k tomuto řešení přistupovat s obezřetností, nicméně pro testovací data UK Gilts poskytuje uspokojivé výsledky. O zaokrouhlování se v SW Mathematica stará funkce Round, která vrací nejbližší celé číslo k zadané neceločíselné hodnotě.

$$\text{IntLP} = \text{Round}[\text{LP}];$$

Výsledné celočíselné řešení ukazuje obrázek č. 16, arbitrážní zisk je 197,48 GBP. I při celočíselném řešení tak je po zahrnutí transakčních nákladů a daní také dosaženo poměrně vysokého arbitrážního zisku.

**Obrázek č. 16: Celočíslné řešení pro arbitrážní portfolio testovacích UK Gilts**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	-1	125.1	-125.1
UNITED KINGDOM 8% 15	-1	112.84	-112.84
UNITED KINGDOM 4% 16	-1	107.67	-107.67
UNITED KINGDOM 1 1/4% 18	0	98.32	0.
UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	0	101.98	0.
UNITED KINGDOM 4 1/2% 19	0	112.75	0.
UNITED KINGDOM TR 2% 16	0	102.43	0.
UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	0	101.95	0.
UNITED KINGDOM TR.5% 14	0	102.11	0.
UNITED KINGDOM TR 5% 18	0	113.57	0.
UNITED KINGDOM 1% 2017	1	98.97	98.97
UNITED KINGDOM TR.4 3/4% 15	1	106.18	106.18
UNITED KINGDOM 2 1/2% IL 16	1	337.94	337.94
<b>TOTAL</b>	<b>-</b>	<b>-</b>	<b>197.48</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

#### **(f) Předpoklad neefektivního trhu**

Platnost předpokladu neefektivního trhu, který umožňuje existenci arbitráží, nelze na základě zkonstruovaného modelu s ohledem na neplatnost některých zjednodušujících předpokladů potvrdit ani vyvrátit.

### **4.3. Aplikace modelu na existující portfolio obligací**

V této kapitole je popsána aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na finanční data SIX Swiss Exchange [18]. Tentokrát model vychází z již existujícího portfolia obligací a na základě obligací, které jsou k dispozici, hledá takové obchody, které umožní maximalizovat potenciální arbitrážní zisk. Realizace modelu v SW Mathematica je dostupná na příloženém CD v souboru *Testovací příklad CHF Bonds.nb*.

Jako testovací vstupní data jsou použity korporátní obligace se splatností do pěti let a s ročními kupony, obchodované v CHF (dále jen CHF Bonds) na SIX Swiss Exchange dne 14. 4. 2014 viz soubor *Swiss\_Exchange\_Bonds\_CHF\_under5Years\_14\_4\_2014.xls* na příloženém CD. Důvody, proč nejsou použita data z LSE, ale data z největší švýcarské burzy CP, jsou následující:

- velké množství dostupných titulů;
- shodný časový horizont výplaty kuponů u obligací, který je roční;
- přehledné zpracování online dat a možnost stažení všech relevantních dat najednou v přehledné tabulce ve formátu xls.

### 4.3.1. Úprava vstupních dat

Import dat je z důvodu velkého množství dat (více než 600 titulů) proveden vygenerováním souboru se všemi údaji ve formátu xls přímo na stránkách SIX Swiss Exchange [18], který je následně importován ke zpracování v SW Mathematica, resp. jeho část. Z pohledu SW Mathematica se jedná o import dat ze souboru.

```
data1 = Import["/home/ladik/Dokumenty/DP/Mathematica/Swapové  
portfolio/Swiss Exchange/  
Swiss_Exchange_Bonds_CHF_under5Years_14_4_2014.xls"][[1, 5 ;;]];
```

Ze všech dostupných obligací je náhodně vygenerováno počáteční portfolio (skládající se např. z 20 obligací), u kterého se předpokládá, že je na počátku k dispozici. Toho je dosaženo pomocí funkce `RandomChoice`, která vrací výběr zadaného počtu náhodných položek ze zadaného seznamu. Vzniklé portfolio obligací viz obrázek č. 17.

```
Bonds1 = RandomChoice[data1, 20];
```

**Obrázek č. 17: Náhodně vygenerované portfolio z testovacích CHF Bonds**

Title	ISIN	Last	Coupon	Issuer
2.065 SBERB 13-17	CH0204477274	99.3	0.02065	Sberbank of Russia
1.50 BNG 10-17	CH0118596888	104.45	0.015	Bank Nederlandse Gemeenten
0.375 PB S568 12-16	CH0187380917	100.63	0.00375	Pfandbriefbank
4.125 DAN 08-16	CH0042451382	108.45	0.04125	Danone
3.125 RAI 06-16	CH0025552255	106.	0.03125	Raiffeisen
2.50 PZ S 365 06-16	CH0024722008	104.66	0.025	Pfandbriefzentrale
1.625 HES 10-16	CH0111768203	103.7	0.01625	Land Hessen
3.375 KFW 07-17	CH0032897628	111.15	0.03375	KFW International Finance
2.50 KW LEI 10-19	CH0110680714	106.3	0.025	KKW Leibstadt
2.75 ZH 09-19	CH0049836759	111.3	0.0275	Zürich, Stadt
3.875 WUER 09-15	CH0103193311	104.83	0.03875	Wuerth Fin Intl
3.25 KOM KR 08-18	CH0039193450	112.25	0.0325	KommuneKredit
2.125 BNG 10-18	CH0112086951	107.95	0.02125	Bank Nederlandse Gemeenten
2.75 LGT FIN 09-16	CH0107134568	106.05	0.0275	LGT Finance
2.375 CIF 10-19	CH0109736824	108.75	0.02375	CIF Euromortgage
2.75 KT ZH 04-17	CH0019847968	109.45	0.0275	Zürich, Kanton
2 PZ S362 05-15	CH0022569070	102.68	0.02	Pfandbriefzentrale
3.375 AIG 07-17	CH0031390476	108.45	0.03375	American International Group
4 ABL 12-16	CH0199541308	102.7	0.04	African Bank Limited
3 DEFFA 15	CH0016590538	103.9	0.03	Deutsche Pfandbriefbank AG

*Zdroj: vlastní, zpracování, 2014*

Pro zjednodušení manipulace s daty jsou definovány zvláště proměnné s údaji potřebnými pro konstrukci arbitrážního portfolia. Jedná se o seznam s cenami obligací, seznam s kuponovými sazbami (v procentech) a seznam s dobami splatnosti obligací obsažených ve výchozím portfoliu obligací.

```
price = Bonds1[[All, 3]]; coupon = Bonds1[[All, 4]]*100;  
maturity = Bonds1[[All, 14]];
```

### 4.3.2. Provedení optimalizace

Funkce SW Mathematica použité v této kapitole jsou podrobněji popsány v kapitole 4.2.2.

Optimalizace je provedena pomocí funkce `LinearProgramming`, kde jsou účelová funkce a omezující podmínky vyjádřeny v podobě vektorů a matic. Vektor účelové funkce je tvořen cenami obligací, resp. jejich zápornou hodnotou.

```
-price;
```

Konstrukce matice omezujících podmínek (3.2.2.), která je tvořena peněžními toky v jednotlivých letech životnosti portfolia obligací, je podrobně popsána v kapitole 4.2.2. Zde je zjednodušena tím, že interval výplaty kuponů je roční.

```
conditions = Table[0, {Length[DeleteDuplicates[maturity[[All, 1]]]]}];
year = Min[maturity[[All, 1]]]; yield = coupon; c = 1;
While[year <= Max[maturity[[All, 1]]], i = 1;
  While[i <= Length[yield],
    If[maturity[[i, 1]] == year,
      yield = ReplacePart[yield, i -> 100 + yield[[i]]]; i++;];
    conditions[[c]] = yield; c++; year++;
  For[i = 1, i <= Length[yield], i++,
    If[yield[[i]] >= 100,
      yield = ReplacePart[yield, i -> 0]];
  ];
```

K získané matici omezujících podmínek je třeba doplnit matici nerovností `inequalities`.

```
inequalities = Table[{0, -1}, {Length[conditions]}];
```

Dále je nutné definovat matici disponibilního množství obligací (3.2.3) `quantities`. Příklad ukazuje případ, kdy je množství každé obligace zahrnuté v portfoliu 1 kus (1 kus lze prodat) a množství, které je na trhu dostupné také 1 kus (1 kus lze koupit). Zde je vhodné poznamenat, že v případě zvýšení disponibilního množství obligací k prodeji a k nákupu  $n$  krát vzroste proporciálně i případný arbitrážní zisk  $n$  krát.



```
quantities = Table[{-1, 1}, {Length[price]}];
```

Nyní lze přistoupit k dosazení účelové funkce a omezujících podmínek do předpisu funkce `LinearProgramming`, která hledá optimální počet jednotlivých obligací k prodeji a k nákupu z hlediska maximalizace arbitrážního zisku. Doplněn je výpočet potenciálního arbitrážního zisku pomocí funkce `Total`.

```
LP = LinearProgramming[-price, conditions, inequalities,
quantities];
```

```
Total[LP*price]
```

Výsledné portfolio obligací zobrazuje obrázek č. 18, získaný arbitrážní zisk pro vzorový příklad je 22,1045 CHF.

### Obrázek č. 18: Nalezené arbitrážní portfolio pro testovací CHF Bonds

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3.25 KOM KR 08-18	-0.991469	112.25	-111.292
3.375 AIG 07-17	-1.	108.45	-108.45
2.50 KW LEI 10-19	-1.	106.3	-106.3
3.125 RAI 06-16	-1.	106.	-106.
2.50 PZ S 365 06-16	-1.	104.66	-104.66
4 ABL 12-16	-1.	102.7	-102.7
2 PZ S362 05-15	-1.	102.68	-102.68
2.065 SBERB 13-17	-1.	99.3	-99.3
3 DEPFA 15	-0.00572069	103.9	-0.594379
2.375 CIF 10-19	-0.002442	108.75	-0.265568
1.50 BNG 10-17	0.00165591	104.45	0.17296
0.375 PB S568 12-16	0.0128577	100.63	1.29387
1.625 HES 10-16	1.	103.7	103.7
3.875 WUER 09-15	1.	104.83	104.83
2.75 LGT FIN 09-16	1.	106.05	106.05
2.125 BNG 10-18	1.	107.95	107.95
4.125 DAN 08-16	1.	108.45	108.45
2.75 KT ZH 04-17	1.	109.45	109.45
3.375 KFW 07-17	1.	111.15	111.15
2.75 ZH 09-19	1.	111.3	111.3
<b>TOTAL</b>	<b>16.0141 abs.</b>	<b>-</b>	<b>22.1045</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

### 4.3.3. Vícenásobná optimalizace

Tato kapitola řeší otázku opakovaného provedení optimalizace z hlediska arbitráže na existujícím portfoliu obligací a navazuje na příklad aplikace modelu na data SIX Swiss Exchange z předchozí kapitoly.

Z hlediska času se nabízí dvě možnosti, jak opětovnou optimalizaci z hlediska arbitráže provést:

- okamžitě po provedení první optimalizace, za předpokladu, že během krátkého časového okamžiku mezi optimalizacemi nedojde ke změně cen obligací zahrnutých v portfoliu;
- s časovým odstupem od provedení první optimalizace, během kterého došlo ke změně cen obligací zahrnutých v portfoliu.

V případě první možnosti, tj. za předpokladu, že nedošlo ke změně cen, stačí pouze upravit vstupní matici disponibilních množství obligací k nákupu a k prodeji o realizovaný počet kusů v rámci jednotlivých nákupů a prodejů obligací zahrnutých v portfoliu. Novou matici disponibilních množství `quantities2` lze zkonstruovat pomocí funkce `Riffle`, která pro každou hodnotu vektoru `LP` provede definovaný výpočet, a funkce `Partition`, která v jednoúrovňovém seznamu vytvořeném funkcí `Riffle` realizuje dvoučlenné podseznamy, čili jednotlivé řádky matice `quantities2`.

```
quantities2 = Partition[Riffle[-(1 + LP), 1 + LP], 2];
```

Po zahrnutí této úpravy do předpisu optimalizační funkce lze provést opětovnou optimalizaci.

```
LP2 = LinearProgramming[-price, conditions, inequalities,
quantities2];
Total[LP2*price]
```

Vzniklé arbitrážní portfolio zobrazuje obrázek č. 19, pro testovací data je nalezen arbitrážní zisk 3.42553 CHF.

**Obrázek č. 19: Arbitrážní portfolio po „druhém kole“ optimalizace**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
4.125 DAN 08-16	-2.	108.45	-216.9
3.375 KFW 07-17	-1.0095	111.15	-112.206
2.375 CIF 10-19	-1.	108.75	-108.75
1.50 BNG 10-17	-1.	104.45	-104.45
3 DEPPA 15	-1.	103.9	-103.9
0.375 PB S568 12-16	-1.	100.63	-100.63
2.125 BNG 10-18	-0.00357369	107.95	-0.38578
2.065 SBERB 13-17	0.	99.3	0.
2.50 KW LEI 10-19	0.	106.3	0.
2.50 PZ S 365 06-16	0.	104.66	0.
2 PZ S362 05-15	0.	102.68	0.
3.125 RAI 06-16	0.	106.	0.
3.25 KOM KR 08-18	0.	112.25	0.
3.375 AIG 07-17	0.	108.45	0.
4 ABL 12-16	0.	102.7	0.
1.625 HES 10-16	1.00541	103.7	104.261
3.875 WUER 09-15	0.996784	104.83	104.493
2.75 ZH 09-19	0.99635	111.3	110.894
2.75 LGT FIN 09-16	2.	106.05	212.1
2.75 KT ZH 04-17	2.	109.45	218.9
<b>TOTAL</b>	<b>14.0116 abs.</b>	<b>-</b>	<b>3.42553</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

V případě druhé možnosti, tj. za předpokladu, že došlo ke změně cen, je třeba vedle úpravy vstupní matice disponibilních množství obligací k nákupu a k prodeji upravit ještě ceny obligací, které vstupují do předpisu optimalizační funkce jako účelová funkce. Zjednodušujícím předpokladem je, že za dobu od provedení předcházející optimalizace nedošlo ke změně doby do splatnosti u jednotlivých obligací obsažených v portfoliu.

Prvním krokem je import dat s novými cenami, v tomto případě se jedná o data SIX Swiss Exchange z následujícího dne dostupné na příloženém CD v souboru *Swiss\_Exchange\_Bonds\_CHF\_under5Years\_15\_4\_2014.xls*.

```
data2 = Import["/home/ladik/Dokumenty/DP/Mathematica/Swapové
portfolio/Swiss Exchange/
Swiss_Exchange_Bonds_CHF_under5Years_15_4_2014.xls"][[1, 6 ;;]];
```

Poté jsou nové ceny zahrnuty do stávajícího portfolia obligací.

```
i = 1; Bonds2 = Bonds1;
While[i <= Length[data2], j = 1;
While[j <= Length[Bonds1], If[data2[[i, 2]] == Bonds1[[j,2]],
Bonds2[[j, 3]] = data2[[i, 3]]; j++;]; i++;];
```

Nakonec je provedeno „druhé kolo“ optimalizace již s aktualizovanými cenami.

```
price2 = Bonds2[[All, 3]];
LP3 = LinearProgramming[-price2, conditions, inequalities,
quantities2];
Total[LP3 *price2]
```

Získané arbitrážní portfolio zobrazuje obrázek č. 20, pro testovací data je nalezen arbitrážní zisk 3.44481 CHF.

**Obrázek č. 20: Arbitrážní portfolio po „druhém kole“ optimalizace se změněnými cenami obligací**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
4.125 DAN 08-16	-2.	108.45	-216.9
3.375 KFW 07-17	-1.0095	111.15	-112.206
2.375 CIF 10-19	-1.	108.75	-108.75
1.50 BNG 10-17	-1.	104.45	-104.45
3 DEPPA 15	-1.	103.9	-103.9
0.375 PB S568 12-16	-1.	100.63	-100.63
2.125 BNG 10-18	-0.00357369	107.95	-0.38578
2.065 SBERB 13-17	0.	99.3	0.
2.50 KW LEI 10-19	0.	106.3	0.
2.50 PZ S 365 06-16	0.	104.66	0.
2 PZ S362 05-15	0.	102.68	0.
3.125 RAI 06-16	0.	106.	0.
3.25 KOM KR 08-18	0.	112.25	0.
3.375 AIG 07-17	0.	108.45	0.
4 ABL 12-16	0.	102.7	0.
1.625 HES 10-16	1.00541	103.7	104.261
3.875 WUER 09-15	0.996784	104.83	104.493
2.75 ZH 09-19	0.99635	111.3	110.894
2.75 LGT FIN 09-16	2.	106.05	212.1
2.75 KT ZH 04-17	2.	109.45	218.9
<b>TOTAL</b>	<b>14.0116 abs.</b>	<b>-</b>	<b>3.44481</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

#### 4.3.4. Verifikace modelu

Verifikace modelu zkonstruovaného v kapitole 4.3.2 je opět provedena porovnáním výsledků s modelem konstrukce arbitrážního portfolio obligací podle kritéria spotových výnosů popsaném v kapitole 3.2. Předpokladem verifikace porovnáním obou metod konstrukce arbitrážního portfolio je dosažení stejných výsledků u obou metod.

Výpočty v rámci verifikace modelu podle kritéria spotových výnosů jsou dostupné na příloženém CD v souboru *Metoda spotových výnosů.xlsx* a výpočty provedené

pomocí implementovaného modelu v SW Mathematica v souboru *Testovací příklad CHF Bonds – verifikace.nb*.

Spotové výnosy jednotlivých titulů obsažených v portfoliu obligací vypočtené podle vzorců uvedených v kapitole 3.1 a vybrané podle kritéria spotových výnosů jsou zobrazeny v tabulce č. 6. Kompletní tabulka se spotovými výnosy pro všechny obligace v portfoliu je k dispozici v příloženém souboru *Metoda spotových výnosů.xlsx*.

**Tabulka č. 6: CHF Bonds vybrané podle kritéria spotových výnosů**

	Title	Last	Coupon	Spotový výnos	
Obligace A	2 PZ S362 05-15	102,68	0.02	-0,0066	i0,1*
Obligace B	4 ABL 12-16	102,7	0.04	0,0266	i0,2*
Obligace C	2.065 SBERB 13-17	99,3	0.02065	0,0233	i0,3*
Obligace D	3.25 KOM KR 08-18	112,25	0.0325	0,0009	i0,4*
Obligace E <sub>1</sub>	2.50 KW LEI 10-19	106,3	0.025	0,0120	i0,5*
Obligace E <sub>2</sub>	2.75 ZH 09-19	111,3	0.0275	0,0042	i0,5

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Pro obligace vybrané podle kritéria spotových výnosů jsou určeny peněžní toky v každém roce životnosti portfolia, viz tabulka č. 7.

**Tabulka č. 7: CF testovacích CHF Bonds vybraných podle kritéria spotových výnosů v jednotlivých letech životnosti portfolia obligací**

	$t = 0 (-P)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
Obligace E <sub>1</sub>	-106,3	2,5	2,5	2,5	2,5	102,5
Obligace E <sub>2</sub>	-111,3	2,75	2,75	2,75	2,75	102,75
Obligace D	-112,25	3,25	3,25	3,25	103,25	0
Obligace C	-99,3	2,065	2,065	102,065	0	0
Obligace B	-102,7	4	104	0	0	0
Obligace A	-102,68	102	0	0	0	0

*Zdroj: Vlastní zpracování, 2014*

Při konstrukci arbitrážního portfolia je kopírována obligace E<sub>2</sub>, jelikož disponibilní množství obligací je omezeno 1 kusem a pokud by byla kopírována obligace E<sub>1</sub> s vyššími CF, došlo by k překročení disponibilního množství obligace E<sub>2</sub>.

Obligace E<sub>2</sub> má nižší spotový výnos a současně vyšší kuponovou sazbu než obligace E<sub>1</sub> a podle zásady (2b) uvedené v kapitole 3.1 je třeba koupit obligaci E<sub>2</sub>, prodat obligaci E<sub>1</sub> a zároveň prodat všechny obligace se všemi kratšími dobami do splatnosti. Numericky jsou tyto transakce popsány v tabulce č. 8 s arbitrážním ziskem 3,79 CHF.

**Tabulka č. 8: Kontrukce arbitrážního portfolia z testovacích CHF Bonds**

	$t = 0(-P)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$	$t = 5$
Obligace E <sub>2</sub>	-111,3	2,75	2,75	2,75	2,75	102,75
Obligace E <sub>1</sub>	-106,56	2,51	2,51	2,51	2,51	102,75
E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub>	-4,74	0,24	0,24	0,24	0,24	0
Obligace D	-0,27	0,01	0,01	0,01	0,24	0
E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub> -D	-4,48	0,24	0,24	0,24	0	0
Obligace C	-0,23	0,00	0,00	0,24	0	0
E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub> -D - C	-4,25	0,23	0,23	0	0	0
Obligace B	-0,23	0,01	0,23	0	0	0
E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub> - D - C - B	-4,02	0,22	0	0	0	0
Obligace A	-0,22	0,22	0	0	0	0
E <sub>2</sub> - E <sub>1</sub> - D - C - B - A	-3,79	0	0	0	0	0
<b>-E<sub>2</sub> + E<sub>1</sub> + D + C + B + A</b>	<b>3,79</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Arbitrážní zisk dosažený podle kritéria spotových výnosů ve výši 3,79 CHF je opět výrazně nižší než zisk získaný modelem založeném na lineárním programování 22,1045 CHF. Pro ověření správnosti výsledků získaných pomocí modelu v SW Mathematica je nutné model aplikovat na obligace vybrané kritériem spotových výnosů, výsledek ukazuje obrázek č. 21.

**Obrázek č. 21: CF v jednotlivých letech životnosti upraveného arbitrážního portfolia CHF Bonds**

NAME	NOW	2015	2016	2017	2018	2019
4 ABL 12-16	-0.227997	-0.0088801	-0.230883	0.	0.	0.
2 PZ S362 05-15	-0.223483	-0.222003	0.	0.	0.	0.
3.25 KOM KR 08-18	-0.264518	-0.00765864	-0.00765864	-0.00765864	-0.243309	0.
2.75 ZH 09-19	111.029	2.74331	2.74331	2.74331	2.74331	102.5
2.50 KW LEI 10-19	-106.3	-2.5	-2.5	-2.5	-2.5	-102.5
2.065 SBERB 13-17	-0.229266	-0.00476773	-0.00476773	-0.23565	0.	0.
<b>TOTAL</b>	<b>3.78393</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Po úpravě vstupních dat modelu založeném na LP se výsledky obou metodik konstrukce arbitrážního portfolia shodují (drobné rozdíly jsou způsobeny zaokrouhlováním u modelu spotových výnosů) a je možné vyvodit závěr, že model zkonstruovaný v SW Mathematica poskytuje správné výsledky. Zároveň platí, že model konstrukce arbitrážního portfolia pomocí LP našel pro kompletní portfolio testovaných obligací výrazně lepší řešení než model založený na kritériu spotových výnosů.

#### **4.3.5. Praktické využití modelu**

Využití modelu konstrukce arbitrážního portfolia obligací pomocí LP na základě již existující portfolia má na reálném kapitálovém trhu větší potenciál uplatnitelnosti než předchozí model, jelikož odpadá problém krátkého prodeje obligací.

Další příklady výsledků použití modelu viz přílohy F, G, H, I.

Tato kapitola hodnotí možnost praktického využití modelu z hlediska jednotlivých předpokladů modelu definovaných v kapitole 3.2.

##### **(a) Předpoklad krátkého prodeje obligací**

Uvedený model neuvažuje předpoklad krátkého prodeje obligací – nelze prodat větší množství obligace než je k dispozici v rámci vlastněného portfolia. Nicméně v případě existence možnosti přímého krátkého prodeje obligace, je možné tento předpoklad do modelu snadno zahrnout zvýšením hranice pro prodané množství obligace nad úroveň množství obsaženého v portfoliu.

##### **(b) Předpoklad realizace všech plateb ve stejný den**

Výplaty kuponů nejsou realizovány v jeden den v roce, a proto zůstává otázkou pro případnou další analýzu, do jaké míry tento časový nesoulad výplaty kuponů jednotlivých obligací může ovlivnit nalezení arbitrážního portfolia.

##### **(c) Předpoklad nulových transakčních nákladů**

Pro obligace obchodované na SIX Swiss Exchange je dostupný ceník obchodování obligací viz [20]. Není-li uvažován roční členský poplatek a poplatek za připojení do systému, jsou transakční náklady tvořeny transakčním poplatkem ve výši 1,5 CHF a poplatkem odvíjejícím se od hodnoty obchodu (Ad Valorem), který se pohybuje v rozmezí od 2 do 100 CHF (je určen na základě tzv. bazických bodů a má pro operace nákupu i prodeje stejnou hodnotu). Pro příklad portfolia 20 obligací je velikost transakčních poplatků přibližně 70 CHF (za předpokladu dolní hranice Ad Valorem poplatku při nízkém objemu obchodu).

Nalezený arbitrážní zisk pro vzorový příklad při zadaných omezeních je 22,1045 CHF, po zahrnutí transakčních poplatků tedy nelze zisk realizovat. Ovšem například již při zvýšení disponibilního množství obligací pro nákup a pro prodej na 10 kusů, v intervalovém vyjádření (-10, 10), je nalezen arbitrážní zisk ve výši 221,045 CHF

(viz obrázek č. 22), který je dostatečně vysoký na to, aby po zahrnutí transakčních nákladů o velikosti 70 CHF existoval arbitrážní zisk, a to ve výši 151,045 CHF.

**Obrázek č. 22: Arbitrážní portfolio při disponibilním omezení (-10, 10)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3.25 KOM KR 08-18	-9.91469	112.25	-1112.92
3.375 AIG 07-17	-10.	108.45	-1084.5
2.50 KW LEI 10-19	-10.	106.3	-1063.
3.125 RAI 06-16	-10.	106.	-1060.
2.50 PZ S 365 06-16	-10.	104.66	-1046.6
4 ABL 12-16	-10.	102.7	-1027.
2 PZ S362 05-15	-10.	102.68	-1026.8
2.065 SBERB 13-17	-10.	99.3	-993.
3 DEPFA 15	-0.0572069	103.9	-5.94379
2.375 CIF 10-19	-0.02442	108.75	-2.65568
1.50 BNG 10-17	0.0165591	104.45	1.7296
0.375 PB S568 12-16	0.128577	100.63	12.9387
1.625 HES 10-16	10.	103.7	1037.
3.875 WUER 09-15	10.	104.83	1048.3
2.75 LGT FIN 09-16	10.	106.05	1060.5
2.125 BNG 10-18	10.	107.95	1079.5
4.125 DAN 08-16	10.	108.45	1084.5
2.75 KT ZH 04-17	10.	109.45	1094.5
3.375 KFW 07-17	10.	111.15	1111.5
2.75 ZH 09-19	10.	111.3	1113.
<b>TOTAL</b>	<b>160.141 abs.</b>	<b>-</b>	<b>221.045</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

#### **(d) Předpoklad nulových daní a jiných poplatků**

Problematika daní je rozebrána již v kapitole 4.2.4. I v tomto případě platí, že pokud nastane nejhorší možná varianta zdanění 15 % u všech obchodů, neovlivní to existenci arbitrážního zisku, jelikož 15 % z jakékoliv kladné hodnoty je stále kladná hodnota.

#### **(e) Předpoklad přípustnosti neceločíselného řešení**

Jednotlivé obligace na reálném kapitálovém trhu není možné dělit na menší části. Možnost nalezení celočíselného řešení je již navržena v kapitole 4.2.4, kde je realizována prostým zaokrouhlením nalezených neceločíselných hodnot. To sice nezaručuje zachování kladné hodnoty arbitrážního zisku, ale na základě provedených zkoumání reálných dat lze konstatovat, že ve většině případů je hodnota takto získaného arbitrážního zisku velmi blízká zisku neceločíselného řešení. Řešení v SW Mathematica nabízí funkce `Round`, která vrací nejbližší celé číslo k zadané neceločíselné hodnotě.

$$\text{IntLP} = \text{Round}[\text{LP}];$$

Výsledné celočíselné řešení ukazuje obrázek č. 23, kde je arbitrážní zisk 20,54 CHF při disponibilním omezení obligací (-1, 1) a 205,4 CHF při disponibilním omezení obligací



(-10, 10). Zajímavé je, že došlo k zachování proporcionality růstu velikosti arbitrážního zisku s růstem disponibilního množství obligací jako u neceločíselného řešení.

**Obrázek č. 23: Srovnání celočíselného řešení pro disponibilní množství každé obligace (-1, 1) a (-10, 10)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3.25 KOM KR 08-18	-10	112.25	-1122.5	3.25 KOM KR 08-18	-1	112.25	-112.25
3.375 AIG 07-17	-10	108.45	-1084.5	3.375 AIG 07-17	-1	108.45	-108.45
2.50 KW LEI 10-19	-10	106.3	-1063.	2.50 KW LEI 10-19	-1	106.3	-106.3
3.125 RAI 06-16	-10	106.	-1060.	3.125 RAI 06-16	-1	106.	-106.
2.50 PZ S 365 06-16	-10	104.66	-1046.6	2.50 PZ S 365 06-16	-1	104.66	-104.66
4 ABL 12-16	-10	102.7	-1027.	4 ABL 12-16	-1	102.7	-102.7
2 PZ S362 05-15	-10	102.68	-1026.8	2 PZ S362 05-15	-1	102.68	-102.68
2.065 SBERB 13-17	-10	99.3	-993.	2.065 SBERB 13-17	-1	99.3	-99.3
0.375 PB S568 12-16	0	100.63	0.	0.375 PB S568 12-16	0	100.63	0.
1.50 BNG 10-17	0	104.45	0.	1.50 BNG 10-17	0	104.45	0.
2.375 CIF 10-19	0	108.75	0.	2.375 CIF 10-19	0	108.75	0.
3 DEPFA 15	0	103.9	0.	3 DEPFA 15	0	103.9	0.
1.625 HES 10-16	10	103.7	1037.	1.625 HES 10-16	1	103.7	103.7
3.875 WUER 09-15	10	104.83	1048.3	3.875 WUER 09-15	1	104.83	104.83
2.75 LGT FIN 09-16	10	106.05	1060.5	2.75 LGT FIN 09-16	1	106.05	106.05
2.125 BNG 10-18	10	107.95	1079.5	2.125 BNG 10-18	1	107.95	107.95
4.125 DAN 08-16	10	108.45	1084.5	4.125 DAN 08-16	1	108.45	108.45
2.75 KT ZH 04-17	10	109.45	1094.5	2.75 KT ZH 04-17	1	109.45	109.45
3.375 KFW 07-17	10	111.15	1111.5	3.375 KFW 07-17	1	111.15	111.15
2.75 ZH 09-19	10	111.3	1113.	2.75 ZH 09-19	1	111.3	111.3
<b>TOTAL</b>	<b>160.141 abs.</b>	<b>-</b>	<b>205.4</b>	<b>TOTAL</b>	<b>16.0141 abs.</b>	<b>-</b>	<b>20.54</b>

*Zdroj: vlastní zpracování, 2014*

Takto zkonstruované celočíselné řešení přináší vedlejší efekt snížení transakčních nákladů z důvodu nulových objemů obchodů u některých obligací zahrnutých v portfoliu, když je realizováno oproti 20 obchodům u celočíselného řešení obchodů pouze 16. Výše transakčních nákladů potom činí 56 CHF a nalezené neceločíselné řešení se tím pádem stává lepším než řešení neceločíselné.

#### **(f) Předpoklad neefektivního trhu**

Platnost předpokladu neefektivního trhu, který umožňuje existenci arbitráží, nelze na základě zkonstruovaného modelu s ohledem na neplatnost předpokladu výplaty kuponů ve stejný den v roce potvrdit ani vyvrátit. Pro ostatní zjednodušující předpoklady je v předcházejících bodech této kapitoly dokázáno, že jejich zohlednění nevyvrátí možnost existence arbitráže.

## **Závěr**

Tato část práce se věnuje finálnímu zhodnocení možností využití SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu a pro konstrukci arbitrážního portfolia obligací, včetně některých doporučení pro další zkoumání.

### **Možnosti SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu**

Co se týče zhodnocení možností SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu, lze vycházet ze tří základních požadavků:

- využitelnost obsažených finančních funkcí;
- podpora tvorby vlastních finančních modelů;
- dostupnost reálných finančních dat a možnosti jejich zpracování.

Z hlediska obsažených finančních funkcí nabízí SW Mathematica velké množství finančních indikátorů, široké možnosti finanční vizualizace a komplexní funkce pro oceňování nástrojů kapitálového trhu, což dává silný předpoklad pro realizaci i velmi náročných požadavků na tvorbu analýz nástrojů kapitálového trhu. Možnosti využití jednotlivých finančních funkcí SW Mathematica pro analýzu nástrojů kapitálového trhu jsou naznačeny v kapitole 2.

Požadavek podpory tvorby finančních modelů je také v SW Mathematica splněn. Jelikož SW Mathematica není pouze výpočetní aplikací, ale komplexní vývojovou platformou, umožňuje konstrukci pokročilých finančních modelů např. pro oceňování finančních nástrojů, analýzu rizik, konstrukci portfolií finančních nástrojů, apod. Některých programovacích možností SW Mathematica je využito pro aplikaci modelu konstrukce arbitrážního portfolia obligací na reálná finanční data v kapitole 4.

Pouze předpokladu dostupnosti finančních dat nevyhovuje SW Mathematica zcela (pokud je hodnocena jako finanční software), podporuje totiž přímý přístup k datům jen pro omezený okruh finančních nástrojů. Pro ostatní nástroje sice nabízí dobře fungující možnosti importu dat z externích zdrojů, nicméně v tomto případě není zaručena dostupnost, kvalita a množství externě získaných dat. Navíc je dolování externích dat spojeno s vyšší programovací režii. S problémem se získáním finančních dat pro obligace z externích zdrojů se práce potýká v kapitole 4.

## **Konstrukce portfolia obligací z hlediska arbitráže v SW Mathematica**

Analyzované možnosti konstrukce portfolia obligací z hlediska arbitráže ukazují, že nalézt spotový arbitrážní zisk pomocí modelu založeném na lineárním programování není na reálných finančních datech nic výjimečného. Při množství provedených testů se totiž nestalo, že by popsáný model implementovaný v SW Mathematica arbitráž nenašel (pouze v případě celočíselného řešení byl zaznamenán jeden takový případ uvedený v příloze G). Navíc i po zahrnutí transakčních a daňových nákladů není problém při dostatečném, avšak nepříliš velkém, objemu obchodů realizovat arbitrážní zisk. Výsledky modelu tím pádem nasvědčují, že investorům může přinést hledání arbitráží na trhu s obligacemi značný potenciální výnos. Model však ukazuje pouze možnou cestu, kterou se dále ubírat při hledání arbitráží, nicméně k tomu, aby si mohl klást ambice na realizaci skutečných obchodů, je nutné dále zkoumat nejen vliv jednotlivých předpokladů modelu popsaných v práci, ale jistě i celou řadu dalších faktorů, které mohly být opomenuty.

V rámci samotné aplikace modelu byly nejdříve zkoumány možnosti hledání arbitráže s připuštěním krátkého prodeje obligací. Jak se ukázalo, teoreticky tato možnost funguje velmi dobře a již při poměrně malém objemu obchodů s obligacemi lze dosahovat arbitrážního zisku. V realitě se však předpoklad krátkého prodeje obligací potýká s celou řadou překážek a od možnosti krátkého prodeje obligací bylo opuštěno, i když možnost nalezení takové arbitráže na reálném trhu nelze vyloučit.

Nadále byla hledána možnost arbitráže na již existujícím portfoliu obligací. Toto portfolio bylo náhodně vygenerováno z dostupných obligací na trhu, jelikož reálné složení svých portfolií investoři obvykle nezveřejňují. Provedené analýzy prokázaly vysokou úspěšnost nalezení arbitráže na libovolně složeném portfoliu obligací, a to i po případném zahrnutí vedlejších nákladů a po umožnění celočíselného řešení, což je příslibem pro praktické využití modelu.

### **Doporučení pro další zkoumání**

Dalšímu zkoumání je třeba z hlediska případného praktického využití modelu ještě podrobit problematiku časového nesouladu výplaty kuponů plynoucích z držení obligací v rámci jednoho období a její vliv na možnost realizace arbitrážního zisku.

Co se týče vylepšení modelu, nabízí se možnost zkoumat způsob, jak vybrat jednotlivé tituly, které mají být obsaženy v portfoliu obligací tak, aby potenciální arbitrážní zisk byl maximální možný, přičemž lze uvažovat i možnost případné opakované arbitráže.

Vzhledem k tomu, že při aplikaci modelu na již existující portfolio obligací nebral model v potaz případný nákup ostatních dostupných obligací na trhu, došlo konstrukcí arbitrážního portfolia k zúžení výchozího portfolia co do počtu druhů obligací. Tím se může zvyšovat rizikovost portfolia, která je také svým způsobem nákladem a může ohrozit realizaci arbitrážního zisku. To lze vyřešit nalezením způsobu, jak vybrat mezi ostatními obligacemi dostupnými na trhu ty nejvhodnější k nákupu a mezi obligacemi obsaženými v portfoliu ty nejvhodnější k prodeji, aby byla zachována diverzifikace portfolia obligací a zároveň vzrostla výše možného arbitrážního zisku.

## Seznam obrázků

Obrázek č. 1: Magický trojúhelník investování .....	- 22 -
Obrázek č. 2: Grafické znázornění závislosti ceny obligace na kuponové sazbě a době do splatnosti .....	- 25 -
Obrázek č. 3: Grafické znázornění závislosti ceny evropské call opce na realizační ceně a době platnosti .....	- 27 -
Obrázek č. 4: Vývoj cen akcií společnosti IBM od 1. 1. 2004 do 1. 1. 2014.....	- 29 -
Obrázek č. 5: Interpretace cenové aktivity u jednotlivých typů časových grafů .....	- 30 -
Obrázek č. 6: Svíčkový graf vývoje cen akcií IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014 .....	- 31 -
Obrázek č. 7: Obchodní graf vývoje cen akcií IBM mezi 1. 3. 2014 a 1. 4. 2014.....	- 32 -
Obrázek č. 8: Renko, Khagi, Point Figure a Line Break graf cen akcií IBM mezi 1. 1. 2014 a 1. 4. 2014 .....	- 33 -
Obrázek č. 9: Bublinový graf závislosti objemu obchodů na ceně akcií IBM v prvním pololetí r. 2013 doplněný o graf vývoje ceny Close v závislosti na dnech a o graf hustoty cen Open a Close .....	- 34 -
Obrázek č. 10: Vývoj cen akcií IBM za 1. čtvrtletí 2014 s indikátory High a Low. -	36 -
Obrázek č. 11: Grafické znázornění optimalizační úlohy z příkladu č. 3 .....	- 47 -
Obrázek č. 12: CF v jednotlivých pololetích životnosti UK Gilts z testovaných dat -	55 -
Obrázek č. 13: Interpretace výsledků modelu pro příklad 1 pomocí tabulky.....	- 56 -
Obrázek č. 14: CF v jednotlivých letech životnosti arbitrážního portfolia obligací ..	- 57 -
Obrázek č. 15: CF v jednotlivých obdobích životnosti arbitrážního portfolia testovacích UK Gilts.....	- 59 -
Obrázek č. 16: Celočíselné řešení pro arbitrážní portfolio testovacích UK Gilts.....	- 63 -
Obrázek č. 17: Náhodně vygenerované portfolio z testovacích CHF Bonds .....	- 64 -
Obrázek č. 18: Nalezené arbitrážní portfolio pro testovací CHF Bonds .....	- 66 -
Obrázek č. 19: Arbitrážní portfolio po „druhém kole“ optimalizace .....	- 68 -

Obrázek č. 20: Arbitrážní portfolio po „druhém kole“ optimalizace se změněnými cenami obligací .....	- 69 -
Obrázek č. 21: CF v jednotlivých letech životnosti upraveného arbitrážního portfolia CHF Bonds .....	- 71 -
Obrázek č. 22: Arbitrážní portfolio při disponibilním omezení (-10, 10).....	- 73 -
Obrázek č. 23: Srovnání celočíselného řešení pro disponibilní množství každé obligace (-1, 1) a (-10, 10).....	- 74 -

## Seznam tabulek

Tabulka č. 1: Spotové výnosy obligací z příkladu č. 3.....	- 42 -
Tabulka č. 2: Konstrukce arbitrážního portfolia obligací z příkladu č. 3.....	- 42 -
Tabulka č. 3: Spotové výnosy pro testovací data UK Gilts .....	- 58 -
Tabulka č. 4: CF testovacích UK Gilts vybraných podle kritéria spotových výnosů v jednotlivých obdobích životnosti obligací.....	- 58 -
Tabulka č. 5: Konstrukce arbitrážního portfolia pro testovací data UK Gilts .....	- 59 -
Tabulka č. 6: CHF Bonds vybrané podle kritéria spotových výnosů.....	- 70 -
Tabulka č. 7: CF testovacích CHF Bonds vybraných podle kritéria spotových výnosů v jednotlivých letech životnosti portfolia obligací.....	- 70 -
Tabulka č. 8: Konstrukce arbitrážního portfolia z testovacích CHF Bonds .....	- 71 -

## Seznam použitých symbolů a zkratek

CP	cenný papír
ČR	Česká republika
ETF	Exchange Traded Funds
GBP	britská libra
HLC	High-low-close chart
CHF	švýcarský frank
Inc.	Incorporation
JPY	japonský jen
LP	lineární programování
LSE	London Stock Exchange
MF ČR	Ministerstvo financí České republiky
např.	například
NASDAQ	National Association of Securities Dealers Automated Quotations
OHLC	Open-high-low-close chart
OTC	Over-The-Counter
p.j.	peněžní jednotka
resp.	respektive
SW	software
tj.	to je
tzn.	to znamená
tzv.	tak zvaný
UK	United Kingdom
USA	United States of America



## Seznam použité literatury

- [1] PAVLÁT, V. *Kapitálové trhy*. 2. dopl. vyd. Praha: Professional Publishing, 2005. 318 s. ISBN 80-86419-87-8
- [2] CIPRA, T. *Matematika cenných papírů*. 1. vyd. Praha: HZ, 2000. 241 s. ISBN 80-86009-35-1
- [3] REVENDA, Z., MANDEL, M., KODERA, J., MUSÍLEK, P., DVOŘÁK, P., BRADA, J. *Peněžní ekonomie a bankovníctví*. 4. vyd. Praha: Management Press, 2005. 627 s. ISBN 80-7261-132-1
- [4] *About Stephen Wolfram* [online] Long Hanborough: Wolfram Research, Inc., Aktualizace 6. 1. 2014 [cit. 21. 2. 2014] Dostupné z: <http://www.stephenwolfram.com/about/>
- [5] *The History of Mathematica* [online] Long Hanborough: Wolfram Research, Inc., Aktualizace 2014 [cit. 21. 2. 2014] Dostupné z: <http://www.wolfram.com/company/mathematica-history.html>
- [6] GANGUR, M. *Studijní materiály k předmětu Základy kapitálových trhů*. Plzeň: Západočeská univerzita v Plzni.
- [7] ZMEŠKAL, Z., a kol. *Finanční modely*. Vyd. 2. Praha: Ekopress, 2004. 236 s. ISBN 80-86119-87-4.
- [8] *Wolfram Mathematica 9 Documentation Center* [online] Long Hanborough: Wolfram Research, Inc., Aktualizace 2014 [cit. 10. 3. 2014] Dostupné z: <http://reference.wolfram.com/mathematica/guide/Mathematica.html>
- [9] REJNUŠ, O. *Cenné papíry a burzy*. 2., přeprac. vyd. Brno: Akademické nakladatelství CERM, 2013. 406 s. Učební texty vysokých škol. ISBN 978-80-214-4673-1
- [10] BENEŠ, V., MUSÍLEK, P. *Burzy a burzovní obchody*. 2., aktualizované a rozš. vyd. Praha: Informatorium, 1992. 252 s. ISBN 80-85427-25-7
- [11] *ETF* [online] Praha: FIO Banka, Aktualizace 2014 [cit. 1. 4. 2014] Dostupné z: <http://www.fio.cz/akcie-investice/etf>

- [12] *14 Types of Bond ETFs* [online] About.com, Aktualizace 2014 [cit. 1. 4. 2014]  
Dostupné z: [http://etf.about.com/od/bondetfs/a/Types\\_Bond ETFs.htm](http://etf.about.com/od/bondetfs/a/Types_Bond ETFs.htm)
- [13] *How to Short Bonds* [online] Denver: Money Crashers, Aktualizace 2014 [cit. 1. 4. 2014] Dostupné z: <http://www.moneycrashers.com/how-to-short-bonds-selling-us-treasury-bonds/>
- [14] *Svíčkové formace - pomocník investora - 1. Díl.* [online] Praha: Patria online a. s., Aktualizace 2014 [cit. 10. 4. 2014], Dostupné z: <http://www.patria.cz/zpravodajstvi/1980042/svickove-formace---pomocnik-investora---1-dil.html>
- [15] *NYSE Composite Index®* [online] New York: NYSE, Aktualizace 11. 4. 2014, Dostupné z: [http://www.nyse.com/about/listed/nya\\_characteristics.shtml](http://www.nyse.com/about/listed/nya_characteristics.shtml)
- [16] *Různé typy grafů – díl 1, časové grafy* [online] Praha: Centrum finančního vzdělávání, s.r.o., Publikováno 7. 7. 2011 [cit. 14. 4. 2014], Dostupné z: <http://www.financnik.cz/komodity/zkusenosti/casove-grafy.html>
- [17] *Advanced bonds search* [online] London: London Stock Exchange, Aktualizace 17. 4. 2014 [cit. 17. 4. 2014], Dostupné z: <http://www.londonstockexchange.com/exchange/prices-and-markets/retail-bonds/retail-bonds-search.html>
- [18] *Quotes* [online] Zurich: SIX, Aktualizace 17. 4. 2014 [cit. 17. 4. 2014], Dostupné z: [http://www.six-swiss-exchange.com/bonds/explorer\\_en.html](http://www.six-swiss-exchange.com/bonds/explorer_en.html)
- [19] *NYSE and NYSE MKT Equities Membership* [online] New York: NYSE Euronext, Aktualizace 17. 4. 2014 [cit. 17. 4. 2014], Dostupné z: <http://usequities.nyx.com/membership/nyse-and-nyse-mkt-equities/directory/all>
- [20] *Trading Services (On - Exchange and OTC) PRICELIST WITHEFFECT FROM 3 JUNE 2013* [online] London: London Stock Exchange, Aktualizace 18. 4. 2014 [cit. 17. 8. 2014], Dostupné z: <http://www.londonstockexchange-ir.com/investor-relations/business-performance/fees/trading-services-fees-jun13.pdf>
- [21] *Annex H - CHF-Bonds* [online] Zurich: SIX, Aktualizace 18. 4. 2014 [cit. 18. 4. 2014], Dostupné z: [http://www.six-swiss-exchange.com/rule\\_book/08-DIR07/en/27021598093776011.html](http://www.six-swiss-exchange.com/rule_book/08-DIR07/en/27021598093776011.html)

- [22] *PORTÁL VEŘEJNÉ ZPRÁVY – Zákon o daních z příjmů č. 586/1992 Sb.*  
[online] Praha: Ministerstvo vnitra České republiky, Aktualizace 2014 [cit. 20.  
4. 2014], Dostupné z:  
[http://portal.gov.cz/app/zakony/zakonPar.jsp?idBiblio=40374&nr=586~2F1992  
&rpp=15#local-content](http://portal.gov.cz/app/zakony/zakonPar.jsp?idBiblio=40374&nr=586~2F1992&rpp=15#local-content)
- [23] *Investorský magazín* [online] Praha: Česká televize, Aktualizace 2009 [cit. 12. 4.  
2014], Dostupné z: [http://www.ceskatelevize.cz/porady/10116288731-  
investorsky-magazin/2241-co-to-je-kapitalovy-trh-a-k-cemu-slouzi-burza/](http://www.ceskatelevize.cz/porady/10116288731-investorsky-magazin/2241-co-to-je-kapitalovy-trh-a-k-cemu-slouzi-burza/)

## Seznam příloh

- Příloha A:** Ceny 10 000 Kč obligace v době emise pro různé kombinace roční kuponové sazby (v %) a doby do splatnosti (v letech)
- Příloha B:** Interaktivní obchodní graf cen akcií IBM mezi 1. 4. 2013 a 1. 4. 2014
- Příloha C:** Zdrojová data z LSE pro konstrukci arbitrážního portfolia obligací
- Příloha D:** Konstrukce tabulky pro interpretaci výsledků modelu arbitrážního portfolia v SW Mathematica
- Příloha E:** Konstrukce tabulky CF v jednotlivých letech životnosti portfolia v SW Mathematica
- Příloha F, G, H, I:** Aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na náhodně vygenerované vstupní portfolio obligací z finančních dat SIX Swiss Exchange

**Příloha A:** Ceny 10 000 Kč obligace v době emise pro různé kombinace roční kuponové sazby (v %) a doby do splatnosti (v letech)

Coupon	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	9090.91	8264.46	7513.15	6830.13	6209.21	5644.74	5131.58	4665.07	4240.98	3855.43	3504.94	3186.31	2896.64	2633.31	2393.92
1	9181.82	8438.02	7761.83	7147.12	6588.29	6080.27	5618.42	5198.57	4816.88	4469.89	4154.45	3867.68	3606.98	3369.98	3154.53
2	9272.73	8611.57	8010.52	7464.11	6967.37	6515.79	6105.26	5732.06	5392.78	5084.35	4803.95	4549.05	4317.32	4106.65	3915.14
3	9363.64	8785.12	8259.2	7781.09	7346.45	6951.32	6592.11	6265.55	5968.68	5698.8	5453.46	5230.42	5027.65	4843.32	4675.74
4	9454.55	8958.68	8507.89	8098.08	7725.53	7386.84	7078.95	6799.04	6544.59	6313.26	6102.96	5911.78	5737.99	5579.99	5436.35
5	9545.45	9132.23	8756.57	8415.07	8104.61	7822.37	7565.79	7332.54	7120.49	6927.72	6752.47	6593.15	6448.32	6316.66	6196.96
6	9636.36	9305.79	9005.26	8732.05	8483.69	8257.9	8052.63	7866.03	7696.39	7542.17	7401.98	7274.52	7158.66	7053.33	6957.57
7	9727.27	9479.34	9253.94	9049.04	8862.76	8693.42	8539.47	8399.52	8272.29	8156.63	8051.48	7955.89	7868.99	7789.99	7718.18
8	9818.18	9652.89	9502.63	9366.03	9241.84	9128.95	9026.32	8933.01	8848.2	8771.09	8700.99	8637.26	8579.33	8526.66	8478.78
9	9909.09	9826.45	9751.31	9683.01	9620.92	9564.47	9513.16	9466.51	9424.1	9385.54	9350.49	9318.63	9289.66	9263.33	9239.39
10	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.	10000.
11	10090.9	10173.6	10248.7	10317.	10379.1	10435.5	10486.8	10533.5	10575.9	10614.5	10649.5	10681.4	10710.3	10736.7	10760.6
12	10181.8	10347.1	10497.4	10634.	10758.2	10871.1	10973.7	11067.	11151.8	11228.9	11299.	11362.7	11420.7	11473.3	11521.2
13	10272.7	10520.7	10746.1	10951.	11137.2	11306.6	11460.5	11600.5	11727.7	11843.4	11948.5	12044.1	12131.	12210.	12281.8
14	10363.6	10694.2	10994.7	11267.9	11516.3	11742.1	11947.4	12134.	12303.6	12457.8	12598.	12725.5	12841.3	12946.7	13042.4
15	10454.5	10867.8	11243.4	11584.9	11895.4	12177.6	12434.2	12667.5	12879.5	13072.3	13247.5	13406.8	13551.7	13683.3	13803.

**Příloha B:** Interaktivní obchodní graf cen akcií IBM mezi 1. 4. 2013 a 1. 4. 2014



**Příloha C:** Zdrojová data z LSE pro konstrukci arbitrážního portfolia obligací

**UK Bonds , LSE, 18. 3. 2014 – 1. část**

ISIN	Name	Maturity Date	Price	Current yield
GB0031829509	UNITED KINGDOM TR.5% 14	07/09/2014	102,11	4,897
GB00B4LFZR36	UNITED KINGDOM TR 2 3/4% 15	22/01/2015	101,95	2,697
GB0033280339	UNITED KINGDOM TR.4 3/4% 15	07/09/2015	106,18	4,474
GB0008881541	UNITED KINGDOM 8% 15	07/12/2015	112,84	7,09
GB00B3QCG246	UNITED KINGDOM TR 2% 16	22/01/2016	102,43	1,953
GB0009075325	UNITED KINGDOM 2 1/2% IL 16	26/07/2016	337,94	0,74
GB00B0V3WX43	UNITED KINGDOM 4% 16	07/09/2016	107,67	3,715
GB00B3Z3K594	UNITED KINGDOM 1 3/4% 17	22/01/2017	101,98	1,716
GB0008931148	UNITED KINGDOM 8 3/4% 17	25/08/2017	125,1	6,995
GB00B7F9S958	UNITED KINGDOM 1% 2017	07/09/2017	98,97	1,01
GB00B1VWPC84	UNITED KINGDOM TR 5% 18	07/03/2018	113,57	4,403
GB00B8KP6M44	UNITED KINGDOM 1 1/4% 18	22/07/2018	98,32	1,271
GB00B39R3F84	UNITED KINGDOM 4 1/2% 19	07/03/2019	112,75	3,991

**UK Bonds, LSE, 18. 3. 2014 – pokračování předchozí tabulky**

GRY	Accrued Days	Accrued Interest	Next Pay Date	Duration
0,353	17	0,231	07/09/2014	0,45
0,398	61	0,463	22/07/2014	0,82
0,482	17	0,219	07/09/2014	1,42
0,44	107	2,352	07/06/2014	1,59
0,665	61	0,337	22/07/2014	1,8
-44,511	57	0,394	26/07/2014	2,28
0,835	17	0,185	07/09/2014	2,36
1,04	61	0,295	22/07/2014	2,77
1,243	27	0,653	25/08/2014	3,03
1,306	17	0,046	07/09/2014	3,4
1,455	17	0,231	07/09/2014	3,63
1,653	61	0,211	22/07/2014	4,22
1,798	17	0,208	07/09/2014	4,49

## **Příloha D:** Konstrukce tabulky pro interpretaci výsledků modelu arbitrážního portfolia v SW Mathematica

Uvedený postup vytváří tabulku `output2` o 4 sloupcích a tolika řádcích, kolik obligací je celkem obsaženo v portfoliu. Poté je tabulka naplněna hodnotami, v prvním sloupci jsou jména obligací, ve druhém jsou modelem vypočítané optimální množství každé obligace, ve třetím jsou ceny obligací a ve čtvrtém sloupci je celkový peněžní tok z každé obligace v současnosti. Funkcí `SortBy` jsou jednotlivé obligace seřazeny podle velikosti peněžních toků, funkcí `Prepend` jsou jednotlivým sloupcům přiřazeny nadpisy a funkcí `Append` je přidán řádek s akumulovanými hodnotami. Formátování tabulky je realizováno pomocí funkce `Grid` prostřednictvím definovaných atributů.

```
output2 = Table[0, {Length[price]}, {4}];

i = 1;

While[i <= Length[price],

    output2[[i, 1]] = UKGilts[[i + 1, 2]];

    output2[[i, 2]] = LP[[i]];

    output2[[i, 3]] = price[[i]];

    output2[[i, 4]] = LP[[i]]price[[i]];

    i++;];

output2 = Append[Prepend[ SortBy[output2, Last], {"NAME",
    "QUANTITY", "PRICE", "CASH FLOW"}], {"TOTAL", "-", "-",
    Sum[LP[[i]] price[[i]], {i, 1, Length[price]}]}];

Grid[output2, Background -> {None, {{{White, GrayLevel[.95]}},
    {1 -> GrayLevel[.8], -1 -> GrayLevel[.8]}}, Alignment ->
    Left, Frame -> All, ItemStyle -> {Automatic, {Bold, {},
    Bold}}]
```



## **Příloha E: Konstrukce tabulky CF v jednotlivých letech životnosti portfolia v SW Mathematica**

```
CF = conditions; i = 1; j = 1;

While[i <= Length[conditions],

  While[j <= Length[LP],

    CF[[i, j]] = conditions[[i, j]]*LP[[j]];j++;]

  i++; j = 1;];

sum = Range[Length[CF] + 2];

sum[[1]] = "TOTAL";

sum[[2]] = Sum[LP[[i]] price[[i]], {i, 1, Length[price]}];

i = 1;

While[i <= Length[CF], sum[[i + 2]] = Round@Total[CF[[i]]]; i++;

];

output3 = Transpose[CF]; i = 1;

While[i <= Length[output3],

  output3[[i]] = Insert[output3[[i]], UKGilts[[i + 1,2]], 1];

  output3[[i]] = Insert[output3[[i]], LP[[i]]*price[[i]], 2];

  i++;];

output3 = Append[Reverse[output3], sum];

time = DeleteDuplicates@time;

output3 = Prepend[output3, Map[Subscript[time[[#, 1]], time[[#,

  2]]] &, Range[Length[time]]]];

output3[[1]] = Insert[output3[[1]], "NAME", 1];

output3[[1]] = Insert[output3[[1]], "NOW", 2];

Grid[output3, Background -> {None, {{{White, GrayLevel[.95]}},

  {1 -> GrayLevel[.8], -1 -> GrayLevel[.8]}}, Alignment ->

Left, Frame -> All, ItemStyle -> {Automatic, {Bold, {},

Bold}}]
```

**Příloha F:** Aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na náhodně vygenerované vstupní portfolio obligací z finančních dat SIX Swiss Exchange

Pozn.: kompletní model lze nalézt v příloženém souboru *CHF Bonds a.nb*

**Náhodně vygenerované portfolio obligací**

Title	ISIN	Last	Coupon	Issuer
1.125 OKB 12-18	CH0181915742	103.45	0.01125	Oest Kontrollbkb
0.625 BL KB 12-18	CH0149897974	101.45	0.00625	Basellandschaftliche Kantonalb
2.50 ABN 12-17	CH0148611426	105.7	0.025	ABN AMRO Bank N.V.
0.875 KT BS 11-16	CH0135120407	101.85	0.00875	Basel-Stadt, Kanton
3.125 HESSEN 08-15	CH0046108384	104.7	0.03125	Land Hessen
4 ABL 12-16	CH0199541308	102.7	0.04	African Bank Limited
3.125 BLB 07-18	CH0031280875	111.55	0.03125	Bayerische Landesbank Giro
1 PMI 11-16	CH0136594360	101.95	0.01	Philip Mrrs Int-WI
0.875 SOGE 13-18	CH0212937228	101.05	0.00875	Societe Generale
1.625 DAIMLER 11-16	CH0139374711	103.25	0.01625	Daimlerchrysler BV
2.375 LU KB 09-18	CH0104760001	108.95	0.02375	Luzerner Kantonalbank AG
1.50 AKAH 11-16	CH0130107292	102.75	0.015	Akademiska Hus AB
1.75 PZ 10-17	CH0111825805	104.81	0.0175	Pfandbriefzentrale
3.625 POLAND 08-17	CH0039077687	108.9	0.03625	Republic of Poland
0.875 ANZ 13-19	CH0205287706	101.25	0.00875	ANZ New Zealand Int.
2.875 BRCOL 09-17	CH0048758525	110.	0.02875	British Columbia
2.50 ADP 10-17	CH0108785053	105.8	0.025	ADP
1 KRC 12-18	CH0198619444	101.35	0.01	Korea Railroad Corp
2.75 ENELI 12-18	CH0195757254	107.2	0.0275	Enel Finance
3.125 UBS NA 16	CH0025852440	105.3	0.03125	UBS AG

**Arbitrážní portfolio (-1; 1): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3.625 POLAND 08-17	-1.	108.9	-108.9	3.625 POLAND 08-17	-1	108.9	-108.9
2.75 ENELI 12-18	-1.	107.2	-107.2	2.75 ENELI 12-18	-1	107.2	-107.2
2.50 ABN 12-17	-1.	105.7	-105.7	2.50 ABN 12-17	-1	105.7	-105.7
3.125 UBS NA 16	-1.	105.3	-105.3	3.125 UBS NA 16	-1	105.3	-105.3
4 ABL 12-16	-1.	102.7	-102.7	1.50 AKAH 11-16	-1	102.75	-102.75
1 KRC 12-18	-1.	101.35	-101.35	4 ABL 12-16	-1	102.7	-102.7
0.875 SOGE 13-18	-1.	101.05	-101.05	1 KRC 12-18	-1	101.35	-101.35
1.50 AKAH 11-16	-0.954194	102.75	-98.0434	0.875 SOGE 13-18	-1	101.05	-101.05
0.625 BL KB 12-18	-0.0198758	101.45	-2.0164	0.625 BL KB 12-18	0	101.45	0.
2.50 ADP 10-17	-0.00475686	105.8	-0.503275	0.875 ANZ 13-19	0	101.25	0.
0.875 ANZ 13-19	0.	101.25	0.	2.50 ADP 10-17	0	105.8	0.
3.125 HESSEN 08-15	0.044418	104.7	4.65056	3.125 HESSEN 08-15	0	104.7	0.
0.875 KT BS 11-16	1.	101.85	101.85	0.875 KT BS 11-16	1	101.85	101.85
1 PMI 11-16	1.	101.95	101.95	1 PMI 11-16	1	101.95	101.95
1.625 DAIMLER 11-16	1.	103.25	103.25	1.625 DAIMLER 11-16	1	103.25	103.25
1.125 OKB 12-18	1.	103.45	103.45	1.125 OKB 12-18	1	103.45	103.45
1.75 PZ 10-17	1.	104.81	104.81	1.75 PZ 10-17	1	104.81	104.81
2.375 LU KB 09-18	1.	108.95	108.95	2.375 LU KB 09-18	1	108.95	108.95
2.875 BRCOL 09-17	1.	110.	110.	2.875 BRCOL 09-17	1	110.	110.
3.125 BLB 07-18	1.	111.55	111.55	3.125 BLB 07-18	1	111.55	111.55
<b>TOTAL</b>	<b>16.0232 abs.</b>	<b>-</b>	<b>17.6975</b>	<b>TOTAL</b>	<b>16 abs.</b>	<b>-</b>	<b>10.86</b>

**„2. kolo“ optimalizace: tentýž den (bez změny cen) vs. následující den (změna cen)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
1.125 OKB 12-18	-2.	103.45	-206.9	1.125 OKB 12-18	-2.	103.45	-206.9
1 PMI 11-16	-2.	101.95	-203.9	1 PMI 11-16	-2.	101.95	-203.9
1.75 PZ 10-17	-1.06671	104.81	-111.802	1.75 PZ 10-17	-1.06671	104.81	-111.802
2.50 ADP 10-17	-0.995243	105.8	-105.297	2.50 ADP 10-17	-0.995243	105.8	-105.297
0.625 BL KB 12-18	-0.980124	101.45	-99.4336	0.625 BL KB 12-18	-0.980124	101.45	-99.4336
3.125 HESSEN 08-15	-0.0567856	104.7	-5.94545	3.125 HESSEN 08-15	-0.0567856	104.7	-5.94545
1.50 AKAH 11-16	-0.0458061	102.75	-4.70657	1.50 AKAH 11-16	-0.0458061	102.75	-4.70657
1.625 DAIMLER 11-16	-0.0127541	103.25	-1.31686	1.625 DAIMLER 11-16	-0.0127541	103.25	-1.31686
0.875 ANZ 13-19	0.	101.25	0.	0.875 ANZ 13-19	0.	101.25	0.
0.875 SOGE 13-18	0.	101.05	0.	0.875 SOGE 13-18	0.	101.05	0.
1 KRC 12-18	0.	101.35	0.	1 KRC 12-18	0.	101.35	0.
2.50 ABN 12-17	0.	105.7	0.	2.50 ABN 12-17	0.	105.7	0.
2.75 ENELI 12-18	0.	107.2	0.	2.75 ENELI 12-18	0.	107.2	0.
3.125 UBS NA 16	0.	105.3	0.	3.125 UBS NA 16	0.	105.3	0.
3.625 POLAND 08-17	0.	108.9	0.	3.625 POLAND 08-17	0.	108.9	0.
4 ABL 12-16	0.	102.7	0.	4 ABL 12-16	0.	102.7	0.
3.125 BLB 07-18	0.932121	111.55	103.978	3.125 BLB 07-18	0.932121	111.55	103.978
0.875 KT BS 11-16	2.	101.85	203.7	0.875 KT BS 11-16	2.	101.85	203.7
2.375 LU KB 09-18	2.	108.95	217.9	2.375 LU KB 09-18	2.	108.95	217.9
2.875 BRCOL 09-17	2.	110.	220.	2.875 BRCOL 09-17	2.	110.	220.
<b>TOTAL</b>	<b>14.0895 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.2769</b>	<b>TOTAL</b>	<b>16.0232 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.50528</b>

**Arbitrážní portfolio (-10; 10): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3.625 POLAND 08-17	-10	108.9	-1089.	3.625 POLAND 08-17	-10.	108.9	-1089.
2.75 ENELI 12-18	-10	107.2	-1072.	2.75 ENELI 12-18	-10.	107.2	-1072.
2.50 ABN 12-17	-10	105.7	-1057.	2.50 ABN 12-17	-10.	105.7	-1057.
3.125 UBS NA 16	-10	105.3	-1053.	3.125 UBS NA 16	-10.	105.3	-1053.
1.50 AKAH 11-16	-10	102.75	-1027.5	4 ABL 12-16	-10.	102.7	-1027.
4 ABL 12-16	-10	102.7	-1027.	1 KRC 12-18	-10.	101.35	-1013.5
1 KRC 12-18	-10	101.35	-1013.5	0.875 SOGE 13-18	-10.	101.05	-1010.5
0.875 SOGE 13-18	-10	101.05	-1010.5	1.50 AKAH 11-16	-9.54194	102.75	-980.434
0.625 BL KB 12-18	0	101.45	0.	0.625 BL KB 12-18	-0.198758	101.45	-20.164
0.875 ANZ 13-19	0	101.25	0.	2.50 ADP 10-17	-0.0475686	105.8	-5.03275
2.50 ADP 10-17	0	105.8	0.	0.875 ANZ 13-19	0.	101.25	0.
3.125 HESSEN 08-15	0	104.7	0.	3.125 HESSEN 08-15	0.44418	104.7	46.5056
0.875 KT BS 11-16	10	101.85	1018.5	0.875 KT BS 11-16	10.	101.85	1018.5
1 PMI 11-16	10	101.95	1019.5	1 PMI 11-16	10.	101.95	1019.5
1.625 DAIMLER 11-16	10	103.25	1032.5	1.625 DAIMLER 11-16	10.	103.25	1032.5
1.125 OKB 12-18	10	103.45	1034.5	1.125 OKB 12-18	10.	103.45	1034.5
1.75 PZ 10-17	10	104.81	1048.1	1.75 PZ 10-17	10.	104.81	1048.1
2.375 LU KB 09-18	10	108.95	1089.5	2.375 LU KB 09-18	10.	108.95	1089.5
2.875 BRCOL 09-17	10	110.	1100.	2.875 BRCOL 09-17	10.	110.	1100.
3.125 BLB 07-18	10	111.55	1115.5	3.125 BLB 07-18	10.	111.55	1115.5
<b>TOTAL</b>	<b>160 abs.</b>	<b>-</b>	<b>108.6</b>	<b>TOTAL</b>	<b>160.232 abs.</b>	<b>-</b>	<b>176.975</b>

**Příloha G:** Aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na náhodně vygenerované vstupní portfolio obligací z finančních dat SIX Swiss Exchange

Pozn.: kompletní model lze nalézt v příloženém souboru *CHF Bonds b.nb*

**Náhodně vygenerované portfolio obligací**

Title	ISIN	Last	Coupon	Issuer
0.50 KT GE 12-17	CH0184911904	101.1	0.005	Genf, Kanton
1.50 KDB 12-16	CH0181915718	102.15	0.015	Korea Development Bank
0.50 KT GE 12-17	CH0184911904	101.1	0.005	Genf, Kanton
2.375 LU KB 09-18	CH0104760001	108.95	0.02375	Luzerner Kantonalbank AG
0.625 PB S561 12-17	CH0147144346	101.34	0.00625	Pfandbriefbank
3.375 LINTH-LIM 08-16	CH0042390242	106.5	0.03375	KLL
2.375 NYL 06-16	CH0024134410	104.1	0.02375	New York Life Funding
1.50 RCI 13-16	CH0214886563	101.75	0.015	RCI Banque SA
2 EIDG 05-16	CH0022859612	105.2	0.02	Schweiz. Eidgenossenschaft
2 COOP 10-16	CH0114150888	103.5	0.02	Coop-Gruppe Genossenschaft
3 CBQLTD 10-15	CH0120169799	103.9	0.03	CBQ Finance Ltd
3.125 HOLCIM 07-17	CH0028945605	106.8	0.03125	Holcim Ltd
3.625 PB S438 08-15	CH0043737979	104.23	0.03625	Pfandbriefbank
3 SVE 09-18	CH0017992477	110.5	0.03	Svensk Exportkredit
2.50 KT TI 05-17	CH0020431489	106.55	0.025	Tessin, Kanton
1.625 DDB 11-16	CH0128250518	103.1	0.01625	Danske Bank
2.25 DBG 10-18	CH0110819445	107.6	0.0225	DNB Boligkr
2 EIB 05-16	CH0022298720	104.6	0.02	EIB
2.625 ANZ 11-17	CH0127860226	107.75	0.02625	Aust. & NZ Banking Group
1.125 AKB 11-18	CH0141428216	104.05	0.01125	Aargauische Kantonalbank

**Arbitrážní portfolio (-1; 1): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3 SVE 09-18	-1.	110.5	-110.5	3 SVE 09-18	-1	110.5	-110.5
3.125 HOLCIM 07-17	-1.	106.8	-106.8	2.25 DBG 10-18	-1	107.6	-107.6
2.50 KT TI 05-17	-1.	106.55	-106.55	3.125 HOLCIM 07-17	-1	106.8	-106.8
2.25 DBG 10-18	-0.982885	107.6	-105.758	2.50 KT TI 05-17	-1	106.55	-106.55
2.375 NYL 06-16	-1.	104.1	-104.1	3.625 PB S438 08-15	-1	104.23	-104.23
1.50 KDB 12-16	-1.	102.15	-102.15	2.375 NYL 06-16	-1	104.1	-104.1
1.50 RCI 13-16	-1.	101.75	-101.75	2 COOP 10-16	-1	103.5	-103.5
3.625 PB S438 08-15	-0.96857	104.23	-100.954	1.50 KDB 12-16	-1	102.15	-102.15
2 COOP 10-16	-0.973681	103.5	-100.776	1.50 RCI 13-16	-1	101.75	-101.75
0.625 PB S561 12-17	-0.956904	101.34	-96.9727	0.625 PB S561 12-17	-1	101.34	-101.34
0.50 KT GE 12-17	1.	101.1	101.1	0.50 KT GE 12-17	1	101.1	101.1
0.50 KT GE 12-17	1.	101.1	101.1	0.50 KT GE 12-17	1	101.1	101.1
1.625 DDB 11-16	1.	103.1	103.1	1.625 DDB 11-16	1	103.1	103.1
3 CBQLTD 10-15	1.	103.9	103.9	3 CBQLTD 10-15	1	103.9	103.9
1.125 AKB 11-18	1.	104.05	104.05	1.125 AKB 11-18	1	104.05	104.05
2 EIB 05-16	1.	104.6	104.6	2 EIB 05-16	1	104.6	104.6
2 EIDG 05-16	1.	105.2	105.2	2 EIDG 05-16	1	105.2	105.2
3.375 LINTH-LIM 08-16	1.	106.5	106.5	3.375 LINTH-LIM 08-16	1	106.5	106.5
2.625 ANZ 11-17	1.	107.75	107.75	2.625 ANZ 11-17	1	107.75	107.75
2.375 LU KB 09-18	1.	108.95	108.95	2.375 LU KB 09-18	1	108.95	108.95
<b>TOTAL</b>	<b>19.882 abs.</b>	<b>-</b>	<b>9.93884</b>	<b>TOTAL</b>	<b>20 abs.</b>	<b>-</b>	<b>-2.27</b>

**„2. kolo“ optimalizace: tentýž den (bez změny cen) vs. následující den (změna cen)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
2.375 LU KB 09-18	-1.95849	108.95	-213.377	3.375 LINTH-LIM 08-16	-2.	106.5	-213.
3.375 LINTH-LIM 08-16	-2.	106.5	-213.	1.625 DDB 11-16	-2.	103.1	-206.2
1.625 DDB 11-16	-1.97157	103.1	-203.269	0.50 KT GE 12-17	-2.	101.1	-202.2
0.50 KT GE 12-17	-2.	101.1	-202.2	1.125 AKB 11-18	-0.377786	104.05	-39.3086
0.625 PB S561 12-17	-0.0430956	101.34	-4.3673	0.625 PB S561 12-17	-0.0430956	101.34	-4.3673
3.625 PB S438 08-15	-0.0314299	104.23	-3.27593	3.625 PB S438 08-15	-0.0314299	104.23	-3.27593
2 COOP 10-16	-0.0263192	103.5	-2.72404	2 COOP 10-16	-0.0263192	103.5	-2.72404
2.25 DBG 10-18	-0.0171149	107.6	-1.84156	2.25 DBG 10-18	-0.0171149	107.6	-1.84156
1.50 KDB 12-16	0.	102.15	0.	0.50 KT GE 12-17	-0.00375	101.1	-0.379125
1.50 RCI 13-16	0.	101.75	0.	1.50 KDB 12-16	0.	102.15	0.
2.375 NYL 06-16	0.	104.1	0.	1.50 RCI 13-16	0.	101.75	0.
2.50 KT TI 05-17	0.	106.55	0.	2.375 NYL 06-16	0.	104.1	0.
3.125 HOLCIM 07-17	0.	106.8	0.	2.50 KT TI 05-17	0.	106.55	0.
3 SVE 09-18	0.	110.5	0.	3.125 HOLCIM 07-17	0.	106.8	0.
0.50 KT GE 12-17	0.0251383	101.1	2.54149	3 SVE 09-18	0.	110.5	0.
3 CBQLTD 10-15	0.0336664	103.9	3.49794	3 CBQLTD 10-15	0.00606796	103.9	0.630461
1.125 AKB 11-18	2.	104.05	208.1	2.375 LU KB 09-18	0.390267	108.95	42.5396
2 EIB 05-16	2.	104.6	209.2	2 EIB 05-16	2.	104.6	209.2
2 EIDG 05-16	2.	105.2	210.4	2 EIDG 05-16	2.	105.2	210.4
2.625 ANZ 11-17	2.	107.75	215.5	2.625 ANZ 11-17	2.	107.75	215.5
<b>TOTAL</b>	<b>16.1068 abs.</b>	<b>-</b>	<b>5.18431</b>	<b>TOTAL</b>	<b>19.882 abs.</b>	<b>-</b>	<b>5.09383</b>

**Arbitrážní portfolio (-10; 10): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3 SVE 09-18	-10.	110.5	-1105.	3 SVE 09-18	-10	110.5	-1105.
3.125 HOLCIM 07-17	-10.	106.8	-1068.	2.25 DBG 10-18	-10	107.6	-1076.
2.50 KT TI 05-17	-10.	106.55	-1065.5	3.125 HOLCIM 07-17	-10	106.8	-1068.
2.25 DBG 10-18	-9.82885	107.6	-1057.58	2.50 KT TI 05-17	-10	106.55	-1065.5
2.375 NYL 06-16	-10.	104.1	-1041.	3.625 PB S438 08-15	-10	104.23	-1042.3
1.50 KDB 12-16	-10.	102.15	-1021.5	2.375 NYL 06-16	-10	104.1	-1041.
1.50 RCI 13-16	-10.	101.75	-1017.5	2 COOP 10-16	-10	103.5	-1035.
3.625 PB S438 08-15	-9.6857	104.23	-1009.54	1.50 KDB 12-16	-10	102.15	-1021.5
2 COOP 10-16	-9.73681	103.5	-1007.76	1.50 RCI 13-16	-10	101.75	-1017.5
0.625 PB S561 12-17	-9.56904	101.34	-969.727	0.625 PB S561 12-17	-10	101.34	-1013.4
0.50 KT GE 12-17	10.	101.1	1011.	0.50 KT GE 12-17	10	101.1	1011.
0.50 KT GE 12-17	10.	101.1	1011.	0.50 KT GE 12-17	10	101.1	1011.
1.625 DDB 11-16	10.	103.1	1031.	1.625 DDB 11-16	10	103.1	1031.
3 CBQLTD 10-15	10.	103.9	1039.	3 CBQLTD 10-15	10	103.9	1039.
1.125 AKB 11-18	10.	104.05	1040.5	1.125 AKB 11-18	10	104.05	1040.5
2 EIB 05-16	10.	104.6	1046.	2 EIB 05-16	10	104.6	1046.
2 EIDG 05-16	10.	105.2	1052.	2 EIDG 05-16	10	105.2	1052.
3.375 LINTH-LIM 08-16	10.	106.5	1065.	3.375 LINTH-LIM 08-16	10	106.5	1065.
2.625 ANZ 11-17	10.	107.75	1077.5	2.625 ANZ 11-17	10	107.75	1077.5
2.375 LU KB 09-18	10.	108.95	1089.5	2.375 LU KB 09-18	10	108.95	1089.5
<b>TOTAL</b>	<b>198.82 abs.</b>	<b>-</b>	<b>99.3884</b>	<b>TOTAL</b>	<b>200 abs.</b>	<b>-</b>	<b>-22.7</b>

**Příloha H:** Aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na náhodně vygenerované vstupní portfolio obligací z finančních dat SIX Swiss Exchange

Pozn.: kompletní model lze nalézt v přiloženém souboru *CHF Bonds c.nb*

**Náhodně vygenerované portfolio obligací**

Title	ISIN	Last	Coupon	Issuer
3.125 PZ S390 08-17	CH0045259980	110.14	0.03125	Pfandbriefzentrale
2.50 BLACKSEA 12-16	CH0194215650	103.	0.025	Black Sea Trade & Delv. Bank
3.25 SCM 09-18	CH0104691628	112.1	0.0325	Swisscom
2.375 GAZPROCH 13-16	CH0222948710	100.5	0.02375	Gazprombank (Schweiz)
2.625 NESTLE 07-18	CH0028644646	109.3	0.02625	Nestlé Holdings
2.25 NAB 10-17	CH0114511428	106.05	0.0225	National Australia Bank
2.125 KFW 06-16	CH0024022425	103.9	0.02125	KFW International Finance
3.75 ONT 08-18	CH0043595203	114.7	0.0375	Ontario
2.375 ZG KB 05-15	CH0023484667	103.75	0.02375	Zuger Kantonalbank
0.25 PB S570 12-16	CH0192241237	100.37	0.0025	Pfandbriefbank
2.536 PKO 12-15	CH0192720842	102.6	0.02536	Powszechna Ksa
3 MACQ 12-17	CH0190369048	106.9	0.03	Macquarie Bank
1.875 WSTPO 10-15	CH0115822642	102.23	0.01875	Westpac Securities NZ Ltd, Lon
1.25 TG KB 10-17	CH0116492213	103.4	0.0125	Thurgauer Kantonalbank
3 HYUNDAI 10-15	CH0114511394	103.01	0.03	Hyunday Capital Services
2.50 NIB 09-18	CH0032637719	109.2	0.025	Nordic Investmt BK (NI)
3 IBE 12-17	CH0148560995	106.3	0.03	Iberdrola Intl
2.375 DDB 09-17	CH0106013607	105.85	0.02375	Danske Bank
2.718 TELEF 12-18	CH0197841569	107.55	0.02718	Telefonica Emisiones
2 CDEE 10-15	CH0111118722	101.86	0.02	CDEE

**Arbitrážní portfolio (-1; 1): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
2.625 NESTLE 07-18	-1.	109.3	-109.3	2.625 NESTLE 07-18	-1	109.3	-109.3
2.718 TELEF 12-18	-1.	107.55	-107.55	2.718 TELEF 12-18	-1	107.55	-107.55
3 MACQ 12-17	-1.	106.9	-106.9	3 MACQ 12-17	-1	106.9	-106.9
3 IBE 12-17	-1.	106.3	-106.3	3 IBE 12-17	-1	106.3	-106.3
2.375 DDB 09-17	-0.991487	105.85	-104.949	2.375 DDB 09-17	-1	105.85	-105.85
3 HYUNDAI 10-15	-1.	103.01	-103.01	3 HYUNDAI 10-15	-1	103.01	-103.01
2 CDEE 10-15	-1.	101.86	-101.86	2.50 BLACKSEA 12-16	-1	103.	-103.
2.375 GAZPROCH 13-16	-1.	100.5	-100.5	2 CDEE 10-15	-1	101.86	-101.86
2.50 BLACKSEA 12-16	-0.967304	103.	-99.6323	2.375 GAZPROCH 13-16	-1	100.5	-100.5
3.25 SCM 09-18	-0.0087845	112.1	-0.984743	2.536 PKO 12-15	0	102.6	0.
2.536 PKO 12-15	0.0392018	102.6	4.0221	3.25 SCM 09-18	0	112.1	0.
0.25 PB S570 12-16	1.	100.37	100.37	0.25 PB S570 12-16	1	100.37	100.37
1.875 WSTPO 10-15	1.	102.23	102.23	1.875 WSTPO 10-15	1	102.23	102.23
1.25 TG KB 10-17	1.	103.4	103.4	1.25 TG KB 10-17	1	103.4	103.4
2.375 ZG KB 05-15	1.	103.75	103.75	2.375 ZG KB 05-15	1	103.75	103.75
2.125 KFW 06-16	1.	103.9	103.9	2.125 KFW 06-16	1	103.9	103.9
2.25 NAB 10-17	1.	106.05	106.05	2.25 NAB 10-17	1	106.05	106.05
2.50 NIB 09-18	1.	109.2	109.2	2.50 NIB 09-18	1	109.2	109.2
3.125 PZ S390 08-17	1.	110.14	110.14	3.125 PZ S390 08-17	1	110.14	110.14
3.75 ONT 08-18	1.	114.7	114.7	3.75 ONT 08-18	1	114.7	114.7
<b>TOTAL</b>	<b>18.0068 abs.</b>	<b>-</b>	<b>16.7762</b>	<b>TOTAL</b>	<b>18 abs.</b>	<b>-</b>	<b>9.47</b>

**„2. kolo“ optimalizace: tentýž den (bez změny cen) vs. následující den (změna cen)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
2.25 NAB 10-17	-2.	106.05	-212.1	2.25 NAB 10-17	-2.	106.05	-212.1
2.125 KFW 06-16	-1.96387	103.9	-204.046	2.125 KFW 06-16	-1.96387	103.9	-204.046
2.50 NIB 09-18	-1.02592	109.2	-112.031	2.50 NIB 09-18	-1.02592	109.2	-112.031
3.25 SCM 09-18	-0.991215	112.1	-111.115	3.25 SCM 09-18	-0.991215	112.1	-111.115
2.536 PKO 12-15	-1.0392	102.6	-106.622	2.536 PKO 12-15	-1.0392	102.6	-106.622
1.875 WSTPO 10-15	-0.9605	102.23	-98.1919	1.875 WSTPO 10-15	-0.9605	102.23	-98.1919
2.50 BLACKSEA 12-16	-0.0326959	103.	-3.36768	2.50 BLACKSEA 12-16	-0.0326959	103.	-3.36768
1.25 TG KB 10-17	-0.0256019	103.4	-2.64724	1.25 TG KB 10-17	-0.0256019	103.4	-2.64724
2.375 DDB 09-17	-0.00851331	105.85	-0.901133	2.375 DDB 09-17	-0.00851331	105.85	-0.901133
2.375 GAZPROCH 13-16	0.	100.5	0.	2.375 GAZPROCH 13-16	0.	100.5	0.
2.625 NESTLE 07-18	0.	109.3	0.	2.625 NESTLE 07-18	0.	109.3	0.
2.718 TELEF 12-18	0.	107.55	0.	2.718 TELEF 12-18	0.	107.55	0.
2 CDEE 10-15	0.	101.86	0.	2 CDEE 10-15	0.	101.86	0.
3 HYUNDAI 10-15	0.	103.01	0.	3 HYUNDAI 10-15	0.	103.01	0.
3 IBE 12-17	0.	106.3	0.	3 IBE 12-17	0.	106.3	0.
3 MACQ 12-17	0.	106.9	0.	3 MACQ 12-17	0.	106.9	0.
0.25 PB S570 12-16	2.	100.37	200.74	0.25 PB S570 12-16	2.	100.37	200.74
2.375 ZG KB 05-15	2.	103.75	207.5	2.375 ZG KB 05-15	2.	103.75	207.5
3.125 PZ S390 08-17	2.	110.14	220.28	3.125 PZ S390 08-17	2.	110.14	220.28
3.75 ONT 08-18	2.	114.7	229.4	3.75 ONT 08-18	2.	114.7	229.4
<b>TOTAL</b>	<b>16.0475 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.89791</b>	<b>TOTAL</b>	<b>18.0068 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.8961</b>

**Arbitrážní portfolio (-10; 10): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
2.625 NESTLE 07-18	-10.	109.3	-1093.	2.625 NESTLE 07-18	-10	109.3	-1093.
2.718 TELEF 12-18	-10.	107.55	-1075.5	2.718 TELEF 12-18	-10	107.55	-1075.5
3 MACQ 12-17	-10.	106.9	-1069.	3 MACQ 12-17	-10	106.9	-1069.
3 IBE 12-17	-10.	106.3	-1063.	3 IBE 12-17	-10	106.3	-1063.
2.375 DDB 09-17	-9.91487	105.85	-1049.49	2.375 DDB 09-17	-10	105.85	-1058.5
3 HYUNDAI 10-15	-10.	103.01	-1030.1	3 HYUNDAI 10-15	-10	103.01	-1030.1
2 CDEE 10-15	-10.	101.86	-1018.6	2.50 BLACKSEA 12-16	-10	103.	-1030.
2.375 GAZPROCH 13-16	-10.	100.5	-1005.	2 CDEE 10-15	-10	101.86	-1018.6
2.50 BLACKSEA 12-16	-9.67304	103.	-996.323	2.375 GAZPROCH 13-16	-10	100.5	-1005.
3.25 SCM 09-18	-0.087845	112.1	-9.84743	2.536 PKO 12-15	0	102.6	0.
2.536 PKO 12-15	0.392018	102.6	40.221	3.25 SCM 09-18	0	112.1	0.
0.25 PB S570 12-16	10.	100.37	1003.7	0.25 PB S570 12-16	10	100.37	1003.7
1.875 WSTPO 10-15	10.	102.23	1022.3	1.875 WSTPO 10-15	10	102.23	1022.3
1.25 TG KB 10-17	10.	103.4	1034.	1.25 TG KB 10-17	10	103.4	1034.
2.375 ZG KB 05-15	10.	103.75	1037.5	2.375 ZG KB 05-15	10	103.75	1037.5
2.125 KFW 06-16	10.	103.9	1039.	2.125 KFW 06-16	10	103.9	1039.
2.25 NAB 10-17	10.	106.05	1060.5	2.25 NAB 10-17	10	106.05	1060.5
2.50 NIB 09-18	10.	109.2	1092.	2.50 NIB 09-18	10	109.2	1092.
3.125 PZ S390 08-17	10.	110.14	1101.4	3.125 PZ S390 08-17	10	110.14	1101.4
3.75 ONT 08-18	10.	114.7	1147.	3.75 ONT 08-18	10	114.7	1147.
<b>TOTAL</b>	<b>180.068 abs.</b>	<b>-</b>	<b>167.762</b>	<b>TOTAL</b>	<b>180 abs.</b>	<b>-</b>	<b>94.7</b>

**Příloha I:** Aplikace modelu optimalizace portfolia obligací z hlediska arbitráže pomocí LP na náhodně vygenerované vstupní portfolio obligací z finančních dat SIX Swiss Exchange

Pozn.: kompletní model lze nalézt v příloženém souboru *CHF Bonds d.nb*

**Náhodně vygenerované portfolio obligací**

Title	ISIN	Last	Coupon	Issuer
2.625 BERN 09-19	CH0049668624	110.45	0.02625	Bern, Stadt
5 ABL 14-18	CH0236907868	103.45	0.05	African Bank Limited
1.625 SZ KB 10-16	CH0112421315	103.05	0.01625	Schwyzter Kantonalbank
2.50 BAC 05-17	CH0022595216	106.1	0.025	Bank of America
0.25 PB S578 13-17	CH0204002726	100.51	0.0025	Pfandbriefbank
1.125 ABN 13-18	CH0225323283	101.9	0.01125	ABN AMRO Bank N.V.
2 CIF 10-19 /PF	CH0115108109	106.7	0.02	CIF Euromortgage
2.50 BLACKSEA 12-16	CH0194215650	103.	0.025	Black Sea Trade & Delv. Bank
1.875 KOROIL 12-17	CH0149710771	103.55	0.01875	Korea National Oil Corp
3.25 COOP 09-15	CH0103164361	103.86	0.0325	Coop-Gruppe Genossenschaft
2.125 NAB 11-17	CH0122644567	104.95	0.02125	National Australia Bank
3.25 COOP 09-15	CH0103164361	103.86	0.0325	Coop-Gruppe Genossenschaft
2.50 EEP 06-19	CH0024590207	104.5	0.025	Erste Europ Pfand
1.50 DBG 11-17	CH0134637187	103.65	0.015	DNB Boligkr
2.75 BNG 09-16	CH0049495598	105.4	0.0275	Bank Nederlandse Gemeenten
3.125 PZ S390 08-17	CH0045259980	110.14	0.03125	Pfandbriefzentrale
3 IBE 12-17	CH0148560995	106.3	0.03	Iberdrola Intl
1.50 KDB 12-16	CH0181915718	102.15	0.015	Korea Development Bank
1.50 TEVAP 12-18	CH0183365128	103.4	0.015	Teva Pharm Finance
3.25 PZ S383 15	CH0034804762	104.88	0.0325	Pfandbriefzentrale

**Arbitrážní portfolio (-1; 1): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3 IBE 12-17	-1.	106.3	-106.3	3 IBE 12-17	-1	106.3	-106.3
2.125 NAB 11-17	-1.	104.95	-104.95	2.125 NAB 11-17	-1	104.95	-104.95
2.50 EEP 06-19	-1.	104.5	-104.5	2.50 EEP 06-19	-1	104.5	-104.5
3.25 COOP 09-15	-1.	103.86	-103.86	3.25 COOP 09-15	-1	103.86	-103.86
1.875 KOROIL 12-17	-1.	103.55	-103.55	1.875 KOROIL 12-17	-1	103.55	-103.55
5 ABL 14-18	-1.	103.45	-103.45	5 ABL 14-18	-1	103.45	-103.45
2.50 BLACKSEA 12-16	-1.	103.	-103.	2.50 BLACKSEA 12-16	-1	103.	-103.
1.50 KDB 12-16	-0.951167	102.15	-97.1617	1.50 KDB 12-16	-1	102.15	-102.15
2 CIF 10-19 /PF	-0.00122549	106.7	-0.13076	1.125 ABN 13-18	0	101.9	0.
1.125 ABN 13-18	0.0333988	101.9	3.40334	2.50 BAC 05-17	0	106.1	0.
3.25 COOP 09-15	0.0472962	103.86	4.91219	2 CIF 10-19 /PF	0	106.7	0.
2.50 BAC 05-17	0.0533159	106.1	5.65681	3.25 COOP 09-15	0	103.86	0.
0.25 PB S578 13-17	1.	100.51	100.51	0.25 PB S578 13-17	1	100.51	100.51
1.625 SZ KB 10-16	1.	103.05	103.05	1.625 SZ KB 10-16	1	103.05	103.05
1.50 TEVAP 12-18	1.	103.4	103.4	1.50 TEVAP 12-18	1	103.4	103.4
1.50 DBG 11-17	1.	103.65	103.65	1.50 DBG 11-17	1	103.65	103.65
3.25 PZ S383 15	1.	104.88	104.88	3.25 PZ S383 15	1	104.88	104.88
2.75 BNG 09-16	1.	105.4	105.4	2.75 BNG 09-16	1	105.4	105.4
3.125 PZ S390 08-17	1.	110.14	110.14	3.125 PZ S390 08-17	1	110.14	110.14
2.625 BERN 09-19	1.	110.45	110.45	2.625 BERN 09-19	1	110.45	110.45
<b>TOTAL</b>	<b>16.0864 abs.</b>	<b>-</b>	<b>28.5499</b>	<b>TOTAL</b>	<b>16 abs.</b>	<b>-</b>	<b>9.72</b>



**„2. kolo“ optimalizace: tentýž den (bez změny cen) vs. následující den (změna cen)**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
1.50 DBG 11-17	-2.	103.65	-207.3	1.50 DBG 11-17	-2.	103.65	-207.3
1.625 SZ KB 10-16	-1.99163	103.05	-205.238	1.625 SZ KB 10-16	-1.98414	103.05	-204.466
2.50 BAC 05-17	-1.05332	106.1	-111.757	2.50 BAC 05-17	-1.05332	106.1	-111.757
3.25 COOP 09-15	-1.0473	103.86	-108.772	3.25 COOP 09-15	-1.0473	103.86	-108.772
2 CIF 10-19 /PF	-0.998775	106.7	-106.569	1.50 TEVAP 12-18	-1.03557	103.4	-107.078
1.125 ABN 13-18	-1.0334	101.9	-105.303	2 CIF 10-19 /PF	-0.998775	106.7	-106.569
1.50 KDB 12-16	-0.0488334	102.15	-4.98833	1.50 KDB 12-16	-0.0488334	102.15	-4.98833
1.875 KOROIL 12-17	0.	103.55	0.	1.875 KOROIL 12-17	0.	103.55	0.
2.125 NAB 11-17	0.	104.95	0.	2.125 NAB 11-17	0.	104.95	0.
2.50 BLACKSEA 12-16	0.	103.	0.	2.50 BLACKSEA 12-16	0.	103.	0.
2.50 EEP 06-19	0.	104.5	0.	2.50 EEP 06-19	0.	104.5	0.
3.25 COOP 09-15	0.	103.86	0.	3.25 COOP 09-15	0.	103.86	0.
3 IBE 12-17	0.	106.3	0.	3 IBE 12-17	0.	106.3	0.
5 ABL 14-18	0.	103.45	0.	5 ABL 14-18	0.	103.45	0.
0.25 PB S578 13-17	1.03475	100.51	104.003	0.25 PB S578 13-17	1.04237	100.51	104.768
3.25 PZ S383 15	1.0081	104.88	105.73	1.125 ABN 13-18	1.0334	101.9	105.303
1.50 TEVAP 12-18	1.02359	103.4	105.839	3.25 PZ S383 15	1.01536	104.88	106.491
2.625 BERN 09-19	0.992692	110.45	109.643	2.625 BERN 09-19	0.992692	110.45	109.643
2.75 BNG 09-16	2.	105.4	210.8	2.75 BNG 09-16	2.	105.4	210.8
3.125 PZ S390 08-17	2.	110.14	220.28	3.125 PZ S390 08-17	2.	110.14	220.28
<b>TOTAL</b>	<b>16.2324 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.36651</b>	<b>TOTAL</b>	<b>16.0864 abs.</b>	<b>-</b>	<b>6.76806</b>

**Arbitrážní portfolio (-10; 10): neceločíselné vs. možné celočíselné řešení**

NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW	NAME	QUANTITY	PRICE	CASH FLOW
3 IBE 12-17	-10.	106.3	-1063.	3 IBE 12-17	-10	106.3	-1063.
2.125 NAB 11-17	-10.	104.95	-1049.5	2.125 NAB 11-17	-10	104.95	-1049.5
2.50 EEP 06-19	-10.	104.5	-1045.	2.50 EEP 06-19	-10	104.5	-1045.
3.25 COOP 09-15	-10.	103.86	-1038.6	3.25 COOP 09-15	-10	103.86	-1038.6
1.875 KOROIL 12-17	-10.	103.55	-1035.5	1.875 KOROIL 12-17	-10	103.55	-1035.5
5 ABL 14-18	-10.	103.45	-1034.5	5 ABL 14-18	-10	103.45	-1034.5
2.50 BLACKSEA 12-16	-10.	103.	-1030.	2.50 BLACKSEA 12-16	-10	103.	-1030.
1.50 KDB 12-16	-9.51167	102.15	-971.617	1.50 KDB 12-16	-10	102.15	-1021.5
2 CIF 10-19 /PF	-0.0122549	106.7	-1.3076	1.125 ABN 13-18	0	101.9	0.
1.125 ABN 13-18	0.333988	101.9	34.0334	2 CIF 10-19 /PF	0	106.7	0.
3.25 COOP 09-15	0.472962	103.86	49.1219	3.25 COOP 09-15	0	103.86	0.
2.50 BAC 05-17	0.533159	106.1	56.5681	2.50 BAC 05-17	1	106.1	106.1
0.25 PB S578 13-17	10.	100.51	1005.1	0.25 PB S578 13-17	10	100.51	1005.1
1.625 SZ KB 10-16	10.	103.05	1030.5	1.625 SZ KB 10-16	10	103.05	1030.5
1.50 TEVAP 12-18	10.	103.4	1034.	1.50 TEVAP 12-18	10	103.4	1034.
1.50 DBG 11-17	10.	103.65	1036.5	1.50 DBG 11-17	10	103.65	1036.5
3.25 PZ S383 15	10.	104.88	1048.8	3.25 PZ S383 15	10	104.88	1048.8
2.75 BNG 09-16	10.	105.4	1054.	2.75 BNG 09-16	10	105.4	1054.
3.125 PZ S390 08-17	10.	110.14	1101.4	3.125 PZ S390 08-17	10	110.14	1101.4
2.625 BERN 09-19	10.	110.45	1104.5	2.625 BERN 09-19	10	110.45	1104.5
<b>TOTAL</b>	<b>160.864 abs.</b>	<b>-</b>	<b>285.499</b>	<b>TOTAL</b>	<b>161 abs.</b>	<b>-</b>	<b>203.3</b>

## **Abstrakt**

VELEK, L. *Využití SW Mathematica k analýze kapitálových trhů*. Diplomová práce. Plzeň: Fakulta ekonomická ZČU v Plzni, 85 s., 2014

**Klíčová slova:** kapitálový trh, SW Mathematica, arbitrážní portfolio obligací

Tato diplomová práce se zabývá možnostmi využití SW Mathematica k analýze kapitálových trhů, zaměřuje se především na hledání arbitrážního portfolia obligací. Práce popisuje kapitálový trh včetně klasických finančních nástrojů kapitálového trhu a základní finanční funkce určené pro analýzu těchto nástrojů v softwaru Mathematica společnosti Wolfram Research, Inc. Hlavní náplní práce je zkoumání možností konstrukce arbitrážního portfolia obligací v SW Mathematica s využitím metody lineárního programování.

## **Abstract**

VELEK, L. The use of SW Mathematica for capital market analysis. Diploma thesis. Pilsen: Faculty of Economics, University of West Bohemia, 85 p., 2014

**Key words:** SW Mathematica, capital market, bond swapping

This diploma thesis deals with the possibilities of using the Mathematica software to analyze capital markets, focusing mainly on finding the arbitrage bond portfolio. This thesis describes the capital market including basic financial instruments of the capital market and shows the financial functions for analyzing these instruments in Mathematica software by company Wolfram Research, Inc. The main work is to investigate the possibility of construction the arbitrage bond portfolio in SW Mathematica using the method of linear programming.